

Методический горизонт



Текстовые задачи с применением свойств арифметической и геометрической прогрессии

Кузьмина К.А.,
старший преподаватель кафедры
математики и информатики ГБОУ ИРО,
методист

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№1. В первом ряду кинозала 20 мест, а в каждом следующем на 3 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в девятом ряду?

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_9 = 20 + 3 \cdot (9 - 1) = 44$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№2. Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3200 рублей, а за каждый следующий метр — на 1100 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 9 метров?

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_9 = \frac{2 \cdot 3200 + 1100 \cdot 8}{2} \cdot 9 = 68400$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№3. Маша решила начать делать зарядку каждое утро. В первый день она сделала 30 приседаний, а в каждый следующий день она делала на одно и то же количество приседаний больше, чем в предыдущий день. За 15 дней она сделала всего 975 приседаний. Сколько приседаний сделала Вика на пятый день?

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_{15} = \frac{2 \cdot 30 + 14d}{2} \cdot 15 = 975$$

$$d = 5$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_5 = 30 + 5 \cdot 4 = 50$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№4. В течение 25 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 7-й день акция стоила 777 рублей, а в 12-й день – 852 рубля?

$$d = \frac{a_{12} - a_7}{12 - 7}$$

$$d = \frac{852 - 777}{12 - 7} = 15$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_1 = 777 - 6 \cdot 15 = 687$$

$$a_{25} = 687 - 15 \cdot 24 = 1047$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№5. В соревновании по стрельбе за каждый промах в серии из 30 выстрелов стрелок получал штрафные очки: за первый промах — одно штрафное очко, за каждый последующий — на 0,5 очка больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 13,5 штрафных очка?

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$13,5 = \frac{2 \cdot 1 + 0,5(n-1)}{2} \cdot n$$

$$n^2 + 3n - 54 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} n = -9 < 0 \\ n = 6 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} n = 6 \end{array} \right. \quad \text{количество промахов}$$

$$30 - 6 = 24 \quad \text{количество попаданий}$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№6. Володя решил заказать себе такси. Подача машины и первые 3 минуты поездки в совокупности стоят 109 рублей, а стоимость каждой следующей минуты поездки фиксирована. Стоимость поездки с 4 по 13 минуту (включительно) составила 70 рублей, а с 4 по 23 минуту - 140 рублей. Найдите итоговую стоимость поездки, если поездка длилась 1 час 3 мин.

$$a_4 + a_5 + \dots + a_{13} = 70$$

каждые 10 мин., начиная с 4-й, стоят 70 руб.

$$a_4 + a_5 + \dots + a_{23} = 140$$

$$t = 63 \text{ мин.}$$

$$S = 109 + 6 \cdot 70 = 529$$

стоимость поездки

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№7. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в сумме 8,5 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 34 метрам.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$34 = \frac{8,5}{2} \cdot n$$

$$n = 8$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№8. Света зовёт гостей на день рождения в кафе-мороженое. В кафе в наличии имеются лишь квадратные столики, за которыми уместается не более 4 человек. Если соединить два квадратных стола, то получится стол, за которым уместается до 6 человек. На рисунке изображен случай, когда соединили 3 квадратных столика. В этом случае получился стол вместимостью до 8 человек. Найдите наибольшую вместимость стола, который получится при соединении 12 квадратных столиков в ряд.

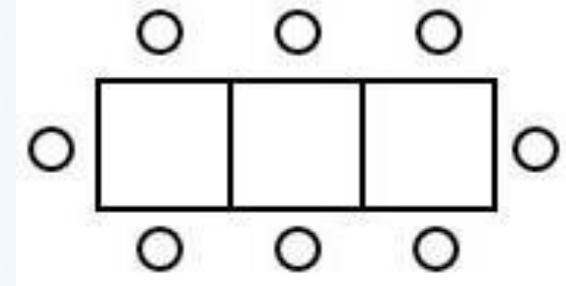
Количество столов	Количество человек
2 стола	6 чел.
3 стола	8 чел.
12 столов	? чел.

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 6$$

$$a_3 = 8$$

$$d = 2$$



$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_{12} = 4 + 2 \cdot 11 = 26$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№9. Курс воздушных ванн начинают с 15 мин. в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. На какой день продолжительность процедуры достигнет 1 час 45 минут?

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = 105 \text{ мин.}$$

$$15 + 10(n-1) = 105$$

$$n = 10$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№10. Врач прописал больному капли по следующей схеме: в первый день 5 капель, а в каждый следующий день – на 5 капель больше, чем в предыдущий, до тех пор, пока дневная доза не достигнет 40 капель. Три дня больной принимает по 40 капель лекарства ежедневно, а затем уменьшает приём по той же схеме – на 5 капель в день до последнего дня, когда больной принимает последние 5 капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить на весь курс, если в каждом пузырьке 20 мл лекарства, то есть 250 капель?

1) Увеличение дозы

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$40 = 5 + 5(n-1)$$

$n = 8$ количество дней

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_8 = \frac{5 + 40}{2} \cdot 8 = 180 \text{ количество капель}$$

2) Уменьшение дозы

$$S_8 = \frac{40 + 5}{2} \cdot 8 = 180 \text{ количество капель}$$

3) Всего капель за весь курс:

$$180 \cdot 2 + 40 = 400$$

4) Всего пузырьков:

$$\frac{400}{250} \approx 2$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№11. При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $-8,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$d = -7,5$$

$$a_7 = -8,7 - 7,5 \cdot 6 = -53,7$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

№12. В 8:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 23:00 того же дня часы отставали на 15 минут. На сколько минут отставали часы спустя 36 часов после того, как они сломались?

$$23 - 8 = 15 \text{ количество часов, прошедших с момента слома}$$

$$d = \frac{15}{15} = 1 \text{ количество минут отставания за 1 час}$$

$$a_{36} = 36$$

Задачи на применение свойств арифметической прогрессии

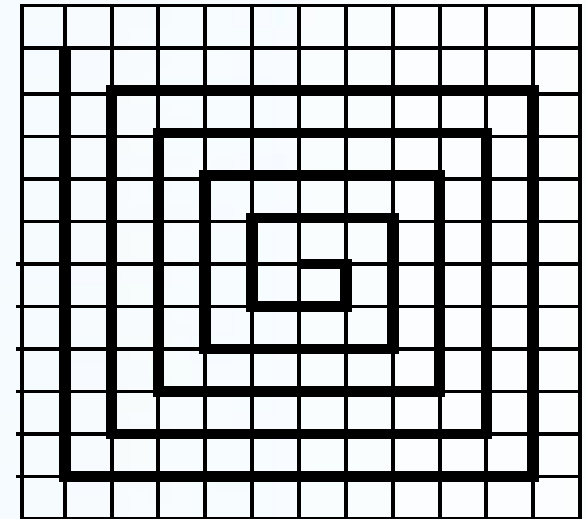
№13. На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 нарисована «змейка», представляющая собой ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущим по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 120?

Длина ломаной, у которой последнее (чётное) звено 10

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 10) \cdot 2 = \frac{1+10}{2} \cdot 10 \cdot 2 = 110$$

Длина ломаной, у которой последнее (чётное) звено 120

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 120) \cdot 2 = \frac{1+120}{2} \cdot 120 \cdot 2 = 14520$$



Задачи на применение свойств геометрической прогрессии

№14. Каждый простейший одноклеточный организм инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после шестикратного деления их стало 320?

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Так как деление 6-кратное, то вместе с первоначальным количеством получается 7 частей

$$b_1 \cdot 2^{7-1} = 320$$

$$b_1 = 5 \quad \text{первоначальное количество}$$

Задачи на применение свойств геометрической прогрессии

№15. Ваня играет в компьютерную игру. Он начинает с 0 очков, а для перехода на следующий уровень ему нужно набрать не менее 10000 очков. После первой минуты игры добавляется 2 очка, после второй – 4 очка, после третьей – восемь очков и так далее. Таким образом, после каждой следующей минуты игры количество добавляемых очков удваивается. Через сколько минут Митя перейдет на следующий уровень?

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$2 \cdot \frac{1 - 2^n}{1 - 2} \geq 10000$$

$$2^n \geq 5001$$

$$n = 13$$

Задачи на применение свойств геометрической прогрессии

№ 16. У Кати есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 540 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 10 см?

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$q = \frac{1}{3}$$

$$540 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} < 10$$

$$3^{n-1} > 54$$

$$3^4 > 54$$

$$n-1 = 4$$

$$n = 5$$

Задачи на применение свойств геометрической прогрессии

№17. Популяция кабанов в заповеднике увеличивается каждый год на 10%. Сколько полных лет должно пройти, чтобы число кабанов увеличилось не менее чем в 1,5 раза?

Количество лет	Численность кабанов
0 (первоначально)	b_0
1 год	$b_1 = 1,1b_0$
2 года	$b_2 = 1,1b_0 \cdot 1,1 = 1,1^2 b_0$
n лет	$b_n = 1,1^{n-1} b_0 \cdot 1,1 = 1,1^n b_0$

$$1,1^n \cdot b_0 \geq 1,5b_0$$

$$1,1^n \geq 1,5$$

$$n = 5$$

The background features a light blue gradient with abstract white and light blue geometric shapes, including circles, arcs, and lines, creating a modern, technical aesthetic.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!