Предметный вебинар «Методические особенности преподавания сложных тем курса математики при подготовке к итоговой аттестации. Текстовые задачи в ОГЭ и ЕГЭ по математике»

из цикла «Методический горизонт»

Текстовые задачи на сплавы и смеси

Попова Ирина Викторовна
учитель математики высшей категории
МАОУ гимназии № 23 город Краснодар имени Героя Советского Союза Николая Жугана

Основные методы решения задач на смешивание растворов.

При решении задач о смесях, сплавах, растворах используют следующие допущения:
Все получающиеся сплавы или смеси однородны.
При решении этих задач считается, что масса смеси нескольких веществ равна сумме масс компонентов, что отражает закон сохранения массы.
Не делается различия между литром как мерой вместимости сосуда и литром как мерой количества жидкости(или газа).
Смешивание различных растворов происходит мгновенно.
Объем смеси равен сумме объемов смешиваемых растворов.
Объемы растворов и массы сплавов не могут быть отрицательными.
Если смесь (сплав, раствор), имеет массу m и состоит из веществ *A*, *B* и *C*, массы которых соответственно равны m_A, m_B, m_C, то величину m_A/m (соответственно m_B/m, m_C/m) называют ***концентрацией*** вещества *A* (соответсвенно *B*, *C*) в смеси (сплаве, растворе), а величину
m_A/m *100%
процентным содержанием вещества *A* (соответственно *B, C*) в смеси (сплаве, растворе). При этом выполняется равенство: $m_A/m + m_B/m + m_C/m = 1$

Определение. Процентным содержанием (концентрацией) вещества в смеси называется отношение его массы к общей массе всей смеси.

Это отношение может быть выражено либо в дробях, либо в процентах. Например, если мы в 120 г воды добавим 30 г поваренной соли, то общая масса раствора станет 150 г, а концентрация соли в растворе 30:150=0,2 - дробью или 20%. Оба ответа приемлемы.

Иногда концентрация может быть определена и по объёму. Например, если в смеси из 20 куб. м находится 5 куб. м вещества «А», то его ***объёмная концентрация*** равна 5:20=0,25 – в дробях или 25%.

- ***Процентное содержание вещества;***
- ***Концентрация вещества;***
- ***Массовая доля вещества.***

Для нас это синонимы. Преподаватели химии рекомендуют нам привыкать к термину **«*массовая доля*»**.

$p = m_{в\text{-}ва} : m_{р\text{-}ра}$

p - массовая доля растворенного вещества в растворе;

$m_{в\text{-}ва}$-масса растворенного вещества в растворе;

$m_{р\text{-}ра}$-масса раствора.

p_1-массовая доля растворенного вещества в первом растворе;

p_2- массовая доля растворенного вещества во втором растворе;

p - массовая доля растворенного вещества в новом растворе, полученном при смешивании первого и второго растворов;

$m_{в\text{-}ва}$, $m_{1\ в\text{-}ва}$,$m_{2\ в\text{-}ва}$ – массы растворенных веществ в соответствующих растворах;

$m_{р\text{-}ра}$, $m_{1\ р\text{-}ра}$,$m_{2\ р\text{-}ра}$- массы соответствующих растворов.

Концентрация – это безразмерная величина. Сумма массовых долей всех компонент, составляющих смесь, очевидно,

равна единице.

С помощью расчетной формулы.

•Масса полученного при смешивании раствора равна:

$m_{р\text{-}ра} = m_{1\ р\text{-}ра} + m_{2\ р\text{-}ра}$

•Определим массы растворенных веществ в первом и втором растворах:

$m_{1в\text{-}ва} = p_1\, m_{1\ р\text{-}ра};\ m_{2в\text{-}ва} = p_2 m_{2р\text{-}ра}$

•Следовательно, масса растворенного вещества в полученном растворе вычисляется как сумма масс веществ в исходных растворах:

$m_{в\text{-}ва} = m_{1\ в\text{-}ва} + m_{2\ в\text{-}ва} = p_1\, m_{1\ р\text{-}ра} + p_2 m_{2р\text{-}ра}$

•Таким образом, массовая доля растворенного вещества в полученном растворе равна:

$p = (p_1\, m_{1\ р\text{-}ра} + p_2 m_{2р\text{-}ра}) : (m_{1\ р\text{-}ра} + m_{2р\text{-}ра})$

При решении задач удобно составлять таблицу:

	1-й раствор	1-й раствор	Смесь двух растворов
Масса растворов			
Массовая доля растворенного вещества			
Масса вещества в растворе			

«Правило смешения»

Отношение массы первого раствора к массе второго равно отношению разности массовых долей смеси и второго раствора к разности массовых долей первого раствора и смеси.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$$

Эта формула удобна тем, что на практике, как правило, массы веществ не отвешиваются, а берутся в определенном отношении.

«Правило креста» (диагональная схема).

«Правилом креста» называют диагональную схему правила смешения для случаев с двумя растворами .

1 раствор	p_1		$p-p_2$
		p	
2 раствор	p_2		p_1-p

$p-p_2$ - массовые части 1 раствора

p_1-p - массовые части 2 раствора

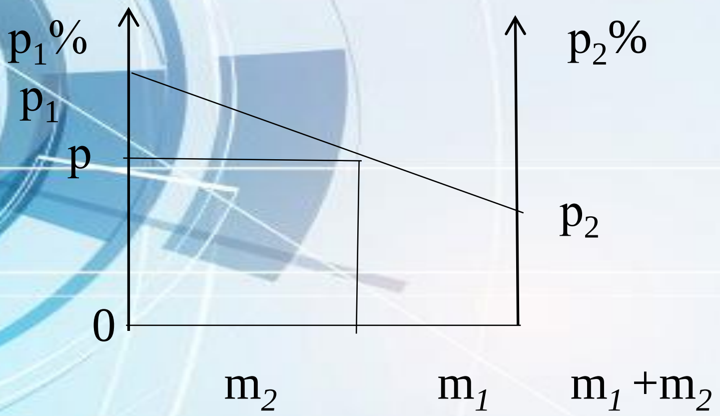
Слева на концах отрезков записывают исходные массовые доли растворов (обычно слева вверху - большая), на пересечении отрезков -заданная, а справа на их концах записываются разности между исходными и заданной массовыми долями. Получаемые массовые части показывают, в каком отношении надо слить исходные растворы.

Графический метод

Отрезок прямой (основание графика) представляет собой массу смеси, а на осях ординат откладывают точки, соответствующие массовым долям растворенного вещества в исходных растворах. Соединив прямой точки на осях ординат, получают прямую, которая отображает функциональную зависимость массовой доли растворенного вещества в смеси от массы смешанных растворов в обратной пропорциональной зависимости.

$p=(p_1 m_{1\ р\text{-}ра}+p_2m_{2р\text{-}ра}):(m_{1\ р\text{-}ра}+m_{2р\text{-}ра})$, $y= к/x$

Полученная функциональная прямая позволяет решать задачи по определении массы смешанных растворов и обратные, по массе смешанных растворов находить массовую долю полученной смеси.



Построим график зависимости массовой доли растворенного вещества от массы смешанных растворов. На одной из осей ординат откладывают точку, соответствующую массовой доле p_1, а на другой - p_2. Обозначим на оси абсцисс точки с координатами (0;0) и ($m_1 +m_2$;0). В направлении от одной точки к другой возрастает содержание в смеси второго раствора от 0 до $m_1 +m_2$ и убывает содержание первого раствора от $m_1 +m_2$ до 0. Таким образом, любая точка на отрезке будет представлять собой смесь, имеющую одну и ту же массу с определенным содержанием каждого раствора, которое влияет на массовую долю растворенного вещества в смеси.

Данный способ является наглядным и дает приближенное решение.

Алгебраический метод

Задачи на смешивание растворов решают с помощью составления уравнений или систем уравнений.

Задачи на повышение, понижение концентрации

Задача . Сколько кг соли в 10 кг соленой воды, если процентное содержание соли 15%.

Решение. $10 \times 0{,}15 = 1{,}5$ (кг) соли.

Ответ: 1,5 кг.

Процентное содержание вещества в растворе (например, 15%), иногда называют %-м раствором, например, 15%-й раствор соли.

Задача. Сплав содержит 10 кг олова и 15 кг цинка. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?

Решение: Процентное содержание вещества в сплаве - это часть, которую составляет вес данного вещества от веса всего сплава.

1) $10 + 15 = 25$ (кг) - сплав;

2) $10/25 \cdot 100\% = 40\%$ - процентное содержание олова в сплаве;

3) $15/25 \cdot 100\% = 60\%$ - процентное содержание цинка в сплаве;

Ответ: 40%, 60%.

Задача. Морская вода содержит 8% соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы содержание соли в последней составило 5%.

Решение: Соль является чистым веществом, а морская вода – раствором.

При добавлении в морскую воду пресной воды содержание чистого вещества не изменяется. Пусть пресной воды – x кг.

Составляем уравнение: $0{,}05 \times (30 + x) = 0{,}08 \times 30$.

Получаем $x = 18$. 18 кг пресной воды нужно добавить. Ответ: 18 кг.

При решении следующих задач необходимо установить контроль за количеством данного вещества и его концентрацие при каждом отливе, а также при каждом доливе смеси. В результате такого контроля получаем разрешающее уравнение.

Пример. Концентрация серебра в сплаве 300 г составляет 87%. Это означает, что чистого серебра в сплаве 261 г.

Решение. $300\times0{,}87 = 261$ (г).

Задача. 5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ных сливок и к смеси добавили 1 лит чистой воды. Какой жирности получилась смесь?

Решение. $0{,}35\times5+0{,}2\times4=p\times(5+4+1)$, откуда $p=0{,}255$, что составляет 25,5%

Ответ. 25,5%

Задача. Имеется 2 сплава, в одном из которых содержится 40%, а в другом 20% серебра. Сколько кг второго спла нужно добавить к 20 кг первого, чтобы после сплавления вместе получить сплав, содержащий 32% серебра?

Решение: Пусть к 20 кг первого сплава нужно добавить x кг второго сплава. Тогда получим (20 + x) кг нового сплава. В 2 кг первого сплава содержится $0{,}4 \cdot 20 = 8$ (кг) серебра, в x кг второго сплава содержится 0,2x кг серебра, а в (20+x) к нового сплава содержится $0{,}32 \cdot (20+x)$ кг серебра. Составим уравнение:

$8 + 0{,}2x = 0{,}32 \cdot (20 +x)$;

$x = 13\ 1/3$.

Ответ: 13 1/3 кг второго сплава нужно добавить к 20 кг первого, чтобы получить сплав, содержащий 32% серебра.

Задача. К 15 л 10%-ного раствора соли добавили 5%-ный раствор соли и получили 8%-ный раствор. Какое количество литров 5%-ного раствора добавили?

Решение. Пусть добавили x л 5%-ного раствора соли. Тогда нового раствора стало (15 + x) л, в котором содержаться $0{,}8 \cdot (15 + x)$ л соли. В 15 л 10%-ного раствора содержится $15 \cdot 0{,}1 = 1{,}5$ (л) соли, в x л 5%-ного раствора содержится 0,05x (л) соли. Составим уравнение.

$1{,}5 + 0{,}05x = 0{,}08 \cdot (15 + x)$;

$x = 10$.

Ответ**:** добавили 10 л 5%-ного раствора

Задача. Смешали 20% и 40% растворов соляной кислоты и получили 25% раствор. Найти отношение масс исходных растворов.

Решение: 1 способ:

Обозначим за x_1 – абсолютное содержание кислоты в I растворе

x_2 – абсолютное содержание кислоты во II растворе

за m_1 – общую массу I раствора

за m_2 – общую массу II раствора

Тогда концентрация I раствора: 0,2 (1)

концентрация II раствора: 0,4 (2)

При смешивании двух растворов общая масса смеси будет равна m_1+m_2, а абсолютное содержание чистой кислоты в смеси – x_1+x_2 . Тогда процентное содержание кислоты в смеси равно 0,25 (3)

выразим x_1 и x_2 из (1) и (2) равенства, и получим и подставим в (3)

Получим 0,25

$0{,}2m_1=0{,}6m_2$

$1\ m_1=3m_2$

Таким образом, отношение масс исходных растворов равно 3:1.

В чём необычность данной задачи?

В том, что получили при решении задачи одно уравнение, а неизвестных – два!

2 способ:

1 раствор	20		40-25=15	3
		25		
2 раствор	40		25-20=5	1

Таким образом, отношение масс исходных растворов равно 3:1.

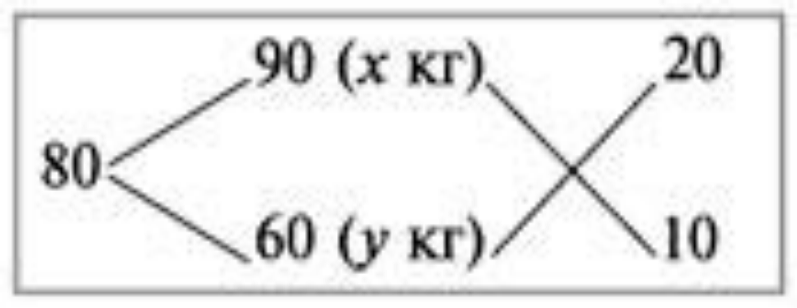
Задача. Имеются два раствора поваренной соли разной концентрации.
Если слить вместе 100 г I раствора и 200 г второго, то получится 50% раствор.
Если же слить 300 г I раствора и 200 г второго, то получится 42% раствор.
Определить концентрацию данных растворов.
1) Найдем абсолютное содержание соли после того, как слили 100 г I раствора и 200 г второго.
$(100+200) \cdot 0{,}5=150$ г
2) Найдем абсолютное содержание соли после того, как слили 300 г I раствора и 200 г. второго
$(300+200) \cdot 0{,}42=210$г
3) обозначим за x – концентрацию соли в I растворе
за y- концентрацию соли во II растворе
тогда абсолютное содержание соли после I смешивания:
$100x+200y=150$
после II смешивания:
$300x+200y=210$
Получим систему уравнений с двумя неизвестными
Решая её, получим $x=0{,}3=30\%$ - концентрация соли в I растворе
$y=0{,}6=60\%$ - концентрация соли во II растворе
Ответ: 60% - концентрация соли во II растворе, 30% - концентрация соли в I растворе

Задача. Имеются два слитка, содержащие серебро. Процентное содержание серебра в I слитке на 40% меньше, чем во II слитке. После того, как оба слитка сплавили, получили слиток, содержащий 36% серебра. Найти массу I и II слитков, если в I слитке было 6 кг серебра, а во II – 12 кг.
Пусть масса I слитка – x кг, а II – y кг, тогда 6/x - процентное содержание серебра в I слитке, а 12/y- процентное содержание серебра во II слитке. Так как 12/y больше чем 6/x на 40%, можно составить уравнение 12/y - 6/x =0,4
После того, как куски сплавили, процентное содержание серебра в новом куске стало 36%, т.е. (12 + 6) /(x+y) =0,36 , где 12+6 – абсолютное содержание серебра, а (x+y) – общая масса.
Получим систему:
12/y - 6/x =0,4 .
(12 + 6) /(x+y) =0,36
Решая систему, получим:
$y^2 - 95y+1500=0$
Откуда y_1=20 кг, y_2=75 кг – не удовлетворяет условию x+y=50 кг
Тогда x=50-20=30кг
Итак, масса I слитка – 30 кг.
Ответ: 30 кг, 20 кг.

Задача. Сколько по массе 90%-го и 60%-го растворов фосфорной кислоты надо взять, чтобы получить 5,4 кг 80%-го раствора фосфорной кислоты?

Решение:

Составим диагональную схему:



Получаем:

$x : y = 20 : 10 = 2 : 1$.

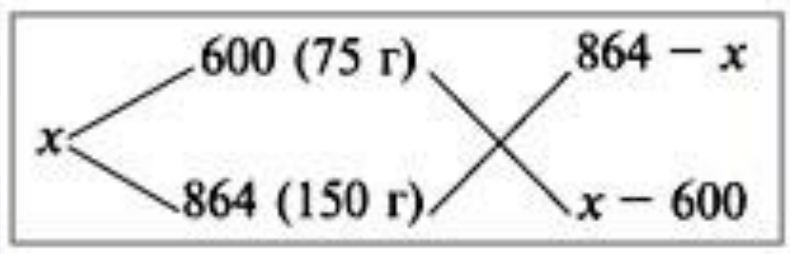
Значит, 90%-го раствора фосфорной кислоты надо взять в 2 раза больше, чем 60%-го, т.е. $x = 2y$.

Составим уравнение: $2y + y = 5{,}4$.

Отсюда $y = 1{,}8$ кг.

Ответ. 3,6 кг 90%-го и 1,8 кг 60%-го растворов фосфорной кислоты.

Задача. Сплавили два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.
Решение
Пусть проба сплава равна *x*.
Составим диагональную схему:



Получаем:
$(864 – x) : (x – 600) = 75 : 150 = 1 : 2$;
$1728 – 2x = x – 600$; $x = 776$.
Ответ. Получили сплав 776-й пробы.

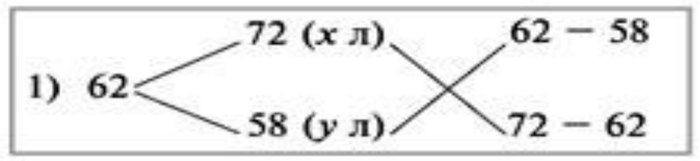
Задача. Смешали некоторые количества 72%-го и 58%-го растворов кислоты, в результате получили 62%-й раствор той же кислоты.

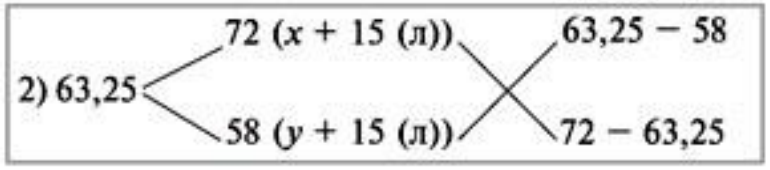
Если бы каждого раствора было взято на 15 л больше, то получился бы 63,25%-й раствор.

Сколько литров каждого раствора было взято первоначально для составления первой смеси?

Решение

Дважды используем диагональную схему:





Получаем:

$(x + 15) : (y + 15) = 5{,}25 : 8{,}75 = 3 : 5.$

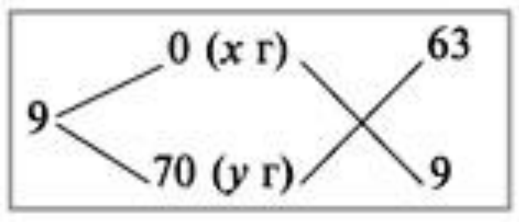
Составим систему уравнений и решим ее:

$$\begin{cases} x : y = 2 : 5, \\ (x + 15) : (y + 15) = 3 : 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0{,}4y, \\ 0{,}4y + 15 = 0{,}6y + 9; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 12, \\ y = 30. \end{cases}$$

Ответ. В первой смеси было 12 л 72%-го раствора и 30 л 58%-го раствора.

Задача. Сколько граммов 9%-го раствора спирта можно получить из 200 г 70%-го раствора спирта?
Решение
9%-й раствор спирта получают из 70%-го, разбавляя его водой. В воде 0% спирта.
Применим диагональную схему:



Получаем:
$x : y = 63 : 9 = 7 : 1$.

Значит, 1 часть 70%-го раствора спирта надо разбавить 7 частями воды. Поэтому 200 г 70%-го раствора спирта надо разбавить 200•7 = 1400 г воды.
Всего получим: 200 + 1400 = 1600 г 9%-го раствора спирта.
Ответ. Из 200 г 70%-го раствора спирта можно получить 1 кг 600 г 9%-го раствора спирта.

Задача. Сироп содержит 18% сахара. Сколько кг воды нужно добавить к 40 кг сиропа, чтобы содержание сахара составило 15% ?

I. Пусть надо добавить x кг воды. Заполним таблицу по условию задачи.

	α	М(кг)	***m*** (кг)
Было	18%=0,18	40	0,18*40
Стало	15%=0,15	40+x	0,15(40+x)

Составим и решим уравнение:

0,15(40+x)=0,18*40

x=8

Ответ: 8 кг.

II. Правило «креста»

$$\begin{array}{ccccc} 18 & & & & 15 \\ & \searrow & & \nearrow & \\ & & 15 & & \\ & \nearrow & & \searrow & \\ 0 & & & & 3 \end{array}$$

Значит, 40 кг – 15 частей тогда, чтобы получить 15% р-р нужно добавить 3 части воды

40:15·3=8 кг.

Ответ: 8 кг

Задачи на высушивание

Задача. Пчелы перерабатывают цветочный нектар в мёд, освобождая его от воды. Нектар содержит 84% воды, а полученный мёд - 20%. Сколько кг нектара нужно переработать пчелам для получения 1 кг мёда?

- При решении таких задач надо разделять вещество на воду и «сухой остаток», масса которого не меняется в условиях задачи

1. **Арифметический**

1) 100-20=80% - *составляет основное вещество от полученного мёда.*

2) 1*0,8=0,8 кг – *масса основное вещество в 1 кг.*

3) 100-84 = 16% - *составляет основное вещество от собранного нектара.*

4) 0,8:0,16 = 5 кг *нектара.*

Ответ: 5 *кг нектара нужно переработать пчелам для получения 1 кг мёда.*

2. Правило «креста»

$$\begin{tikzcd} 84 \arrow[dr] & & 80 \\ & 100 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ 20 \arrow[ur] & & 16 \end{tikzcd}$$

Значит, 1 кг составляет 16 частей, тогда 80 частей:

1 : 16 * 80 = 5 *кг.*

Ответ: *5 кг*

Задачи, которые решаются с помощью систем линейных уравнений.

Задача. Имеется 2 раствора поваренной соли разной концентрации. Если слить вместе 100г первого раствора и 200г второго раствора, то получится 50%-ный раствор. Если же слить вместе 300г первого раствора и 200 г второго, то получится 42%-ный раствор. Найти концентрацию второго раствора.

- Пусть процентное содержание соли в первом и втором растворах p% и q% соответственно, тогда по условиям задачи можно составить два уравнения:

$$100\ p/100 + 200\ q/100=50*(100+200)/100$$
$$300\ p/100 + 200\ q/100=42*(300+200)/100.$$

Упростив эти уравнения и решив систему, получим p=30 и q=60.

Следовательно, концентрация второго раствора равна 60%

Ответ. 60%

Задачи на переливание.

При решении этих задач выполняются следующие допущения: «закон сохранения масс» и «закон сохранения объёмов», как для всей смеси, так и для каждого её компонента. При этом плотности растворов изменяются не значительно и примерно равны плотности воды. Часто графические иллюстрации к условию задач помогают найти правильный путь к ответу на вопрос задачи.

Задача. Сначала приготовили 25%-ый водный раствор поваренной соли. Затем одну треть воды выпарили.

Найти концентрацию получившегося раствора.

До выпаривания:

NaCl	H_2O	H_2O	H_2O
25%	25%	25%	25%

После выпаривания:

NaCl	H_2O	H_2O
$33\frac{1}{3}\%$	$33\frac{1}{3}\%$	$33\frac{1}{3}\%$

Сейчас соль стала составлять одну треть всего раствора или $33\frac{1}{3}\%$

Ответ: $33\frac{1}{3}\%$

Задача Имеется два сплава золота и серебра. В одном количество этих металлов находится в отношении 1:9, а в другом 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором золота и серебро относилось бы как 1:4?

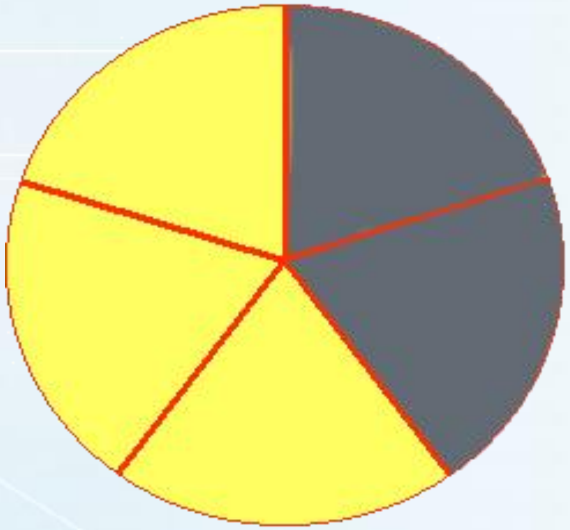
I СПЛАВ

Золота в нём 0,1 доля

1:9

II СПЛАВ

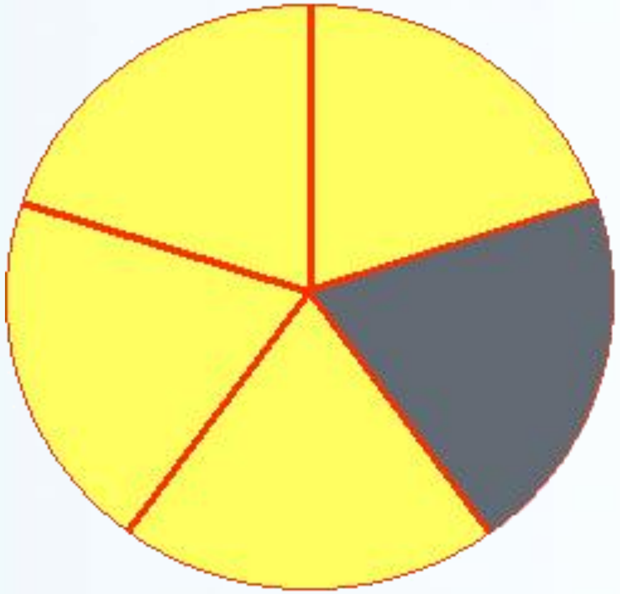
Золота в нём 2/5 или 0,4



2:3

НОВЫЙ СПЛАВ

Золота в нём 1/5 или 0,2

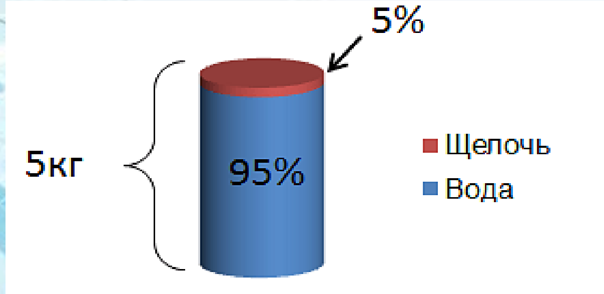


1:4

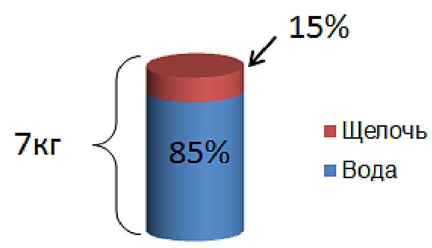
Визуализация при решении задач на смеси и сплавы

Задача Смешали 3 кг 5%-го водного раствора щелочи и 7 кг 15%-го. Какова концентрация вновь полученного раствора? Ответ дайте в процентах.

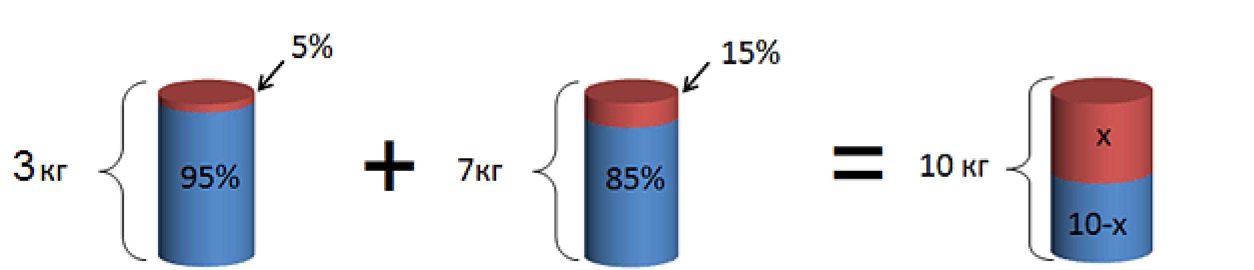
Решение. 3 кг 5% водного раствора. Значит воды в этом растворе 95%.



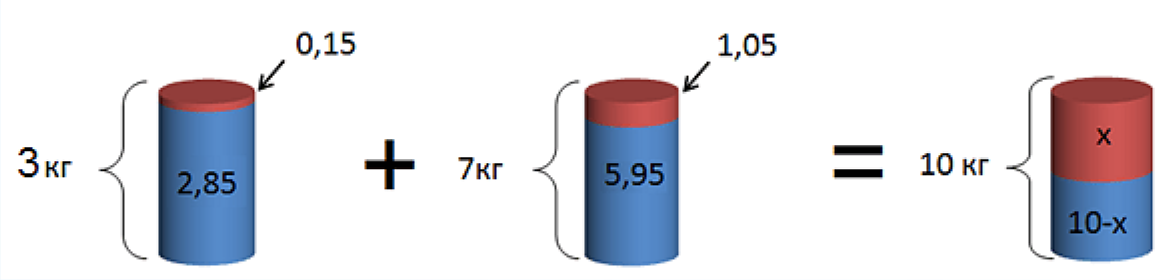
Второй раствор



После смешивания, вновь получившийся раствор будет весить 3 кг + 7 кг = 10 кг. Обозначим количество щелочи в новом растворе за x, а количество воды – (10−x):



Теперь выразим количество щелочи в этих двух растворах в килограммах. В первом растворе – 0,05·3=0,15 кг щелочи и 3−0,15=2,85 кг воды, во втором — 0,15·7=1,05 кг щелочи и 7−1,05=5,95 кг воды:

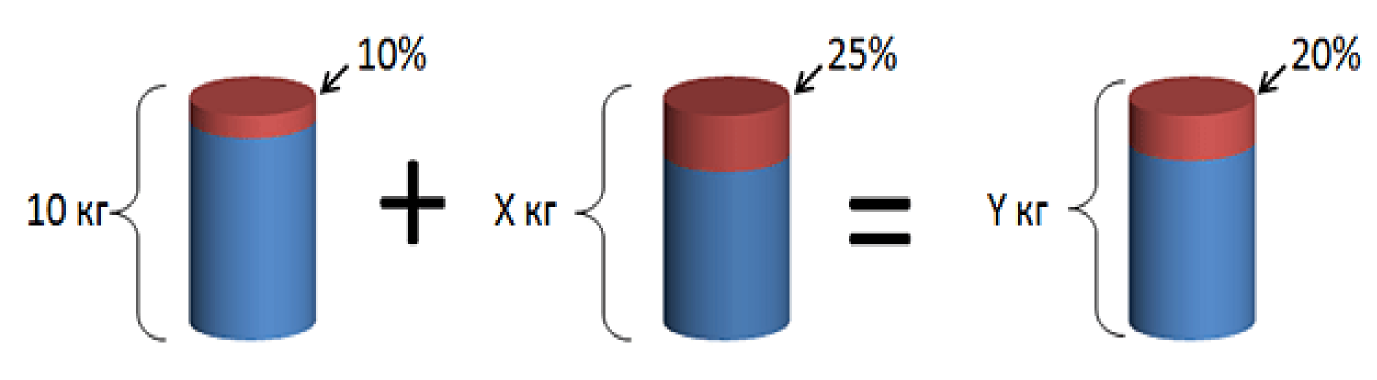


Из картинки видно, что количество щелочи в новом растворе равно сумме весов кислоты в старых растворах: x=0,15+1,05=1,2 кг кислоты. Теперь, зная количество щелочи в новом растворе и зная его массу, мы можем легко определить концентрацию: 1,210=0,12.Поскольку ответ просят дать в процентах – умножим на 100% —0,12·100%=12%. **Ответ:** 12.

Задача .Имеются два сплава серебра с медью. В первом содержится 10% серебра, во втором – 25%.
Сколько килограмм второго сплава нужно добавить к 10кг первого, чтобы получить сплав с 20% содержанием серебра?

Решение:

Обозначим за x искомый вес второго сплава,
а за y – массу получившегося сплава.
Масса серебра в первом сплаве –10%·10 кг=0,1·10 кг=1 кг,
во втором–25%·x=0,25x,
в новом сплаве –20%·y=0,2y.
Решим систему уравнений



{10+x=y1+0,25x=0,2y

{10+x=y1+0,25y=0,2(10+x)

{10+x=y1+0,25x=2+0,2x

{10+x=y0,25x−0,2x=2−1

{10+x=y0,05x=1

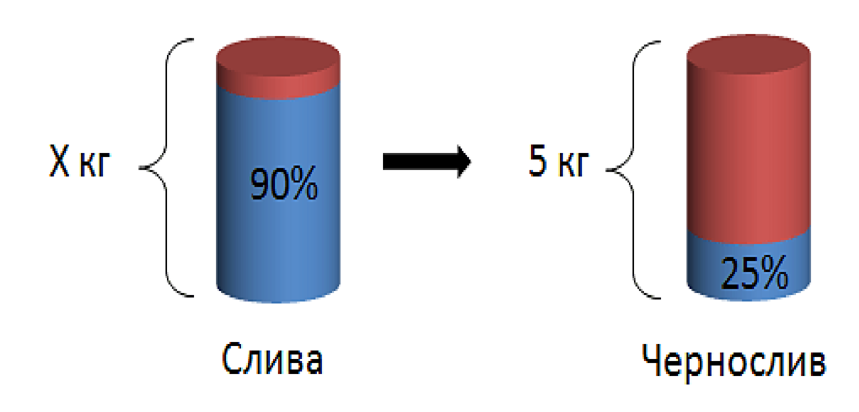
{y=30x=20

Получается, добавив в 10 килограммов 10% сплава, 20 килограммов 25% сплава — мы получим 30 килограммов 20% сплава.

Ответ: 20.

Задача. Чернослив содержит 25% влаги. Его получают из сливы, содержащей 90% влаги, путем сушки. Сколько нужно килограмм сливы, для получения 5 кг чернослива?

Решение:



Количество сухого (красного на рисунке) вещества не изменилось. Просто испарилась вода!
Изменилась лишь пропорция сухого вещества. Найдем его вес.
Поскольку сухого вещества в черносливе – 100%−25%=75%, то масса сухого вещества составит –
0,75·5 кг = 3,75 кг.
Нам нужно взять такое количество сливы, чтобы в нем было 3,75 кг сухого вещества.
Обозначим вес необходимого количества сливы за х.
По условию мы знаем, что сухого вещества в сливе — 100%−90%=10%, т.е. 0,1·х кг, а нам нужно 3,75 кг.
Получается, что 0,1х=3,75х=37,5.
Для получения 5 кг чернослива, нам нужно взять 37,5 кг сливы.
Ответ: 37,5.
А теперь решение с помощью таблицы:

5 кг-100%

х кг-75%

х= 3, 75 кг

	Слива	Чернослив
«Сухое» вещество НЕ МЕНЯЕТСЯ!!!!	10%	? 75%
Вода	90%	25%
Всего	? КГ 100%	5кг 100%

3,75 кг-10%
x кг-100%
x=37,5 кг

Ответ:
37,5 кг

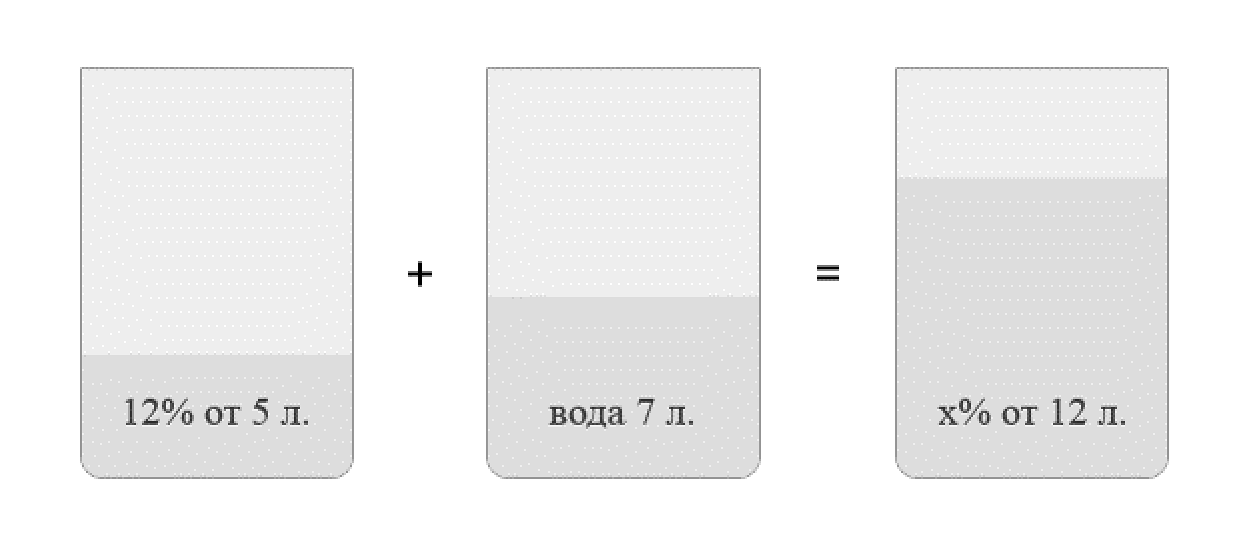
	Слива	Чернослив
«Сухое» вещество НЕ МЕНЯЕТСЯ!!!!	3,75кг / 10%	3,75 кг / **75%**
Вода	90%	25%
Всего	? КГ / 100%	100%

Задача. В сосуд, содержащий 5л 12% водного раствора некоторого вещества, добавили 7л литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Изобразим сосуд с раствором схематично — так, как будто вещество и вода в нем не перемешаны между собой, а отделены друг от друга, как в коктейле. И подпишем, сколько литров содержат сосуды и сколько в них процентов вещества. Концентрацию получившегося раствора обозначим x.

Первый сосуд содержал

$0,12 \cdot 5 = 0,6$ литра вещества.



Во втором сосуде была только вода.

Значит, в третьем сосуде столько же литров вещества, сколько и в первом:

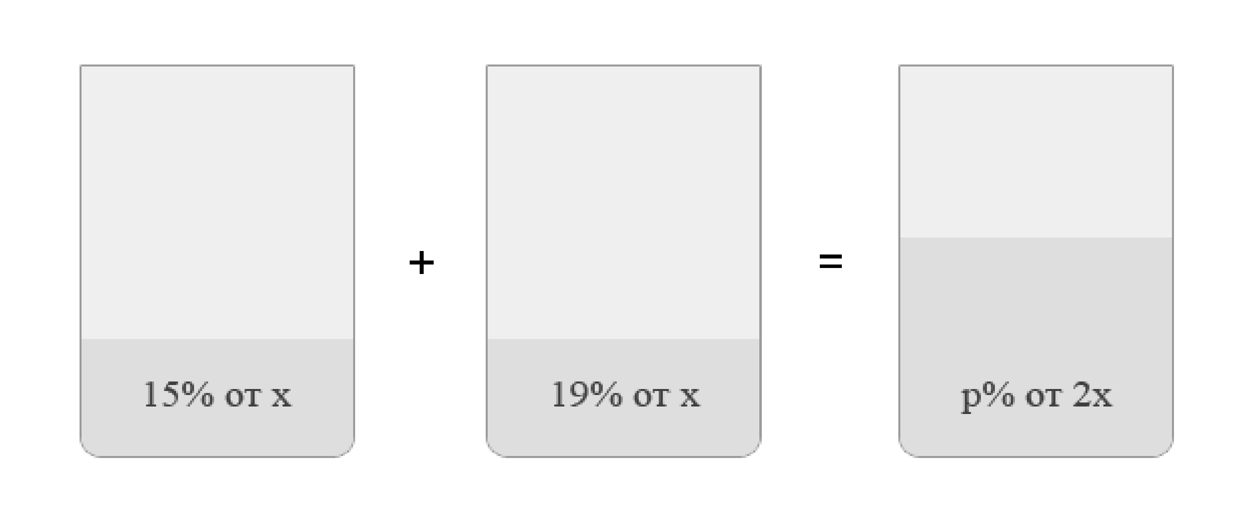
$$0,12 \cdot 5 = \frac{x}{100} \cdot 12$$

$$x = 5$$

Задача. Смешали некоторое количество 15% раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение: Пусть масса первого раствора равна x. Масса второго — x .
В результате получили раствор массой 2x.

Получаем $0,15x + 0,19x = 0,34x = 0,17 \cdot 2x$



Ответ: 17

Задача. Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора надо было взять?

Решение 1: Обозначим x массу первого раствора, тогда масса второго (600 - x). Составим уравнение: $30x + 10*(600 - x) = 600*15$

$x = 150$

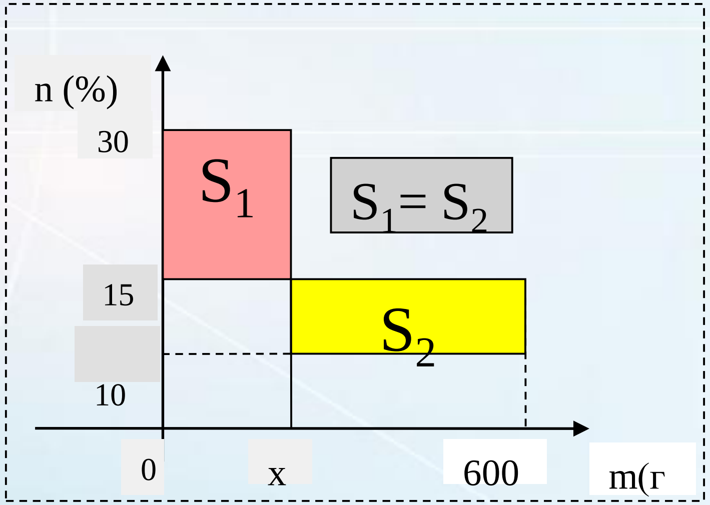
Решение 2: Приравнивание площадей равновеликих прямоугольников: $15x = 5(600- x)$

$x = 150$

Ответ: 150

Решение 2: Приравнивание площадей равновеликих прямоугольников: $15x = 5(600- x)$

$x = 150$



Ответ: 150 г 30% и 450 г 10% раствора

Задача. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить140 т стали с содержанием 30% никеля?

Решение С использованием графика:

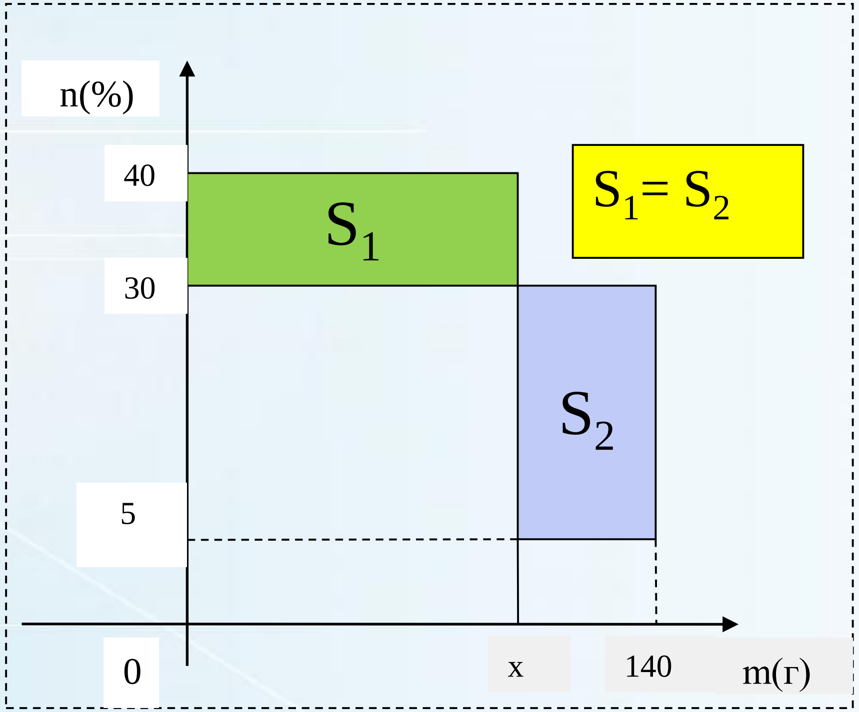
(приравнивание площадей равновеликих прямоугольников)

10*x = 25*(140 – x)

x = 100

140 – 100 = 40

Ответ: 100 т и 40 т



Задача. От двух кусков сплава с массами 3кг и 2кг и с концентрацией меди 0,6 и 0,8 отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего концентрация меди в обоих сплавах стала одинаковой. Какова масса каждого из отрезанных кусков?

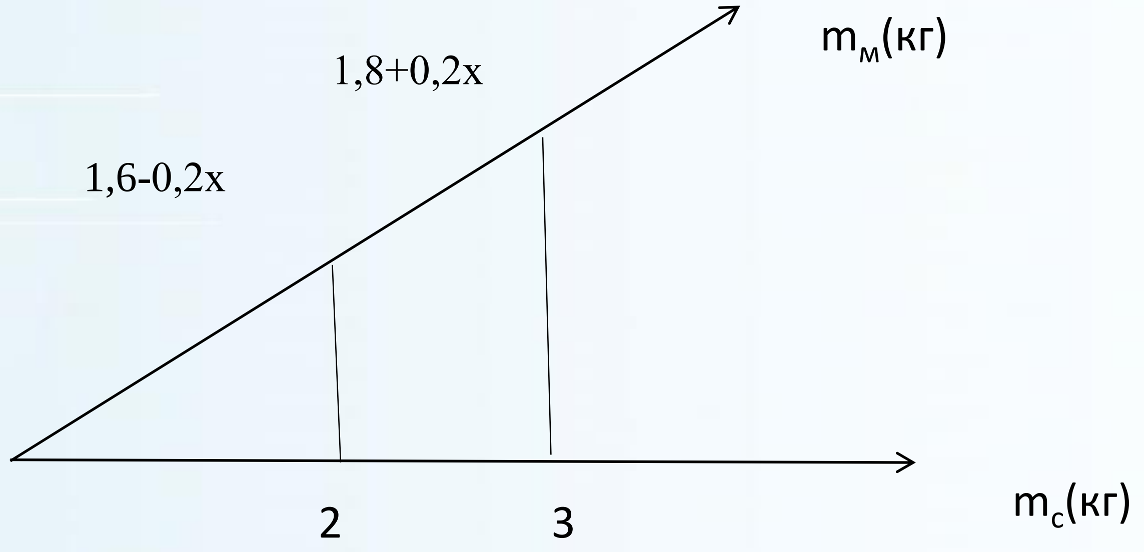
Решение: Обозначим массу отрезанного куска x (кг). Так как в обоих сплавах концентрация меди после двух операция стала одинаковой, то массы сплавов и массы меди в этих сплавах пропорциональны. Первоначально массы меди в сплавах равны 0,6*3(кг) и 0,8*2(кг).

После того, как отрезали куски массой x(кг), содержание меди стало 0,6(3-x) и 0,8(2-x), а после сплавления 0,6(3-x)+0,8x и 0,8(2-x)+0,6x

$$\frac{1{,}8+0{,}2x}{1{,}6-0{,}2x} = \frac{3}{2}$$

x = 1,2

Ответ: 1,2 кг



Способ Л.Ф.Магницкого для трех веществ

Задача. Некто имеет чай трех сортов –цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?

Решение:

	5	**6**	**6**
6			
	12	**1**	**2/8**
	5	**2**	**1**
6			
	8	**1**	**1/10**

Взять 6+2=8 частей чая ценой по 5 гривен и по одной части ценой 8 гривен и 12 гривен за один фунт.
Возьмем 8/10 фунта чая ценой по 5 гривен за фунт и по 1/10 фунта чая ценой 8 и 12 гривен за фунт, то получим 1 фунт чая ценой $8/10*5 + 1/10*8 + 1/10*12 = 6$ гривен

Задача. Четыре одинаковые ромашки дешевле подсолнуха на 7%. На сколько процентов пять таких же ромашек дороже подсолнуха?

Решение:

1 подсолнух----------------------100%

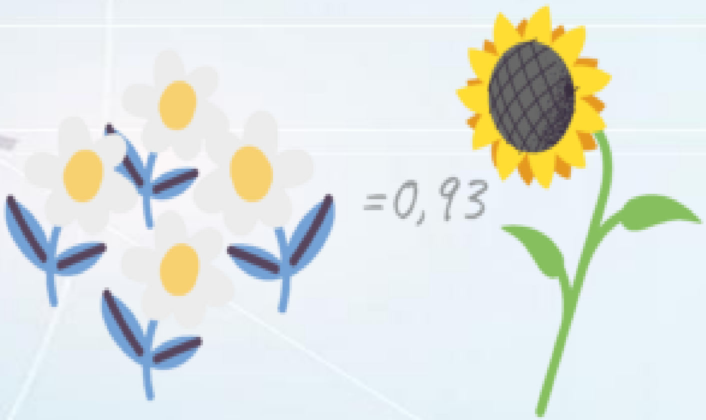
4 ромашки-----------------------93%

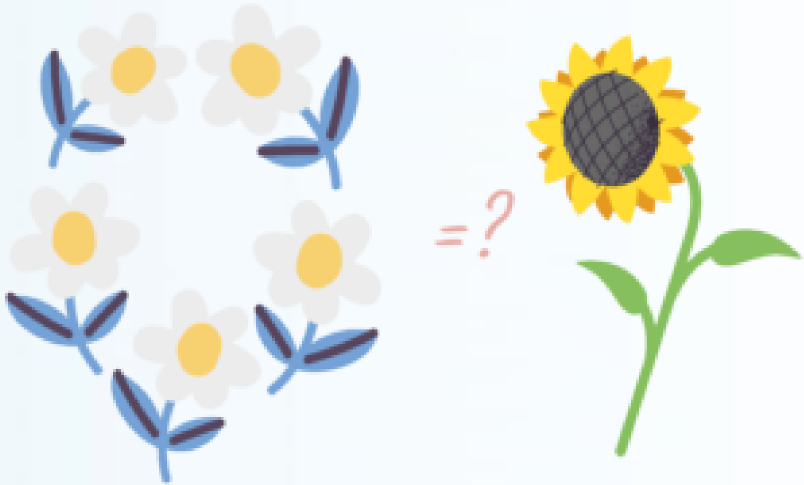
1 ромашка-----------------------(93:4)%

5 ромашек-----------------------(93:4*5)%=116,25%

Следовательно, пять ромашек дороже подсолнуха на 116,25% -100%=16,25 %.

Ответ: 16,25%.

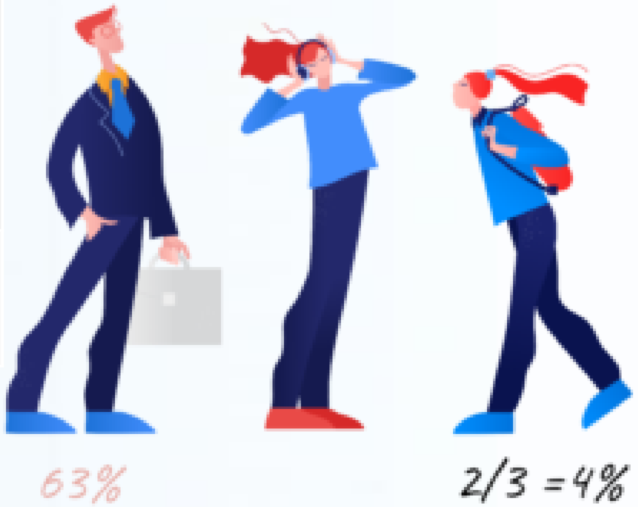




Задача. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 63%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на
Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение:

Муж	**X**	**2X**	**X**
Жена	**Y**	**Y**	**Y**
Дочь-студентка	**Z**	**Z**	**Z/3**
	100%	**163%** **X=63%**	**96%** **Z-Z/3=4** **2/3Z=4** **Z=6%**
100%-(63%+6%)=31%			



Тренировочные задачи:

1. Смешали 30% раствор соляной кислоты с 10% и получили 6OOг 15% раствора Сколько граммов 10% раствора было взято?
2. Смешали некоторое количество 15%раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
1. Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?
2. Имеется два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35% золота, а во втором — 60%. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?
3. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%. и второго раствора этой ж кислоты концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый второй растворы?
4. Смешали 3 литра 40 % водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 35% водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
5. Смешали 8 литров 15 % водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40 % водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
6. Смешали некоторое количество 17 % раствора некоторого вещества со втрое большим количеством 9-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

7.Смешали некоторое количество 14% раствора некоторого вещества со вдвое большим количеством 8% раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
8. Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
9. Смешали некоторое количество 30% раствора некоторого вещества с таким же количеством 58% раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
10. Имеется два сплава с разным содержанием золота: в первом содержится 50%, а во втором – 80% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% золота?
11. При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?
12. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 30%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 45% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?
13. Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 80 кг высушенных фруктов?
14. Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные — 25%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 45 кг высушенных фруктов?
15. Свежие фрукты содержат 89% воды, а высушенные — 23%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 23 кг высушенных фруктов?

16.Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 72 кг высушенных фруктов?
17.Свежие фрукты содержат 95% воды, а высушенные — 22%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 55 кг высушенных фруктов?
18.Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 30%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 6 кг высушенных фруктов?
19.Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 44 кг высушенных фруктов?
20.Свежие фрукты содержат 81% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 420 кг свежих фруктов?
21.Свежие фрукты содержат 86% воды, а высушенные — 23%. Сколько сухих фруктов получится из 341 кг свежих фруктов?
22.Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?
23.Три одинаковые рубашки дешевле куртки на 10 %. На сколько процентов четыре такие же рубашки дороже куртки?
24.Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 54%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
25.Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 204%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 6%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?