

Функциональная линия — ведущая развивающая линия школьного курса алгебры

Александр Григорьевич Мордкович
доктор педагогических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки РФ, Лауреат премии Президента РФ в
области образования, автор УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича»



Математика в школе — не наука и даже не основы науки, а учебный предмет

В учебном предмете не обязательно соблюдать законы математики как науки, например, такие:

- всё начинается с аксиом,
- нельзя начинать изучение теории без строгого определения основного понятия,
- все утверждения надо доказывать и т. д.



Зачастую более важны законы педагогики и психологии, постулаты теории развивающего обучения.

Принципы развивающего обучения Л.В. Занкова, реализованные в УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича»

1. Теория занимает приоритетное положение. Это характерная особенность учебной дисциплины «математика».
2. Изучение материала должно проходить в быстром темпе. Наши учебники насыщены информацией.
3. Основное внимание при изложении материала уделяется трудным местам курса. Трудности не отменяются, а преодолеваются совместной работой с учащимися с помощью отыскания адекватных методических средств.
4. Ученик не развивается по-настоящему, если он **не осознает своего развития**, не осознает, что изученный на уроке материал имеет гуманитарную (а не только информационную) ценность лично для него.
5. **О развитии всех учащихся.** Принцип означает дифференцированность в обучении. Подходы к решению этой проблемы мы наметили. Особенно ярко это видно в трехуровневой системе упражнений к каждому параграфу. Два уровня — базовые, строго в рамках стандарта (простые задания и задания средней трудности), третий — задания повышенной сложности. Упражнения во многих случаях идут блоками, от номера к номеру добавляется только один новый дидактический компонент, который учитель легко обнаружит и поймёт, надо ли ему в своём конкретном классе идти с предлагаемой авторами скоростью, не стоит ли кое-какие номера пропустить.

О проблемном обучении

Три подхода, в той или иной степени ассоциирующиеся с проблемным обучением:

1. метод обучения с помощью задач;
2. метод обучения с помощью создания проблемных ситуаций;
3. собственно проблемное обучение.

Метод обучения с помощью задач. В начале урока учитель предлагает ученикам задачу, решить которую они пока не в состоянии. Он кое-что объясняет, вводит новые элементы теории, затем возвращается к исходной задаче и доводит её до конца.

Вполне пригодный метод обучения, но есть один крупный недостаток — он не является личностно-ориентированным. Задача, которая разбирается на уроке, нужна **не ученику, а учителю**. Учитель навязывает её учащимся, поскольку это сделает процесс объяснения нового материала **более комфортным для учителя**.

Метод создания проблемных ситуаций. В проблемную ситуацию учащегося загоняет учитель и сам его из проблемной ситуации выводит, причём на том же уроке. При использовании указанных двух методов учащиеся, как правило, пассивны.

При правильном подходе к проблемному обучению ситуация иная:

- 1) с проблемой должен непосредственно столкнуться сам учащийся. Решая задачу или проводя какие-то рассуждения, он должен лично убедиться в том, что что-то ему не по силам, поскольку он, видимо, чего-то не знает (в нашем курсе это, как правило, связано с выходом на новую математическую модель).
- 2) решение проблемы должно быть отсрочено по времени, проблема должна «отлежаться», «обрасти мясом». Только при этих условиях, добравшись до решения проблемы, учащийся поймёт, что он продвинулся в своём развитии, и получит определённые положительные эмоции.

Триада, по которой строится изложение учебного материала в УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича»

Функция



уравнения



формулы



Приоритетность функционально-графической линии имеет ярко выраженный психологический подтекст

Известно, что наш мозг состоит из двух полушарий. Левое, по образному замечанию академика **В. И. Арнольда**, отвечает «за умножение многочленов, языки, шахматы, интриги и последовательности силлогизмов, а правое — за пространственную ориентацию, интуицию и всё необходимое в реальной жизни».

Алгебра в школе преимущественно левополушарна из-за засилья в ней формульной части, тогда как дети к началу изучения алгебры в большинстве своём правополушарны. Налицо противоречие между построением курса и возможностями детей.

Приоритет функционально-графической линии сглаживает это противоречие, поскольку активно опирается на возможности правого полушария, создаёт нормальную среду для гармоничной работы обоих полушарий мозга.

Психолог И. Солнье (I. Solgnier): **«Обучая левое полушарие, вы обучаете только левое полушарие. Обучая правое полушарие, вы обучаете весь мозг».**



Об определениях в курсе математики

Если основная задача учителя — обучение, то он имеет право давать формальное определение любого понятия тогда, когда считает нужным. Если основная задача учителя — развитие, то следует продумать выбор места и времени (*стратегия*) и этапы постепенного подхода к формальному определению на основе предварительного изучения понятия на более простых уровнях (*тактика*).

Таких уровней в математике можно назвать три:

- **наглядно-интуитивный**, когда новое понятие вводится с опорой на интуитивные или образные представления учащихся;
- **рабочий (описательный)**, когда от учащегося требуется уметь ответить не на вопрос «Что такое...», а на вопрос «Как ты понимаешь, что такое...»;
- **формальный**.



Стратегия введения сложных математических понятий

Выходить на формальный уровень следует при выполнении двух условий:

- 1) если у учащихся накопился достаточный опыт для адекватного восприятия вводимого понятия, причём опыт по двум направлениям: *вербальный* (опыт полноценного понимания всех слов, содержащихся в определении) и *генетический* (опыт использования понятия на наглядно-интуитивном и рабочем уровнях);
- 2) если у учащихся появилась потребность в формальном определении понятия.

Новый математический термин и новое обозначение должны появляться мотивированно, тогда, когда в них возникает необходимость – в первую очередь в связи с появлением новой математической модели.

Немотивированное введение нового термина провоцирует запоминание (компонент обучения) без понимания (и, следовательно, без развития).



Стратегия и тактика изучения свойств функций в курсе алгебры 7–11 классов

| Свойство | Класс | | | | |
|--|-------|------|-----|------|------|
| | 7-й | 8-й | 9-й | 10-й | 11-й |
| Область определения | Н | Р | Ф | Ф | Ф |
| Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке | Н | Р | Ф | Ф | Ф |
| Монотонность | Н | Р | Ф | Ф | Ф |
| Непрерывность | Н | Н | Н | Н | Ф |
| Ограниченность | - | Н, Р | Ф | Ф | Ф |
| Выпуклость | - | Н | Н | Н | Н |
| Область значений | - | Н, Р | Ф | Ф | Ф |
| Четность | - | - | Ф | Ф | Ф |
| Периодичность | - | - | - | Ф | Ф |
| Дифференцируемость | - | - | - | - | Н |
| Экстремумы | - | - | - | - | Ф |

Н – наглядно-интуитивный уровень

Р – рабочий уровень (свойство функции изучается словесно, описательно, не загнанно в жесткую формальную конструкцию)

Ф – формальное определение свойства

**Инвариантное
ядро**
(универсальное для
изучения каждого
класса функций)

преобразование графиков

отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на заданном промежутке

графическое решение уравнений, систем уравнений и неравенств

функциональная символика

кусочно-заданные функции

чтение графика



Заключение

В учебном предмете мы не обязаны всё доказывать. Более того, в ряде случаев правдоподобные рассуждения или рассуждения, опирающиеся на графические модели, на интуицию, имеют для школьников более весомую развивающую и гуманитарную ценность, чем формальные доказательства. В нашем курсе всё, что входит в программу, что имеет воспитательную ценность и доступно учащимся, доказывается. Если формальные доказательства мало поучительны и схоластичны, они заменяются правдоподобными рассуждениями (в основном это относится к изучению элементов математического анализа).

Наше кредо:

с одной стороны, *меньше схоластики, меньше формализма, меньше «жёстких моделей», меньше опоры на левое полушарие мозга;*

с другой стороны, *больше геометрических иллюстраций, больше наглядности, больше правдоподобных рассуждений, больше «мягких моделей», больше опоры на правое полушарие мозга.*

Преподавать в постоянном режиме жёсткого моделирования — легко, использовать в преподавании режим мягкого моделирования — трудно; первый режим — удел ремесленников от педагогики, второй режим — удел творцов.



Приказ № 766 от 23.12.2020.

О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утверждённый приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 г. № 254

| | | | | | | |
|----------------|--|---|----|---|---|---------------------------------|
| 1.1.2.4.2.13.1 | Алгебра | Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л. | 7 | ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение» | | От 20 мая 2020 года № 254 |
| 1.1.2.4.2.13.2 | | | 8 | | | |
| 1.1.2.4.2.13.3 | | | 9 | | | |
| 1.1.3.4.1.25.1 | Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (в 2 частях) | Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л. | 10 | АО «Издательство «Просвещение» | Польшакова О.Е., Еремченко И.А., Кожанова А.П., Кочагина М.Н. | До 28 июня 2025 года |
| 1.1.3.4.1.25.2 | | | 11 | | | |



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: vopros@prosv.ru