



Функциональная грамотность на уроках математики



Всероссийская научно-практическая конференция
«Математическое просвещение как одно из условий
реализации Концепции развития математического
образования в России»

Москва. Издательство «Просвещение». 13.04.2021

Л.О. Рослова, канд. пед. наук, заведующий лабораторией
математического общего образования и информатизации,
Институт стратегии развития образования Российской академии
образования, главный редактор журнала «Математика»

Вопросы:

- ***Как оценивают функциональную грамотность?***
- Что такое «математическая грамотность»
- Каковы результаты России по математической грамотности в исследовании PISA
- Инновации PISA-2021-2022

- ***Как формировать математическую грамотность?***
- Что разработано и чем можно пользоваться учителю
- Какие советы и рекомендации можно дать учителю



Что такое «математическая грамотность»

«**Математическая грамотность** – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.

Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.

Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.»

Пример математической неграмотности

Вопрос 3/3

Прочитав статью в Интернете о шкале Фаренгейта, Дмитрий оставил в чате такую запись:

«Дмитрий, 22.01.2016 08:58

Нас учили – градус Цельсия умножить на 9, разделить на 5 и прибавить 32 – получится градус Фаренгейта».

Верно ли запомнил Дмитрий правило перевода значения температуры по шкале Цельсия в значение по шкале Фаренгейта?

Отметьте один ответ, а затем запишите объяснение к нему.

- Да
- Нет

Обоснование: _____

ДВЕ ШКАЛЫ

В большинстве стран мира для измерения температуры используется шкала Цельсия, однако в некоторых странах продолжают по традиции использовать шкалу Фаренгейта.

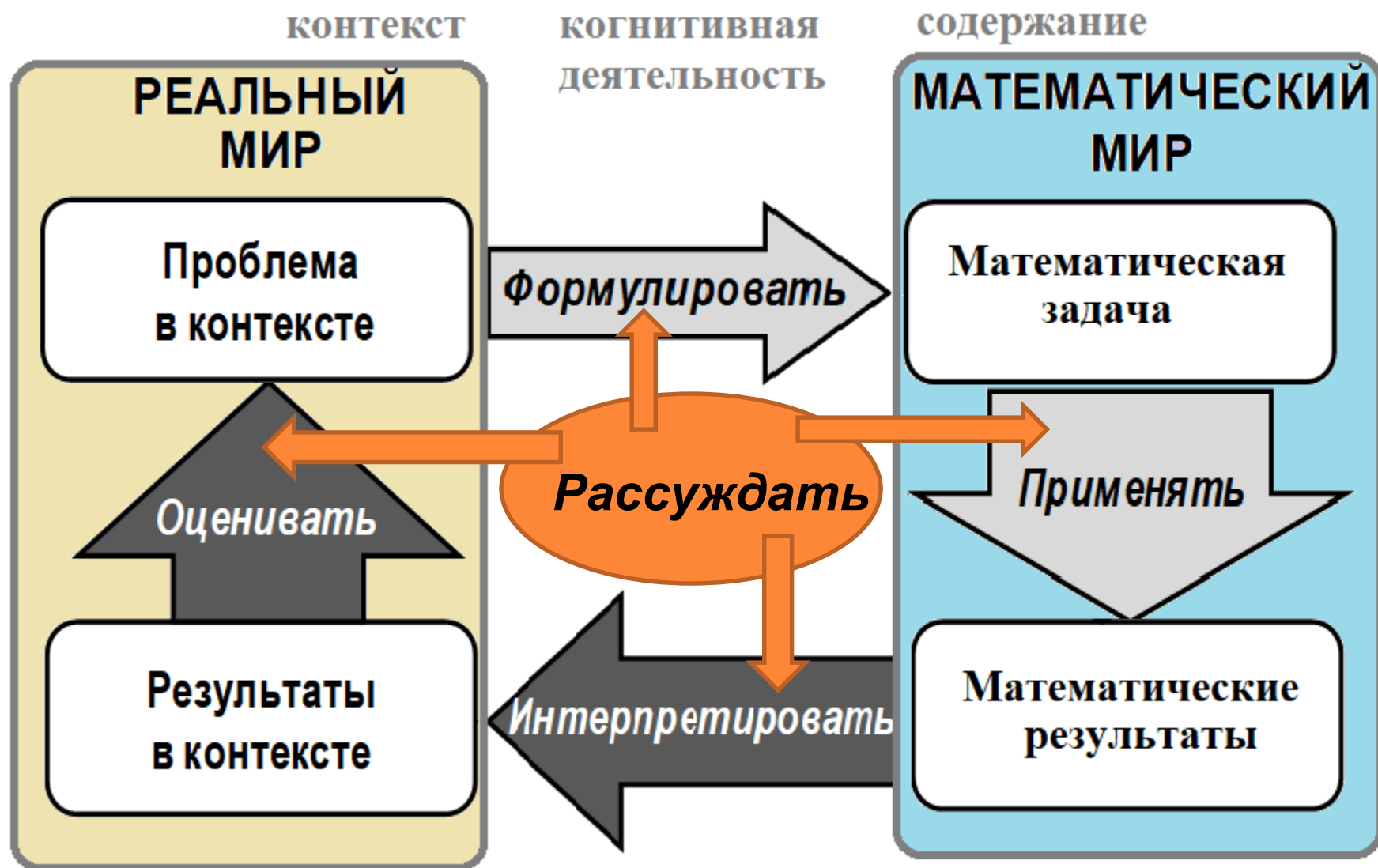
Для перевода температурных значений пользуются формулами, представленными в таблице:

<i>Перевод значения температуры</i>	<i>Формула</i>
из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия	$^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) : 1,8$
из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта	$^{\circ}\text{F} = 1,8 \times ^{\circ}\text{C} + 32$

Ответы учащихся, не связанные с математикой:

- «Да, этому учили в школе»
- «да потому что шкала фаренгейта используется во всем мире»
- «Он прочитал в интернете и по этому должно быть правильно»

Механизм оценки функциональной грамотности





Структура оценки математической грамотности

- **Контекст**, в котором представлена проблема:

*Личная жизнь; Образование/профессиональная деятельность;
Общественная жизнь; Научная деятельность*

- **Математическое содержание**, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности):

*Изменение и зависимости; Пространство и формы;
Неопределенность и данные; Количество*

- **Когнитивные процессы** (составляющие интеллектуальной деятельности), которые описывают деятельность ученика:

*Формулировать ситуацию математически; Применять
математические понятия, факты, процедуры;
Интерпретировать, использовать и оценивать математические
результаты; Рассуждать*

- **Центральный компонент** математической грамотности - связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы:

для решения проблемы учащийся сначала должен *увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.*

- **Акцент** при оценке - математические *рассуждения.*
- **Новые темы** по областям содержания:

Явления роста: линейные, нелинейные, квадратичные и экспоненциальные зависимости (*Изменение и зависимости*)

Геометрическая аппроксимация свойств нестандартных или незнакомых форм и объектов путем разбиения этих фигур и объектов на знакомые формы и объекты (*Пространство и формы*)

Компьютерное моделирование: анализ изменений, влияния переменных на результат; калькулятор (*Количество*)

Принятие решений в ситуациях неопределенности: использование вероятности и основных принципов комбинаторики для интерпретации ситуаций и прогнозирования (*Неопределенность и данные*)

PISA-2021-2022: Пример задания

PISA 2021

Purchasing decision
Introduction

Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.

PURCHASING DECISION

Andrea is shopping online for a new pair of headphones. She has identified a pair that she likes. However, she notices that the product received many poor reviews: a total of 25% 1- and 2-star reviews.

PISA 2021

Purchasing decision
Question 1/2

Andrea looked through all the reviewers comments and noticed that only the 1- and 2-star reviewers made comments about poor quality or about the product arriving late or not at all.

Use the information from the Online reviews tab and from the Summary table tab as well as the built in calculator to answer the questions.

Question	Response
What percentage of all of the reviews deal with poor quality of the product?	
What percentage of the 1- and 2-star reviews deal with the product arriving late or not at all?	

PISA 2021

PURCHASING DECISION

Online reviews Summary table

Stereo Headphone Earbuds and Microphone

Average rating Based on 162 ratings

5 star	46 (28%)
4 star	41 (25%)
3 star	34 (21%)
2 star	28 (17%)
1 star	13 (8%)

Stereo Headphone Earbuds and Microphone

Average rating Based on 162 ratings

5 star	46 (28%)
4 star	41 (25%)
3 star	34 (21%)
2 star	28 (17%)
1 star	13 (8%)

PURCHASING DECISION

To help with her decision to buy the product or not, Andrea studied the comments for the 1- and 2-star reviews and noticed that some of the reviews have nothing to do with the quality or the functioning of the product.

She grouped the responses for the 1- and 2-star reviews and summarised her findings in the table.

REASON	Number
Headphones arrived late	13
Headphones did not arrive at all	4
Cable was damaged or missing	7
One or both earbuds were broken	4
Packaging was unattractive	5
Wrong rating (good review, bad rating)	8



Новые типы заданий PISA-2021-2022

Компьютерное моделирование (работа с изображениями):

инструменты перетаскивания
объектов,
измерения и построения

Электронные таблицы (аналоги):

сортировка,
вычисления,
анализ данных

Представление информации (не линейное):

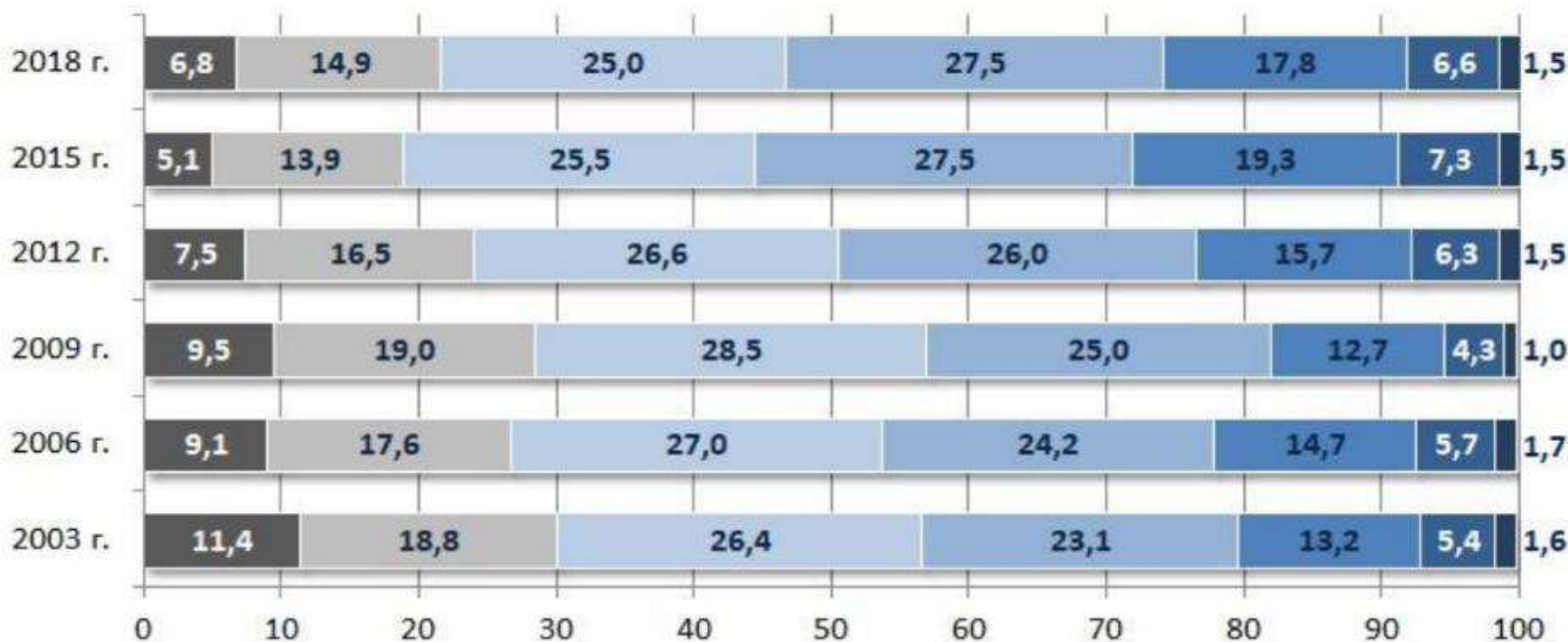
вкладки с информацией в
различных формах (графики,
таблицы и пр.)

Работа с утверждениями:

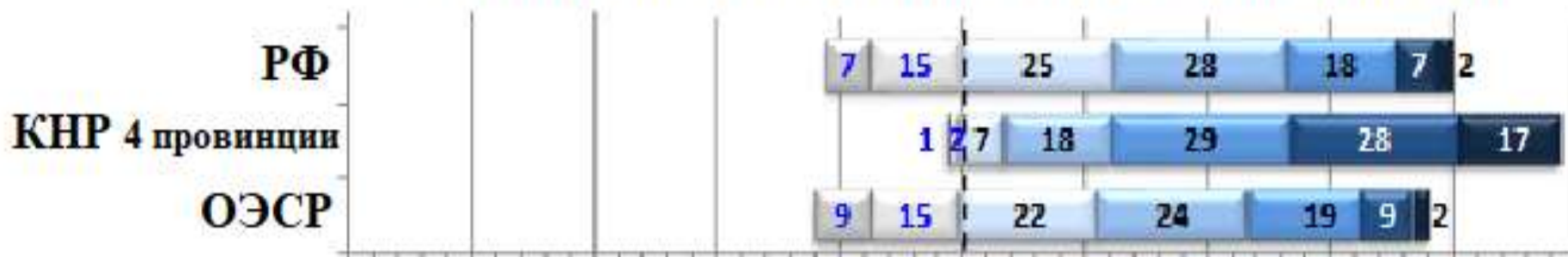
всегда-иногда-никогда,
привести свой пример или
контрпример

Результаты РФ. Уровни МГ

■ Ниже Уровня 1 ■ Уровень 1 ■ Уровень 2 ■ Уровень 3 ■ Уровень 4 ■ Уровень 5 ■ Уровень 6



УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ





Функциональная грамотность: что отличает обучение в странах-лидерах

- Фокус не на деятельности учителя по представлению нового материала, а на стимулировании *самостоятельной учебной деятельности* ученика. Важно, что делают дети, а не учитель.
- *Мотивирующая образовательная среда*
- *Обучение через исследование*: активный ученик - уточняет задачу, ищет информацию, представляет результат, формулирует критерии оценки, вместе с учителем оценивает успешность выполнения
- *Оценивание для обучения*: выполняет функцию обратной связи – показывает сильные и слабые результаты, главное - ближайшие и долговременные учебные цели, а не фиксация неудач
- *Персонализированное обучение*: учебные задачи релевантны *опыту ученика*, актуальны для него
- *Проектное обучение*: межпредметные групповые проекты различной продолжительности, в том числе в связке с реальными задачами своего сообщества

Важное для математической грамотности

- Помнить о **системности** формируемых математических знаний, о необходимости теоретической базы: без знаний нет применения
- формировать **готовность** к взаимодействию с математической стороной окружающего мира: через опыт и погружение в реальные ситуации (отдельные задания; цепочки заданий, объединенных ситуацией, проектные работы)
- учить математическому **моделированию** реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные, создавать **опыт поиска** путей решения жизненных задач
- развивать когнитивную сферу, учить познавать окружающий мир, задаваться вопросами, рассуждать и решать задачи **разными способами**
- формировать **компетенции**: коммуникативную, читательскую, информационную, социальную
- развивать **регулятивную** сферы и **рефлексию**: учить планировать деятельность, конструировать алгоритмы (вычисления, построения и пр.), контролировать процесс и результат, выполнять проверку на соответствие исходным данным и правдоподобие, коррекцию и оценку результата деятельности

Направления формирования математической грамотности

Реализуем ФГОС

- Предметные результаты обучения
- Метапредметные результаты обучения

Вводим новые задания - реальные ситуации

- Используем реальные ситуации, чтобы учить распознавать математику и моделировать ситуацию на языке математики
- От реальной ситуации к текстовой задаче
- От текстовой задачи к реальной ситуации: трансформируем текстовые задачи

«Мягкий» мониторинг

<p>Контекст:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Личная жизнь</i> • <i>Образование/ профессии</i> • <i>Общественная жизнь</i> • <i>Научная деятельность</i> 	<p>Когнитивная область:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Формулирование</i> • <i>Применение</i> • <i>Интерпретирование/оценивание</i> • <i>Рассуждение</i> 	<p>Область содержания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Изменение и зависимости</i> • <i>Пространство и формы</i> • <i>Неопределенность и данные</i> • <i>Количество</i>
<p>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ</p>		
<p>Основные положения:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Соответствие ФГОС • Актуальность содержания (по классам) • Использование компьютера 	<p>Требования к заданиям:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Комплексность (источники, виды информации, вопросы) • Мотивации (возраст, интерес, доступность) • Контекстность, реалистичность • Проблемность • Вариативность решений • Уровневость 	<p>Структура задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Текст-описание – вербальный, графический • Фото иллюстрации • Справочный материал • Вопросы

Задания «мягкого» мониторинга.

Сайт ИСРО РАО: <http://www.skiv.instrao.ru>

исро рао официальный сайт — x MA_7_2020_список заданий.pdf x +

Небезопасно | skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/matematicheskaya-gramotnost/MA_7_2020_список%20задани...

1 из 2

— + ↺ 📄 Д⁰ Прочсть вслх | 🗑 Нарисовать | ✂ Стереть | 📄 📄 📌

ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ
для формирования
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 7 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/вопросов	Источник: (где размещены или опубликованы задания)
ЧАСТЬ 1			
1)	Торжественный путь	2	Демонстрационный вариант 2019 http://www.skiv.instrao.ru
2)	Поездка на метро	2	Демонстрационный вариант 2019 http://www.skiv.instrao.ru
3)	Бульварные подъезники	2	Демонстрационный вариант 2019 http://www.skiv.instrao.ru
4)	Поскупка телевизора	2	Демонстрационный вариант 2019 http://www.skiv.instrao.ru
ЧАСТЬ 2			
5)	Поступление в предпрофильный класс	2	Математическая грамотность. Сборник типовых заданий. Выпуск 1: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалевой, Л.О. Рословой. — М.: СФЕД. Просвещение, 2020. 79 с., С. 6.
6)	Новая квартира	2	Там же, С. 8.
7)	Визитные листы	2	Там же, С. 39.
8)	Новые дорожные покрытия	2	Там же, С. 41.
ЧАСТЬ 3			
9)	Шакала температур	2	Открытый банк заданий 2020 http://www.skiv.instrao.ru
10)	Ремонт кофшты	2	Открытый банк заданий 2020 http://www.skiv.instrao.ru
11)	Частота пульса при физической нагрузке	2	Открытый банк заданий 2020 http://www.skiv.instrao.ru
12)	Московский метрополитен	2	Открытый банк заданий 2020 http://www.skiv.instrao.ru
13)	Акции и скидки	2	Открытый банк заданий 2020 http://www.skiv.instrao.ru
14)	Конструкция строительной формы	2	Открытый банк заданий 2020 http://www.skiv.instrao.ru

Мониторинг формирования функциональной грамотности

17:27 21.08.2020

Часть 1. Демонстрационные варианты. Сайт ИСРО РАО

The screenshot shows a web browser window with the URL `skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/matematicheskaya-gramotnost.php`. The page header identifies the organization as the Federal Scientific Center of Educational Research (ISRO) of the Russian Academy of Education. The main navigation bar includes links for 'Главная', 'О проекте', 'Демонстрационные материалы', 'Банк заданий', 'Конференции, семинары, форумы', and 'Личный кабинет'. The 'Демонстрационные материалы' section is active, displaying the title 'Математическая грамотность'. A sidebar on the left lists various types of materials: 'Читательская грамотность', 'Математическая грамотность', 'Естественнонаучная грамотность', 'Финансовая грамотность', 'Глобальные компетенции', 'Креативное мышление', and 'Поиск по сайту'. The main content area lists five items, each with a 'Скачать' link: 'Основные подходы к оценке математической грамотности учащихся основной школы', 'Диагностическая работа для учащихся 5 классов', 'Характеристики заданий и система оценивания (Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 5 классов)', 'Диагностическая работа для учащихся 7 классов', and 'Характеристики заданий и система оценивания (Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 7 классов)'. The bottom of the page shows a Windows taskbar with the date 21.08.2020 and time 13:12.

исро рао официальный сайт — x Демонстрационные материалы x +

Небезопасно | skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/matematicheskaya-gramotnost.php

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в
проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»

Главная О проекте **Демонстрационные материалы** Банк заданий Конференции, семинары, форумы Личный кабинет

Читательская грамотность

Математическая грамотность

Естественнонаучная грамотность

Финансовая грамотность

Глобальные компетенции

Креативное мышление

Поиск по сайту

Поиск

Авторизация

Логин:

Математическая грамотность

- [Основные подходы к оценке математической грамотности учащихся основной школы](#) [Скачать](#)
- [Диагностическая работа для учащихся 5 классов](#) [Скачать](#)
- [Характеристики заданий и система оценивания \(Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 5 классов\)](#) [Скачать](#)
- [Диагностическая работа для учащихся 7 классов](#) [Скачать](#)
- [Характеристики заданий и система оценивания \(Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 7 классов\)](#) [Скачать](#)

13:12
21.08.2020

Часть 3. Банк заданий. Сайт ИСРО РАО

исро рао официальный сайт — x | Математическая грамотность x +

Небезопасно | skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/matematiceskaya-gramotnost/index.php

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»

Главная | О проекте | Демонстрационные материалы | **Банк заданий** | Конференции, семинары, форумы | Личный кабинет

Читательская грамотность

Математическая грамотность

Естественнонаучная грамотность

Глобальные компетенции

Финансовая грамотность

Креативное мышление

Поиск по сайту

Авторизация

Логин:

Математическая грамотность

5 класс

- список заданий [Скачать](#)
- задания [Скачать](#)
- характеристики заданий и система оценивания [Скачать](#)
- методические комментарии к заданиям [Скачать](#)

6 класс

- список заданий [Скачать](#)
- задания [Скачать](#)
- характеристики заданий и система оценивания [Скачать](#)
- методические комментарии к заданиям [Скачать](#)

7 класс

- [список заданий](#) [Скачать](#)
- [задания](#) [Скачать](#)
- [характеристики заданий и система оценивания](#) [Скачать](#)
- [методические комментарии к заданиям](#) [Скачать](#)

8 класс



Часть 3. Банк заданий. Пример задания

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пособие на ребёнка

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.



<https://pfr.ru/monitoring-formirovaniya-funktsionalnoy-gramotnosti/>
[961460920481_fam-sergiy-2019](https://pfr.ru/monitoring-formirovaniya-funktsionalnoy-gramotnosti/)

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

Член семьи	Доход за последние 12 месяцев, руб.
Мама – Иванова Мария Петровна	347 040
Папа – Иванов Сергей Андреевич	429 000

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2 задания).

Пособие на ребёнка. Задание 1.

Характеристика задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развернутым ответом (в виде текста, рисунка и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнения

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Дан ответ: «Да». Приведено верное обоснование. Возможное обоснование: 1) $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.); 2) $11054 \cdot 2 = 22\,108$ (руб.); $16\,167,5 < 22\,108$.
1	Дан ответ: «Нет». Приведено обоснование, где сравниваются $16\,167,5$ и 11054 (не все условия выполнены – сравнивают с 0 ; прожиточном минимумом, а не с двумя). $(347040 + 429000) : 4 : 12 = 16\,167,5$ (руб.); $16\,167,5 > 11\,054$.
0	Другие ответы.

КОММЕНТАРИИ к открытому банку заданий по формированию функциональной грамотности. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2 задания).

Успешность выполнения этих двух заданий существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения стратегиями смыслового чтения, то есть метрипредметных умений. К ним также следует отнести и такие виды деятельности, как:

- удержание в процессе решения задачи всех условий, необходимых для ее решения; контроль соблюдения ограничений при нахождении решения и интерпретация полученного результата;
- работы с информацией, представленной в различной форме (текст, таблица).

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Объём задания относится к области содержания «Количество», этот материал чаще всего изучается в 5-х – 6-х классах: выполнять вычисления с натуральными числами, сравнивать натуральные числа (задание 2), интерпретировать полученную в результате вычислений десятичную дробь, сравнивать ее с натуральным числом (задание 1). Из прочих умений используются: читать и интерпретировать данные таблицы; составлять высказывания; излагать решение в письменной форме.

Когнитивная деятельность характеризуется применением навыков выполнения алгоритмических предписаний (задание 1) и использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Первое задание относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации (вставку и рамку, содержащую информацию нормативного характера с алгоритмом подсчета, можно считать отдельным источником), информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос надо следовать четко



Советы и рекомендации от PISA учителям математики

- Обеспечить сочетание стратегий обучения, ориентированных на учителя и учащихся (*учите и давайте учиться самостоятельно*)
- Сочетайте стратегии обучения, основанные на запоминании, с другими стратегиями
- Используйте стратегии, развивающие когнитивные навыки (*учите думать каждого*)
- Оценивайте так, чтобы стимулировать изучение, более глубокое изучение
- Используйте для контроля разные стратегии (*формирующего, критериального оценивания*)
- Обращайте внимание, как учатся учащиеся. Поощряйте их размышлять над тем, как они учатся (*учите учиться*)
- Позволяйте сложности ситуации самой направлять стратегии обучения (*подстраивайтесь под ситуацию*)



Часть 2. Учебное пособие

«Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

- Комплексное рассмотрение ситуации: предметные навыки, виды когнитивной деятельности, разные вопросы и решения, возможные ошибки, интерпретация результатов
- Обратная связь: динамика результатов: стартовые задания – обучающие – итоговые
- Развитие самоконтроля и самопроверки: ответы и решения, критерии оценивания
- Внимание на трудности и недостатки в метапредметной подготовке: смысловое чтение, работа с информацией, критическое мышление, работа с утверждениями
- Самостоятельность и творчество
- Вариативность использования



МОДУЛЬ 2

СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	39
Вязаные вещи.....	—
Новое дорожное покрытие.....	41
Проверьте себя! Ответы и комментарии к стартовым заданиям	44
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «ВЯЗАНЫЕ ВЕЩИ»	46
Знаете ли вы?	—
Верно или неверно?	48
Пример и контрпример	—
Всегда — Никогда — Иногда.....	49
Разные решения	50
Найдите ошибку	51
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	52
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «НОВОЕ ДОРОЖНОЕ ПОКРЫТИЕ»	54
Знаете ли вы?	—
Верно или неверно?	57
Пример и контрпример	58
Всегда — Никогда — Иногда.....	59
Разные решения	60
Найдите ошибку	61
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	62
ИТОГОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	65
Вязаные вещи.....	—
Новое дорожное покрытие.....	66
Проверьте себя! Ответы и комментарии к итоговым заданиям	70
СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ К СИТУАЦИИ «ВЯЗАНЫЕ ВЕЩИ»	72





Фрагменты пособия

«Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

Проверьте себя!

Ответы и комментарии к стартовым заданиям

Для каждого вопроса сверьте свой ответ и решение с ответом и решениями, приведёнными в таблице. По обозначенным критериям оцените свой ответ на вопрос и выставьте соответствующее ему количество баллов.

№ вопроса	Ответ	Критерии оценивания	Баллы
1	Ответ: 72	1 балл — дан верный ответ; 0 баллов — дан другой ответ ИЛИ ответ отсутствует	
2	Ответ: Хватит. Возможный вариант решения: 1) $0,25 \cdot 1,2 = 0,3$ (м ²); 2) $0,4 \cdot 1,5 = 0,6$ (м ²); 3) $0,6 : 0,3 = 2$; 4) $2 \cdot 250 = 500$ (г); 5) $500 + 250 = 750$ (г); 6) $750 < 800$	2 балла — дан верный ответ и приведено верное решение; сравнение может быть сделано устно и в записи отсутствовать; 1 балл — из решения понятно, что находится, во сколько раз одна площадь больше другой и во сколько раз увеличивается расход пряжи на второй шарф; находится сумма двух расходов и сравнивается с 800 г, но есть ошибка	4

А. Меньше.

Б. Больше.

Вариант объяснения:

Данное покрытие при всех сложных состояниях дороги дало значение, больше стандартного: $0,42 > 0,4$; $0,21 > 0,2$; $0,13 > 0,1$. Чем больше k , тем меньше тормозной путь

2 балла — верно даны оба ответа, к первому ответу дано объяснение;

1 балл — верно даны оба ответа, но объяснение не содержит фразу «при всех сложных дорожных условиях» и отсутствует сравнение тестового k со стандартным;

0 баллов — даны другие ответы ИЛИ ответы отсутствуют

Количество набранных баллов:

Максимальное количество баллов:

7

Обучающие задания

Знаете ли вы?

Фрагменты пособия

«Математическая грамотность.
Сборник эталонных заданий»

А. Вычислите тормозной путь автомобиля в сухую погоду на асфальте при различных значениях скорости начала торможения. Коэффициент сцепления с дорогой в сухую погоду равен 0,8. Результат округлите.

Начальная скорость, км/ч	Тормозной путь, м
40	
60	
80	
100	
120	

Б. При каком значении скорости в момент торможении тормозной путь составит не более

Ответ: _____

2. Под воздействием климатических условий дорожное покрытие может пребывать в различном состоянии, что оказывает влияние на значение коэффициента сцепления дороги с транспортными средствами. Вычислите тормозной путь автомобиля, движущегося по асфальту, при различных сложных дорожных условиях, если скорость в момент начала торможения равна 60 км/ч. Результат округлите.

Сложности дорожных условий	Стандартное значение k	Тормозной путь, м
Мокрая дорога	0,4	
Укатанный снег	0,2	
Обледенелая дорога	0,1	

3. Наиболее опасным условием, при котором чаще всего происходят дорожно-транспортные происшествия, является наличие на дорожной поверхности различных осадков. За сколько метров до светофора водитель должен начать торможение, если автомобиль движется по мокрой дороге со скоростью 90 км/ч? Результат округлите.

Ответ: _____

7. Проанализируйте формулу тормозного пути и поставьте знак «✓» в соответствующих ячейках.

$$S = \frac{v^2}{254k}, \text{ где}$$

S — тормозной путь (м); v — скорость автомобиля в момент начала торможения (км/ч); k — коэффициент сцепления с дорогой.

Утверждение	Верно	Неверно
1. Чем больше начальная скорость, тем больше тормозной путь		
2. Во сколько раз увеличивается начальная скорость, во столько же раз увеличивается и тормозной путь		
3. При уменьшении коэффициента сцепления в 2 раза тормозной путь увеличивается в 2 раза		

8. Верна ли схема, изображающая зависимость тормозного пути от коэффициента сцепления шин с дорогой? Отметьте свой ответ знаком «✓».



- Да
 Нет

Всегда — Никогда — Иногда

11. Какое из приведённых в таблице утверждений верно всегда, какое утверждение — иногда, а какое — никогда?

Утверждение	Всегда	Никогда	Иногда
1. Тормозной путь прямо пропорционален квадрату скорости в момент начала торможения			
2. Тормозной путь прямо пропорционален коэффициенту сцепления шин с дорогой			
3. Если скорость автомобиля меньше 60 км/ч, то его тормозной путь составляет не более 20 м			

Приведите пример, когда утверждение, для которого вы выбрали ответ «иногда», верно, и пример, когда утверждение неверно.

Пример «утверждение верно»: _____

Пример «утверждение неверно»:

Разные решения

12. Ученики решали задачу: Два одинаковых автомобиля, едущие со скоростью 50 и 70 км/ч по сухому асфальту, одновременно начинают экстренное торможение. Сколько метров проедет второй автомобиль после того, как первый автомобиль остановится?

Разберите решения учеников. Для каждого решения укажите, верно ли оно. Отметьте свой ответ знаком «✓».

Решение 1:

- 1) $70^2 : (254 \cdot 0,8) = 24,1$ (м) — тормозной путь первого автомобиля;
- 2) $50^2 : (254 \cdot 0,8) = 12,3$ (м) — тормозной путь второго автомобиля;
- 3) $24,1 - 12,3 = 11,8$ (м).

Ответ: 11,8 м.

Верно ли решение?

Да

Нет

Решение 2:

Разность скоростей равна $70 - 50 = 20$ км/ч, значит, разность тормозных путей равна $\frac{(70-50)^2}{254 \cdot 0,8} = \frac{400}{203,2} = 1,97$.

Ответ: 1,97 м.

Верно ли решение?

Да

Нет

Найдите ошибку

13. Семиклассники провели эксперимент: они измерили тормозной путь велосипедиста при движении с различными скоростями по дороге, покрытой ледяной коркой. Результаты измерений занесены в таблицу. Найдите ошибку и исправьте её.

Скорость велосипедиста, км/ч	Тормозной путь, м
10	3,2
15	7,2
18	8,1
20	12,8

Ответы и комментарии к обучающим заданиям

Если задание выполнено верно, в столбце «Баллы» поставьте 1, если неверно — 0.

№ во-проса	Ответы и комментарии		Баллы
1	А.	Начальная скорость, км/ч	Тормозной путь, м
		40	7,9
		60	17,7
		80	
		100	
		120	
			Б. 40 км/ч
11	Всегда — Никогда — Иногда. Утверждение 3 верно при движении автомобиля по сухому асфальту и неверно в других случаях		
12	Решения 1 и 3 — верные. Решение 2 — неверное. Вывод о том, что в формулу тормозного пути вместо скорости можно подставить разность скоростей, чтобы получить разность путей, неверен		
13	При скорости движения велосипедиста, равной 18 км/ч, тормозной путь равен 10,4 м. Во всех других случаях коэффициент сцепления равен примерно 0,123, что соответствует условию обледенелой дороги		
Количество набранных баллов:			
Максимальное количество баллов:			13



СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ к ситуации «Дорожное покрытие»

Фрагменты пособия

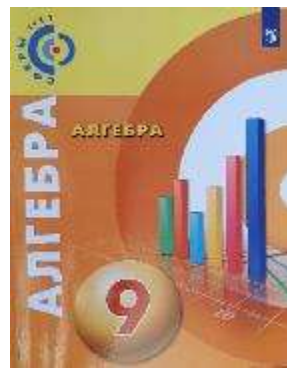
«Математическая грамотность.
Сборник эталонных заданий»

1. Продолжите составление задачи на отыскание значения коэффициента сцепления шин с дорогой. Данные о скорости движения автомобиля задайте самостоятельно.

Ваша задача: Для автомобиля, двигавшегося со скоростью _____ км/ч, тормозной путь составил 15 м. Определите значение коэффициента k сцепления шин с дорогой. Результат округлите до _____ .

3. Составьте задачу об определении дорожных условий движения автомобиля. Учитывайте стандартные значения коэффициента k сцепления шин с дорогой с асфальтовым покрытием при сложных дорожных условиях, указанные в таблице выше. Длину тормозного пути и скорость движения автомобиля задайте самостоятельно.

Ваша задача: _____



УМК. 9 класс

Е.А. Бунимович и др.
(«Сферы»)

УМК под редакцией Г.В. Дорофеева

147 ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ

а) В каком случае турист пройдёт одно и то же расстояние быстрее: если он будет идти по горизонтальной дороге с постоянной скоростью или же если половину пути он будет идти в гору со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем его скорость по горизонтальной дороге, а половину пути — с горы со скоростью, на 1 км/ч большей, чем по горизонтальной дороге?



б) Сапа и Даша отправляются из одного дома к школе, расстояние до которой 2 км . Сапа первую половину пути бежит со скоростью $a \text{ км/ч}$, а вторую половину пути идёт со скоростью $b \text{ км/ч}$. Даша первую половину времени бежит со скоростью $a \text{ км/ч}$, а вторую половину времени идёт со скоростью $b \text{ км/ч}$. Кто из них доберётся до школы раньше?

69 ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ Определите, можно ли перевезти на автомобиле, грузоподъёмность которого 5 т , одновременно 2 м^3 бука и 3 м^3 ясеня, если известны границы плотности ρ (в г/см^3) бука ($0,7 < \rho_1 < 0,9$) и ясеня ($0,6 < \rho_2 < 0,8$).

457

МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС Спортивные аналитики оценивают футбольные команды по некоторому набору параметров, например по количеству забитых и пропущенных голов, голевых моментов и т.п. Чем меньше у команды стандартное отклонение по каждому параметру, тем более сбалансированной является команда. Чем больше стандартное отклонение, тем менее она сбалансирована, например, у команды сильное нападение, но слабая защита. Найдите в СМИ необходимую информацию и проанализируйте сбалансированность команд, занявших на последнем чемпионате России по футболу первые три места. (Аналогичное задание можно выполнить и для других видов спорта: баскетбола, хоккея и пр.) Использование среднеквадратического отклонения параметров команды позволяет оценить сильные и слабые стороны команд, а значит, и выбираемые способы борьбы.



374

МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС (№ 374, 375)

Самолёт начал снижение на высоте 8000 м и первые десять минут снижался на 500 м в минуту.

- Запишите формулу для вычисления высоты h_1 , на которой окажется самолёт через n минут после начала снижения.
- На какой высоте будет самолёт через 7 мин после начала снижения?
- На какой минуте самолёт окажется ниже 3000 м над уровнем земли?
- Изобразите точками на координатной плоскости первые десять членов последовательности (h_n) .

375

В школе-новостройке сейчас учатся 200 учеников. Допустим, что каждый год число учащихся будет увеличиваться на 20 человек.

- Запишите формулу для вычисления числа учащихся в школе через n лет.
- Школа рассчитана на обучение 340 учащихся. Через сколько лет будет достигнута норма?
- Покажите на столбчатой диаграмме прирост числа учащихся в течение пяти лет.

Какие можно дать рекомендации

- Систематически использовать задания, построенные на реальных жизненных сюжетах
- Встраивать практико-ориентированные сюжеты и задачи в урочную деятельность
- Подходить комплексно к планированию формирования МГ, увязывать с формированием метапредметных результатов обучения
- Формировать МГ дифференцированно. Не ограничиваться заданиями порогового уровня. Предлагать более сложные задачи, развивать функциональную грамотность высоких уровней. Предлагать каждому и простые и сложные задачи.
- Использовать ресурсы различных объединений учителей: методических объединений, ассоциаций, сетевых сообществ

Литература

- **Результаты международного исследования PISA 2018.** Публикации [Электронный ресурс]. <http://www.centeroko.ru>
- **Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий.** Выпуск 1. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1, Ч.2 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О.Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни)
- **Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий.** Выпуск 2. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1, Ч. 2 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О.Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни) (в печати)
- **Журнал «Математика».**- 2020.- №2, 6,7,8. - [Электронный ресурс]. <https://raum.math.ru/node/179>
- Алгебра. 9 кл.: **учебник / под ред. Г.В.Дорофеева.** – М. : Просвещение, 2019.
- Алгебра. 9 кл.: **учебник / Е.А. Бунимович и др.** – М. : Просвещение, 2019. («Сферы»)
- Электронный ресурс. <http://www.skiv.instrao.ru>
- **Schleicher A.** Key questions for mathematics teachers and how PISA can answer them. 42nd meeting of the PISA Governing Board Brasilia, Brazil. 2016

- 14.04.2021
- Примеры заданий PISA: уровни 5 и 6
- Динамика результатов TIMSS

Пример «Парусные корабли»

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

PWC © by skysails



Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Пример «Парусные корабли»

- 1) $3500000 \cdot 0,2 = 700000$ (л)
- 2) $700000 \cdot 0,42 = 294000$ (з.)
- 3) $2500000 : 294000 \approx 8,5$ (л.)

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



Из-за высокой стоимости дизельного топлива **0,42 зедра** за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на **20%**.

Название: «Новая волна».
 Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).
 Длина: 117 метров.
 Ширина: 18 метров.
 Грузоподъёмность: 12 000 тонн.
 Максимальная скорость: 19 узлов.
 Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно **3 500 000** литров.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет **2 500 000 зедов**.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Пример «Парусные корабли»

- **Область содержания:** Количество
- **Когнитивный процесс:** Формулировать
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Уровень МГ:** 5
- **Результаты:** РФ - 2012: 16%
Средний результат стран ОЭСР: 15%
Максимальный результат: 47%

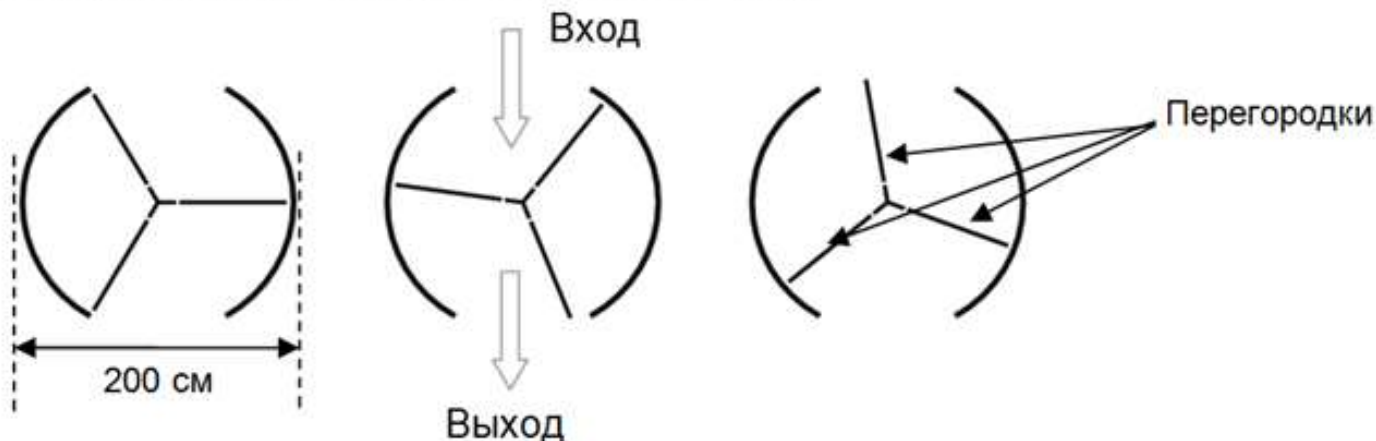
Мнение экспертов:

Задача была бы посильной для российских учащихся, если бы была сформулирована в редакции (типичная задача):

За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?

Пример «Вращающаяся дверь»

Пример «Вращающаяся дверь». Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Вопрос 1. Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками? Ответ: 120° .

Пример «Вращающаяся дверь»

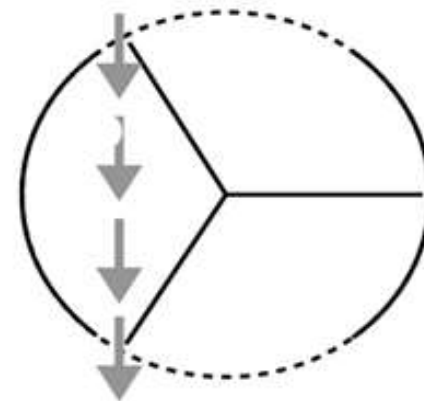
Вопрос 2. Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход.

Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Ответ: в пределах от 103 до 105 (значение зависит от точности значения π , использованного в вычислениях), принимаются ответы $(\frac{100\pi}{3})$, вычисленные как $1/6$ длины окружности.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



Область содержания: Пространство и форма.

Когнитивный процесс: Формулировать.

Контекст: Научная деятельность

Результаты: РФ - 2012: 3%. Средний результат стран ОЭСР: 4%. Максимальный результат: 14%

Что происходит с результатами российских учащихся при переходе из начальной школы в основную?

МАТЕМАТИКА

(средний балл по России)

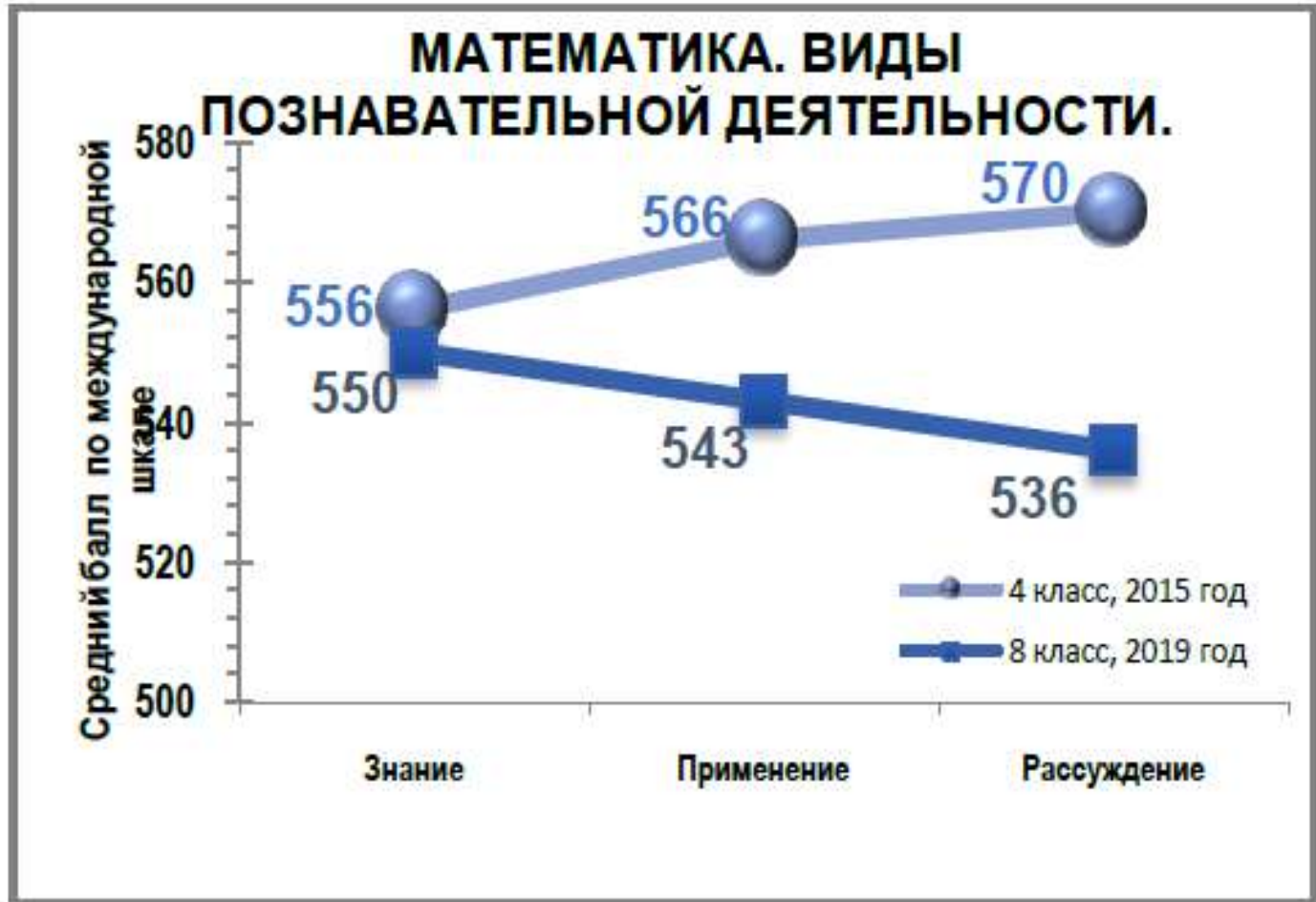
	2003 год	2007 год	2011 год	2015 год	2019 год
4 класс	532	544	542	564	567
8 класс	508	512	539	538	543
		Δ -20	Δ -5	Δ -4	Δ -21

ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ

(средний балл по России)

	2003 год	2007 год	2011 год	2015 год	2019 год
4 класс	526	546	552	567	567
8 класс	514	530	542	544	543
		Δ +4	Δ -4	Δ -8	Δ -24

Динамика результатов российских учащихся в исследовании TIMSS: математика, познавательная деятельность



Спасибо за внимание!
Будьте здоровы!

Лариса Олеговна Рослова
roslova.math@yandex.ru