

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Семенов Андрей Викторович,

*кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник Федерального
института педагогических измерений*

13.04.2021.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

И.В. Яценко, А.В. Семенов, И.Р. Высоцкий

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для учителей, подготовленные
на основе анализа типичных ошибок уча-
стников ЕГЭ 2020 года

по **МАТЕМАТИКЕ**



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
обучающимся
по организации индивидуальной
подготовки к ЕГЭ 2020 года

МАТЕМАТИКА
(базовый уровень)



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
обучающимся
по организации индивидуальной
подготовки к ЕГЭ 2020 года

МАТЕМАТИКА
(профильный уровень)



Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Изменения в КИМ ЕГЭ по математике базового и профильного уровней 2021 г. по сравнению с 2020 г.

Изменения в количестве, форме, содержании и уровне сложности заданий отсутствуют.

В демонстрационные варианты добавлено несколько дополнительных примеров заданий из вариантов прошлых лет

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Дорогие друзья!

Скоро Вам предстоит сдать единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике. Ваша основная задача – показать хорошую математическую подготовку и получить аттестат о среднем образовании. Подготовка будет эффективной, если Вы систематически занимаетесь. Данные рекомендации помогут Вам в подготовке к экзамену.

Экзаменационная работа в себя 20 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям с кратким ответом 1–20 записываются в виде целого числа конечной десятичной дроби в бланке ответов № 1.

Задания проверяют базовые вычислительные и логические умения и на умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В работу включены задания базового уровня по всем основным предметным разделам: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

На экзамене разрешается пользоваться только теми справочными материалами, которые выданы вместе с вариантом контрольных измерительных материалов. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой. Калькулятор на экзамене использовать не разрешается.

Максимальное количество первичных баллов, которое может получить учащийся за выполнение всей экзаменационной работы – 20 баллов. За право выполнения каждого задания 1–20 начисляется 1 первичный балл.

Для прохождения государственной итоговой аттестации по математике необходимо набрать не менее 7 первичных баллов.

При самостоятельной подготовке к экзамену рекомендуется использовать следующую таблицу, включающую все темы и элементы содержания, которые могут быть проверены на едином государственном экзамене по математике (таблица 1). Отмечая темы, которые Вы уже изучили / повторили, а какие еще предстоит изучить / повторить, Вы сможете спланировать свою подготовку к экзамену.

№ задания	Элементы содержания	Пройдено	Необходимо изучить / повторить
Алгебра			
1	Целые, дробные числа		
2	Рациональные числа, степени с целыми показателями		
3	Дроби, проценты, рациональные числа		
4	Работа с формулами; преобразования выражений, включающих арифметические операции, операции возведения в степень, операции вычисления корня		
5	Преобразования выражений, включающих арифметические операции, операции возведения в степень, операции вычисления корня; преобразования тригонометрических и логарифмических выражений		
6	Решение текстовой задачи, сводящейся к преобразованию выражений, включающих арифметические операции		
12	Текстовая задача, сводящаяся к преобразованию выражений, включающих арифметические		



19	Текстовая задача, сводящаяся к преобразованию выражений, включающих арифметические		
----	--	--	--

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
обучающимся
по организации индивидуальной
подготовки к ЕГЭ 2020 года**

**МАТЕМАТИКА
(базовый уровень)**

10	Круг, шар и сфера; длина, вычисление угла, площадь, объем		
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей			
10	Вероятность события		
11	Табличное и графическое представление данных		

Рекомендуем Вам придерживаться следующих этапов индивидуальной подготовки:

1. Определить свой уровень подготовки

Для подготовки к экзамену нужно определить уровень своих знаний и умений. Нужно решить три-пять разных вариантов, соответствующих демонстрационному¹ варианту ЕГЭ уровня 2020 г. из печатных или электронных учебных пособий. Лучше брать варианты из проверенных источников, таких как сборники заданий, их можно методическую службу в ФГБНУ «ФИПИ», бесплатные авторитетные ресурсы. На выполнение каждого варианта следует отводить не менее трёх часов – 3 часа). Результаты нужно занести в лист достижений – таблицу, в столбцах – вариант (номер варианта, работы), строчки – номера заданий, обозначая правильные ответы знаком «+», а неправильные – знаком «-». В приложении часть листа достижений.

Таблица 2

Лист достижений					
Варианты					
1	2	3	4	5	

на листе достижений будут видны задания, при выполнении которых возникли трудности (знак «-»). Лист достижений позволит определить уровень подготовки и темы, по которым решаются всегда правильно, решаются не всегда правильно или не решаются никогда.

Кроме того при анализе ЕГЭ базового уровня по математике выделяется четыре основных с разными уровнями математической подготовки:

группа наименее подготовленных участников экзамена выполняет не более пяти заданий (соответствует отметке «2»). Выпускники не обладают математическими знаниями на базовом, базовом и общественно значимом уровне, не владеют основными умениями счета и чтения.

группа низкого уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, выполняют от 7 заданий до 11 заданий (соответствует отметке «3»). Как правило, им требуются прямые подсчеты. Экзаменуемые с данным уровнем подготовки нуждаются в заданиях на проценты.

группа базового уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, выполняют от 12 заданий до 16 заданий (соответствует отметке «4»). Выпускники базовым уровнем математических знаний, необходимым в бытовых расчетах, жизненных ситуациях. Они планируют продолжение образования в области математики.

группа выше базового уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, выполняют от 17 заданий до 20 заданий (соответствует отметке «5»). Выпускники владеют базовым уровнем математических знаний, необходимым в бытовых расчетах, жизненных ситуациях. Они планируют продолжение образования в области математики.

¹ Демонстрационный вариант КИМ ЕГЭ по математике (базовый уровень). Коэффициент элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике (базовый уровень) и Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена по математике (базовый уровень) размещены на сайте ФГБНУ «ФИПИ» в соответствующем разделе или по ссылке <http://fipi.ru/exam>

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

не связанных с математикой. ЕГЭ по математике профильного уровня не требуется им для поступления на выбранные ими специальности.

2. Сформулировать цель сдачи экзамена

Для подготовки к экзамену нужно определить цель его сдачи.

Для того, чтобы пройти государственную итоговую аттестацию (набрать 7 первичных баллов), достаточно выполнить задания первой половины вари 10 задания).

Результаты базового ЕГЭ не используются для поступления в вуз подготовка к сдаче ЕГЭ базового уровня на высокий балл позволит математические навыки, необходимые в жизни, массовых профессиях, обучении специальностям, для которых не требуется ЕГЭ по математике профильного уровня такой цели на экзамене необходимо выполнить максимально возможное число за

3. Выстроить стратегию подготовки к экзамену

Верно сформулированная цель с учётом уровня подготовки позволит готовиться к экзамену.

Если цель – только сдать экзамен, а уровень подготовки ниже базового, то нужно тренироваться выполнять задания, которые хорошо получаются стабильного верного их решения. При переходе к решению новых заданий изучите материал по учебникам, а затем, с использованием видеопечатных и электронных учебных пособий, переходите к решению задач. В очередь следует обратить внимание на правильность понимания вопроса и верность вычислений.

Если цель – успешно учиться в вузе, который не предъявляет специфических требований к уровню математической подготовки абитуриентов, то ориентироваться на получение 4 или 5 тестовых баллов при текущем базовом уровне подготовки, нужно верно решать все задания варианта.

Следует уделить особое внимание изучению условия задачи и названий безошибочного выполнения арифметических действий. При подготовке к экзамену все вычисления должны выполняться без калькулятора (как на ЕГЭ). Распечатайте справочные материалы, которыми можно пользоваться на экзамене. На черновике нужно записывать выражение, преобразование и с использованием законов сложения и умножения, формул сокращённого умножения (не забывайте про справочные материалы) и вычисления «в столбик». В самом процессе следует писать порядок действий, записывать подробно приведение дробей к общему знаменателю, сложение, вычитание, умножение и деление дробей. После выполнения надо делать проверку обратным действием, поскольку самым распространённым типом ошибок – вычислительные. Если допущена ошибка, то ответ получается и тогда за выполнение задания выставляется 0 баллов.

Для того, чтобы набрать не менее 7 первичных баллов, нужно потратить не менее 10 минут на решение задания экзаменационного варианта. С помощью листа достижений выкапайте те задания варианта, которые Вы можете выполнить. Вам понятно их содержание. Тогда надо продолжать их решать до получения стабильного верного результата. Потом следует переходить к тем заданиям, выполнение которых вызывает затруднения, и с помощью учебника и пособий попробовать понять причину затруднения. При выполнении таких заданий сначала сверяйте полученный ответ с эталонным и ничего не даёт. Нужно учиться их решать, используя для этого печатные и электронные учебные пособия.

При решении каждого задания важно пройти все этапы:

- а) внимательно прочитайте условие, выделить в тексте ключевые моменты;
- б) выполнить вычисления (рассуждения), обычно нужно сделать 1–2 шага.

- в) зафиксировать полученный ответ;
- г) проверить правильность ответа, решив обратную задачу, или подставив корни в уравнение или систему полученных ответов типичной алгебраической задачи.

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
обучающимся
по организации индивидуальной
подготовки к ЕГЭ 2020 года

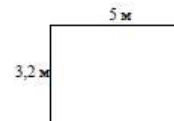
МАТЕМАТИКА
(базовый уровень)

экзамену – набрать из открытых банков типов заданий по 10 позициям, из них на каждый день составлять себе тренировочный вариант, решать каждое задание, выполняя все шаги, засекая время выполнения. Отдельно рассмотреть решение заданий, которые не получились, чтобы вновь решать их через какое-то время.

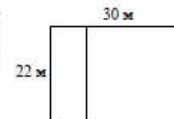
Оптимальный график подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «высокий балл» – набрать из открытых банков или печатных учебных пособий тренировочные варианты и каждый день выполнять не более одного варианта, отдельно решать задания по тем темам, которые усвоены плохо. На каждом занятии нужно решать как задания по алгебре, так и задания по геометрии. Нужно накапливать опыт решения задач.

Рассмотрим темы, на которые необходимо обратить особое внимание.
Задания по геометрии представляют особую сложность – нужно уметь решать задачи как по планиметрии, так и по стереометрии.

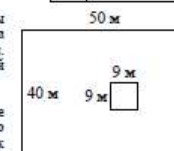
Задание 8
Планы указали, что прямоугольная комната имеет площадь 3 кв. м. Точные измерения показали, что ширина комнаты равна 3,2 м, а длина 5 м. На сколько квадратных метров площадь комнаты отличается от площади, указанной на плане?



Задание 8
Участок имеет форму прямоугольника сторонами 22 метра и 30 метров. Хозяин планируетнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите общую длину забора в метрах.



Задание 8
Участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 40 м и 50 м. Дом, расположенный на участке, имеет на плане форму квадрата со стороной 9 м. Найдите площадь оставшейся части участка, не занятой домом. Ответ дайте в квадратных метрах.



Рекомендации. Рисунок в геометрической задаче можно воспринимать как изображение взаимного расположения элементов, но нельзя относиться к нему как чертежу, где соблюдены все размеры. При подготовке к экзамену можно нарисовать свой рисунок, отметить все известные элементы, и уже использованием этого рисунка решить задачу – находить площадь, сумму длин, и только потом отвечать на вопрос задания.

Геометрические задачи 15 и 16 на соотношения в прямоугольном треугольнике ищет элемента фигуры в пространстве представляют трудности для участников экзамена базового уровня.

Задание 15

Прямоугольнике ABC угол C равен 90°, AB = √29, BC = 2. Найдите tg A.



Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант

контрольных измерительных материалов государственного выпускного экзамена по математике для участников, освоивших основные образовательные программы среднего общего образования и планирующих поступать в вузы в 2021 году

Экзаменационная работа включает в себя 14 заданий.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 2 часа (120 минут).

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

1 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: _____.

6 В школе есть шестиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 21 человек?

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

2 Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: _____.

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?

Ответ: _____.

ИЛИ

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

Ответ: _____.

3 Банк начисляет на срочный вклад 12% годовых. Вкладчик положил на счёт 3000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

3 Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_2(x-3) = 6$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7

Решите уравнение $x^2 - 7x - 18 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

4 В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Ответ: _____.

ИЛИ

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: _____.

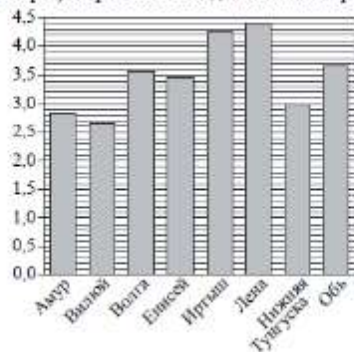
Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

10 Фабрика выпускает сумки. В среднем из 150 сумок, поступивших в продажу, 3 сумки имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без скрытых дефектов.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

5 На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

Ответ: _____

ИЛИ

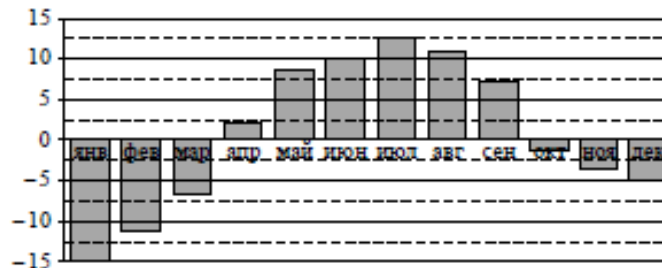
В таблице представлены данные о стоимости некоторой модели смартфона в различных магазинах.

Магазин	Стоимость смартфона (руб.)
«ОК-Техника»	6733
«Скоростной»	7600
«Магия связи»	6559
«Про-фон»	7346
«Смартфон в Ко»	6599
«Прогресс-Э»	7548
«999 телефонов»	6959
«Макрополюс»	7049
«Вселенная телефонов»	6850

Найдите наименьшую стоимость смартфона среди представленных предложений. Ответ дайте в рублях.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Петрозаводске за каждый месяц 1976 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.

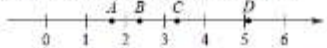


Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в Петрозаводске в 1976 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

6 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.



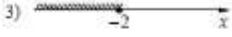

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $\log_2 10$
B	2) $\frac{7}{3}$
C	3) $\sqrt{26}$
D	4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	B	C	D

ИЛИ

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

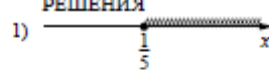

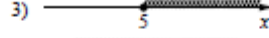

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
A) $2^x \geq 4$	1) 
B) $0.5^x \geq 4$	2) 
B) $0.5^x \leq 4$	3) 
Г) $2^x \leq 4$	4) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	B	B	Γ

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
A) $\log_5 x \geq 1$	1) 
B) $\log_5 x \leq -1$	2) 
B) $\log_5 x \geq -1$	3) 
Г) $\log_5 x \leq 1$	4) 

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

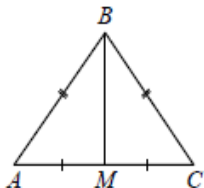
A	B	B	Γ

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

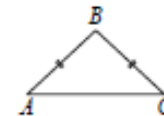
Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

- 7 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 13$,
 $AC = 10$. Найдите длину медианы BM .



Ответ: _____.

- 15 В равнобедренном треугольнике ABC основание AC
равно 30, площадь треугольника равна 120. Найдите
длину боковой стороны AB .

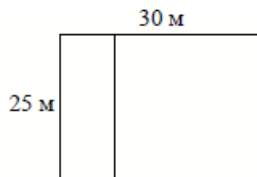


Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

8 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.



Ответ: _____.

ИЛИ

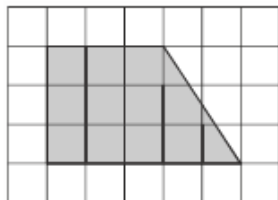
Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?

Ответ: _____.



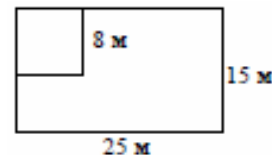
ИЛИ

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

8 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 15 метров. Хозяин планирует обнести его изгородью и отгородить такой же изгородью квадратный участок со стороной 8 метров (см. рис.). Найдите суммарную длину изгороди в метрах.

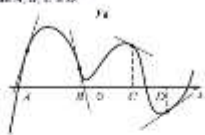


Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

9 На рисунке изображены графики функции и касательные, проведенные к ней в точках с абсциссами A, B, C и D .



В правой таблице указаны значения производной функции в точках A, B, C и D . Пользуясь графиком, поставьте в соответствующие клетки значимые производной функции к ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) 1
B	2) 3
C	3) $\frac{2}{3}$
D	4) $-0,4$

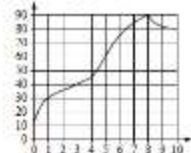
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер

Ответ:

A	B	C	D
-----	-----	-----	-----

10. III

На графике изображена зависимость температуры от времени разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной прямой в момент, прошедший с момента запуска двигателя, из оси температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствующие клетки таблицы характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
A) 0–1 мин.	1) слабой медленной рост температуры.
Б) 1–3 мин.	2) Температура падает.
В) 3–6 мин.	3) Температура находится в пределах от 40°C до 80°C .
Г) 8–10 мин.	4) Температура не превышает 30°C .

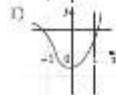
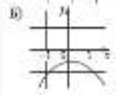
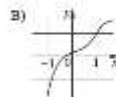
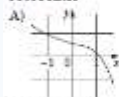
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер

Ответ:

A	B	B	$Г$
-----	-----	-----	-----

11. III
Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке $[-1, 1]$.

ГРАФИКИ



ХАРАКТЕРИСТИКИ

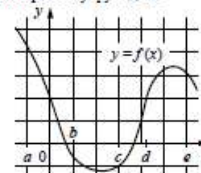
- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке $[-1, 1]$.
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке $[-1, 1]$.
- 3) Функция возрастает на отрезке $[-1, 1]$.
- 4) Функция убывает на отрезке $[-1, 1]$.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	B	$Г$
-----	-----	-----	-----

14 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции.



ИНТЕРВАЛЫ

- A) $(a; b)$
- B) $(b; c)$
- В) $(c; d)$
- Г) $(d; e)$

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) значение функции положительно в каждой точке интервала
- 2) функция убывает на интервале
- 3) значение функции отрицательно в каждой точке интервала
- 4) функция возрастает на интервале

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	B	$Г$
-----	-----	-----	-----

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

10 Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

ИЛИ

На шести карточках написаны цифры 2, 3, 5, 6, 7, 7 (по одной цифре на каждой карточке). В выражении

$$\square + \square \square + \square \square \square$$

вместо каждого квадратика положили карточку из данного набора. Оказалось, что полученная сумма делится на 10, но не делится на 20. В ответе укажите какую-нибудь одну такую сумму.

Ответ: _____.

ИЛИ

Вычеркните в числе 75157613 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 24, произведение цифр которого равно 16. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

11

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $(2\sqrt{13}-1)(2\sqrt{13}+1)$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $\log_3 1,8 + \log_3 5$.

Ответ: _____.

5

Найдите значение выражения $\frac{(4\sqrt{2})^2}{16}$.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

12 В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдётся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Во дворе школы растут всего три дерева: ясень, рябина и осина. Ясень выше рябины на 1 метр, но ниже осины на 2 метра. Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Среди указанных деревьев не найдётся двух одной высоты.
- 2) Ясень, растущий во дворе школы, выше осины, растущей там же.
- 3) Любое дерево, помимо указанных, которое ниже ясеня, растущего во дворе школы, также ниже рябины, растущей там же.
- 4) Любое дерево, помимо указанных, которое ниже рябины, растущей во дворе школы, также ниже ясеня, растущего там же.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

18 Школа приобрела стол, доску, магнитофон и принтер. Известно, что принтер дороже магнитофона, а доска дешевле магнитофона и дешевле стола. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Магнитофон дешевле доски.
- 2) Принтер дороже доски.
- 3) Доска — самая дешёвая из покупок.
- 4) Принтер и доска стоят одинаково.

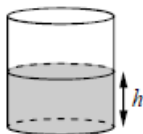
В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

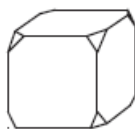
- 13 Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне $h = 80$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

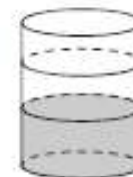
ИЛИ

От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: _____.

- 13 В бак, имеющий форму цилиндра, налито 10 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.

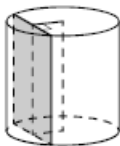


Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Демонстрационный вариант ГВЭ-аттестат 2021 г.

Демонстрационный вариант ЕГЭ базового уровня

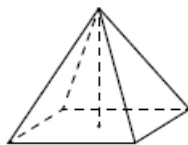
- 14 Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: _____.

ИЛИ

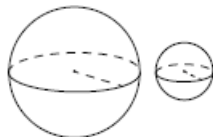
Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно $\sqrt{17}$.



Ответ: _____.

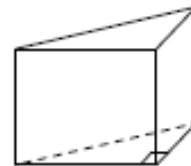
ИЛИ

Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



Ответ: _____.

- 16 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, катеты которого равны 3 и 16. Найдите объём призмы, если её высота равна 3.



Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Дорогие друзья!
Скоро Вам предстоит сдать итоговый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике профильного уровня. Ваша основная задача – показать хороши результаты и получить возможность поступить в выбранной Вами образовательной организации. Если Вы будете систематически заниматься. Данные Вам в подготовке к экзамену.

Эксплуатационная работа состоит из двух частей. Первая часть содержит 8 заданий с краткими ответами базового уровня сложности и 4 задания с краткими ответами повышенного уровня сложности с разобранными вариантами повышенного и высокого уровней сложности. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 120 минут.

Отказы в заданиях с краткими ответами 1–12 выносятся в виде отдельной таблицы в бланке ответов № 1. При этом требуется записать полное решение и ответ (полное решение не требуется для заданий с краткими ответами № 2).

Задания части 1 проверяют базовые математические и практические навыки применения математических знаний в различных ситуациях, умение анализировать информацию, представленную на графике, использовать простейшие вероятностные и статистические методы, проводить геометрические построения. В часть 1 работы введены основные разделы курса математики: геометрия (планиметрия) и начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

Задания части 2 проверяют освоение математики на необходимом для применения математики в профессиональной деятельности уровне и практическое применение полученных знаний в процессе эффективного отбора выпускников образовательных учреждений. Задания с разбором по математической подготовке структурированы. Последнее задание для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к подготовке абитуриентов. В часть 2 экзаменационной работы введены основные разделы курса математики: алгебра, начала геометрии (планиметрия) и стереометрии.

На экзамене разрешается пользоваться только теми справочными материалами, которые указаны в бланке ответов № 1. При выполнении заданий разрешается использовать линейку.

Максимальное количество баллов, которое может получить учащийся за выполнение всей экзаменационной работы – 32 балла. За каждое из заданий 1–12 начисляется по 1 баллу, каждого задания 13–16 – по 2 балла, каждого из заданий 17 и 18 – по 3 балла, а 19 – по 4 балла.

Минимальный балл ЕГЭ по математике профильного уровня (27 тестовых баллов).

На основе результатов выполнения всех заданий определяется первичный балл, который затем переводится в тестовый балл.

При самостоятельной подготовке к экзамену рекомендую использовать таблицу, включающую все темы и аспекты содержания экзамена по одному государственному экзамену по математике (таблица 1). Отдельно, также темы Вы уже изучили / повторили, а также ещё предстоит изучить / повторить. Так Вы сможете спланировать свою подготовку к экзамену.

Таблица 1

№ задания	Элементы содержания	Процесс	Необходимо решить /
-----------	---------------------	---------	---------------------

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
обучающимся
по организации индивидуальной
подготовки к ЕГЭ 2020 года

МАТЕМАТИКА
(профильный уровень)

Геометрия			
14	Решение стереометрической задачи		
16	Решение планиметрической задачи		

Таблица 1

1. Определить уровень подготовки

Для подготовки к экзамену нужно определить уровень своих знаний и умений, решить три-пять разных вариантов, соответствующих демонстрационному ЕГЭ профильного уровня 2020 г., из печатных или электронных учебных пособий. Лучше использовать варианты из проверенных источников, таких как сборники прошлых лет, методическую оценку в ФИПИ «ФИПИ», бесплатные видеоресурсы (сервис «Мои достижения», Яндекс.Школа и другие), а также интернет-ресурсы (сервис «Мои достижения», Яндекс.Школа и другие), а также каждого варианта следует отводить не менее трёх часов (или как на – 3 часа 55 минут). Результаты нужно занести в лист достижений – таблицу, в столбцах – вариант (номер варианта работы), а строчках – номера заданий, обозначая правильные ответы знаком «+», а неправильные знаком «-». В приведена часть листа достижений.

Таблица 2

Лист достижений

Варианты					
1	2	3	4	5	

Лист достижений будут видны задания, при выполнении которых возникли трудности (знак «-»). Лист достижений позволит определить уровень подготовки и темы, по которым решаются всегда правильно, решаются не всегда правильно или решаются неверно.

Кроме того при анализе профильного ЕГЭ по математике выделяется пять групп учащихся с разными уровнями математической подготовки.

учащиеся минимального уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, выполняют не более пяти заданий (соответствует 23 тестовым баллам). Они не обладают математическими умениями на базовом, бытовом и низком уровне.

учащиеся первого базового уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, выполняют от шести заданий (27 тестовых баллов) до десяти заданий (33 тестовых баллов). Выпускники освоили курс математики на базовом уровне, имеют достаточную подготовку для продолжения образования по техническим специальностям.

учащиеся второго базового уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, получают за выполнение заданий от 11 первичных баллов (56 тестовых баллов) до 13 первичных баллов (68 тестовых баллов). Выпускники успешно освоили курс математики и могут быть зачислены на технические специальности высших учебных заведений.

Итоговый вариант КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень). Коэффициент элементов и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения государственного экзамена по математике (профильный уровень) размещены на сайте ФГБНУ «ФИПИ» в соответствующем разделе или по ссылке <http://bit.ly/3m3m3m3>.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Группа повышенного уровня подготовки. Участники экзамена, относящиеся к этой группе, получают за выполнение заданий от 14 первичных баллов (70 тестовых баллов) до 22 первичных баллов (86 тестовых баллов). Выпускники математики и имеют достаточный уровень математической подготовки образования по большинству специальностей, требующих познаний математической компетентности.

Группа высокого уровня подготовки. Участники экзамен группы, получают за выполнение заданий от 23 первичных баллов до 32 первичных баллов (100 тестовых баллов). Выпускники математики и имеют достаточный уровень математической подготовки образования с самыми высокими требованиями к математической и



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

уровне подготовки, нужно верно решать все задания с кратким ответом и обязательно одно-два задания с развернутым ответом (чтобы получить хотя бы 1–2 балла).

Для решения заданий с развернутым ответом Вам должны быть известны разные методы решения: разложения, арифметический, тригонометрический, показательный, численный, уравниваний, разности, показательный, логарифмический, и в том числе и с использованием свойств логарифмических, показательных, и тригонометрических функций. Нужно уметь исследовать уравнения, это или их систему не только по количеству решений в зависимости от параметра, а также разными методами (алгебраическим, графическим, геометрическим и т.д.). Для решения задач с экстремальными значениями нужно знать и уметь решать и типы задач из кредиты, экстрем. зная основные методы решения задач по любой выбор. Для успешного решения геометрических задач нужно знать не основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве (это и выполнять задания с кратким ответом) – чем больше Вы знаете фактов, тем все эти факты надо знать и уметь применять уже сейчас. Нужно владеть большим количеством информации – знать определения, свойства и признаки параллельности прямых, плоскостей, параллельности прямой и плоскости, параллельности плоскостей, сфер, свойства и признаки перпендикулярности прямых в пространстве, перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей, теорему о перпендикулярности, о скрещивающихся прямых, многогранников, телах вращения. В некоторых задачах может быть применен векторно-координатный метод. В первую очередь к экзамену всем этим вопросам нужно уделять время. Итоговая стратегия подготовки к экзамену – тематическая подготовка, или из материалов открытого банка ФИПИ, сборников, прошедших научную оценку ФИПИ, и других авторитетных источников. Тематическое и следует решать не более двух раз в неделю, отлаживая решение заданий по темам, усваивая планы.

2. Сформулировать цель сдачи экзамена

Для подготовки к экзамену нужно определить цель сдачи чтобы пройти государственную итоговую аттестацию (набрать x баллов) достаточно выполнять задания части 1 (8 заданий с кратким ответом).

Для поступления в вуз, который не предъявляет высоких математической подготовки абитуриентов, может хватить и 60 балл все задания с кратким ответом.

Для поступления в вуз, который не предъявляет высоких математической подготовки абитуриентов, но требует набрать 6 всех заданий с кратким ответом, нужно уверенно решать два-три : ответом.

Для поступления в вуз с большим конкурсом, который требования к уровню математической подготовки абитуриентов, и успешно выполнению почти всех заданий экзаменационной работы.

Структура экзаменационной работы соответствует этим экзаменам:

- первые восемь заданий рассчитаны на тех, кто по минимальным балл или планирует поступать в вуз требованиями к результатам ЕГЭ профильного уровня;
- верное выполнение следующих четырех заданий позво на поступление в массовые технические вузы с невысоки
- выполнение следующих четырех заданий уже позволяет ведущим региональным университетам и в вуз на специальности со средним конкурсом;
- последние три задания позволят Вам показать математической подготовки и побороться за место в и на специальности с высоким конкурсом.

3. Выстроить стратегию подготовки к экзамену

Верно сформулированная цель с учетом уровня подготовки готовится к экзамену.

Если цель – только сдать экзамен, а уровень подготовки базовый, то нужно тренироваться выполнять задания, которые добиваться стабильного верного их решения. При переходе к и сначала изучите материал по учебникам, а затем с использованием и электронных учебных пособий переходите к решению задач. В первую очередь обратите внимание на правильность понимания вопроса задания, верность вычислений.

Если цель – поступить в вуз, не предъявляющий высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов, получить 60–70 баллов при текущем базовом

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ЕГЭ 2020 года

МАТЕМАТИКА (профильный уровень)

и времени, затраченного на выполнение задания 1–14, по выполнению всех заданий с кратким ответом нужно отводить 40–80 минут, торопиться не надо, это ведёт к качественным ошибкам, особенно при счете в уме, незначительному пренебрежению условиями. В конечном итоге это приводит к потере баллов.

Выстроить график подготовки к экзамену

Изучать математику нужно постоянно, желательно каждый день, чередуя при этом с решением типовых вариантов. Каждое задание должно входить в себя и решать труднее тем и тренировочных вариантов. Труднее тем надо уделять времени – отработать в учебнику, учебном курсе, пособиях. При этом в итоге от выбранных целей экзамена и текущего уровня знаний, повторение тем можно исключить. В период подготовки к экзамену можно выделить время решать задачи.

Итоговая стратегия подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «60 минут» – из открытого банка или готовых подборок заданий. Шаблоны типов заданий по всем темам с кратким ответом, из них из каждого дня составлять себе тренировочный вариант, решать каждое задание, выполняя все шаги, засекая время выполнения. Отдельно решать решение заданий, которые не получились, чтобы затем решить их через время. Задания по математике должны решаться столько, чтобы успеть их все запараллельно.

Итоговая стратегия подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «60 часов» – из открытого банка или печатных учебных пособий тренировочные варианты и день выполнять не более одного варианта, отдельно решать задания по тем которые усвоены плохо. Но каждому заданию нужно решить как минимум по пять раз, начиная по геометрии. Нужно накапливать опыт решения задач.

Важным условием является наличие времени, при выполнении которых необходимо статистическая заметное отсутствие ошибок, в таком количестве вариантов заданий, где пропускаться ошибок не является очень массовой, но может быть устроена на этапе подготовки к экзамену.

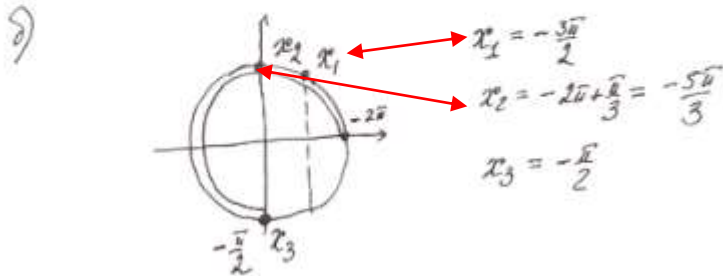
Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 13

13. а) $2 \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = 0$

$-2 \cos^2 x + \cos x = 0$

$$\cos x (-2 \cos x + 1) = 0$$
$$\cos x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2}$$
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
б) $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}$

13 а) Решите уравнение

$$2 \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2 \cos^2 x - \cos x = 0; \cos x \cdot (2 \cos x - 1) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = \frac{1}{2}$, откуда

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

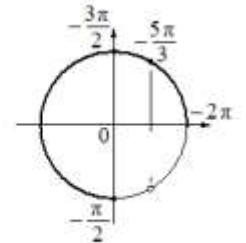
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $-\frac{5\pi}{3}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$-\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

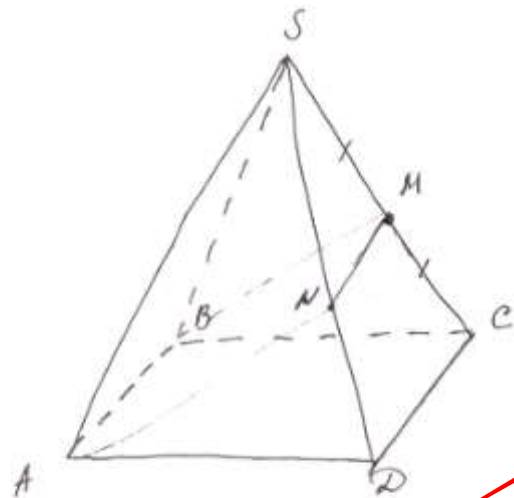
б) $-\frac{5\pi}{3}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}$.



Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 14. Пример 1

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ на ребре SC отмечена его середина – точка M . Плоскость ABM пересекает ребро SD в точке N .
а) Докажите, что N – середина ребра SD .

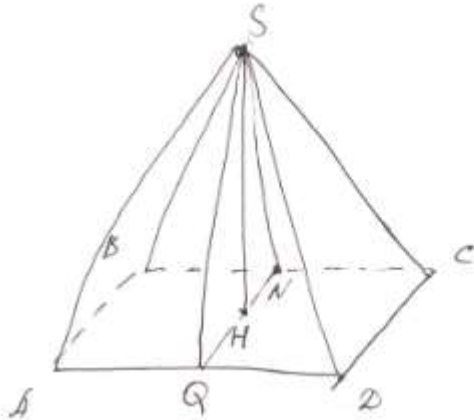


Плоскость ABM параллельна CD ,
следовательно, $MN \parallel CD$.
Из подобия треугольников SMN и SCD
следует, что N – середина CD .

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 14. Пример 2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ проведена её высота SH , на стороне BC отмечена её середина – точка N .
а) Докажите, что плоскости SNH и ASD перпендикулярны.



Плоскость SHN содержит высоту
правильной пирамиды, следовательно, $SH \perp QN$.
Так как $ABCD$ квадрат, то $QN \perp AD$.
Так как ASD равнобедренной (пирамида
правильная), то $SQ \perp AD$.
Плоскость $SHN \perp$ плоскости ASD .

?

?

?

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 15. Пример 1

№ 15 $x^2 \log_{512}(x+7) \leq \log_2(x^2+14x+49)$ ОДЗ:
 $x+7 > 0$
 $x > -7$

$$\frac{x^2}{9} \log_2(x+7) - 2 \log_2(x+7) \leq 0$$

$$\left(\frac{x^2}{9} - 2\right) \log_2(x+7) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^2}{9} - 2\right) \leq 0 \\ \log_2(x+7) \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \left(\frac{x^2}{9} - 2\right) \geq 0 \\ \log_2(x+7) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}] \\ x+7 \geq 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \in (-\infty; -3\sqrt{2}] \cup [3\sqrt{2}; +\infty) \\ x+7 \leq 1 \end{cases} \quad ?$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}] \\ x \in [-6; +\infty) \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \in (-\infty; -3\sqrt{2}] \cup [3\sqrt{2}; +\infty) \\ x \in (-\infty; -6] \end{cases} \quad ?$$

$$\Leftrightarrow x \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}] \text{ или } x \in (-\infty; -6]$$

с учетом ОДЗ: $x > -7$ получим:

$$x \in [-7; -6] \cup [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$$

Ответ: $x \in [-7; -6] \cup [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$

15) Решите неравенство $x^2 \log_{512}(x+7) \leq \log_2(x^2+14x+49)$.

Решение.

Запишем исходное неравенство в виде:

$$\frac{x^2}{9} \cdot \log_2(x+7) \leq 2 \log_2(x+7); (x^2 - 18) \log_2(x+7) \leq 0.$$

Заметим, что выражение $\log_2(x+7)$ определено при $x > -7$, принимает отрицательные значения при $-7 < x < -6$, равно 0 при $x = -6$ и принимает положительные значения при $x > -6$.

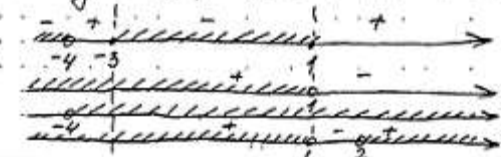
При $-7 < x < -6$ значение выражения $x^2 - 18$ положительно, а значит, любое значение x из этого интервала удовлетворяет неравенству $(x^2 - 18) \log_2(x+7) \leq 0$.

При $x > -6$ неравенство принимает вид $x^2 - 18 \leq 0$, откуда $-3\sqrt{2} \leq x \leq 3\sqrt{2}$. Таким образом, решение исходного неравенства: $-7 < x \leq -6$; $-3\sqrt{2} \leq x \leq 3\sqrt{2}$.

Ответ: $(-7; -6]$; $[-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 15. Пример 2

N15. $\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$
 ОДЗ:
 $5(1-x) > 0$
 $x^2-3x+2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) > 0$
 $x > -4$
 $\log_3(5-5x) \geq \log_3 \frac{x^2-3x+2}{x+4}$
 $3 > 1 \Rightarrow$ функция монотонно возрастает
 $\Rightarrow 5-5x \geq \frac{x^2-3x+2}{x+4} \Rightarrow \frac{(5-5x)(x+4) - x^2 + 3x - 2}{x+4} \geq 0$
 $\frac{5x+20-5x^2-20x-x^2+3x-2}{x+4} \geq 0$
 $\frac{-6x^2-12x+18}{x+4} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x+4} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x+3)(x-1)}{x+4} \leq 0$
~~метод интервалов~~

 $\Rightarrow x \in [-3; 1)$

15. Решите неравенство $\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$.

Решение.

Запишем исходное неравенство в виде:

$$\log_3(5(1-x)) \geq \log_3((2-x)(1-x)) - \log_3(x+4);$$

$$\log_3 5 + \log_3(1-x) \geq \log_3(2-x) + \log_3(1-x) - \log_3(x+4).$$

Неравенство определено при $-4 < x < 1$, поэтому при $-4 < x < 1$ неравенство принимает вид:

$$5 \geq \frac{2-x}{x+4}; \frac{6x+18}{x+4} \geq 0.$$

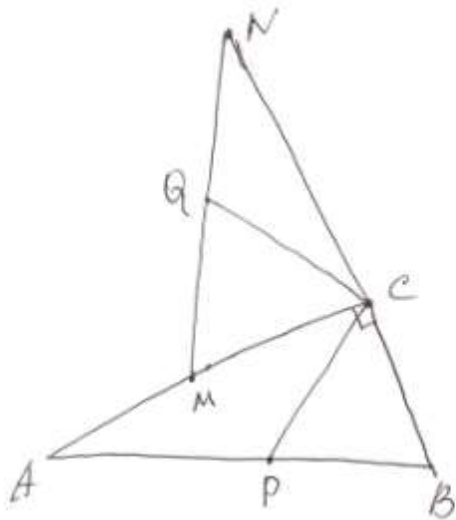
откуда $x < -4$; $x \geq -3$. Учитывая ограничение $-4 < x < 1$, получаем: $-3 \leq x < 1$.

Ответ: $[-3; 1)$.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 16. Пример 1

- 16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$.
- а) Отрезки CP и CQ — медианы треугольников ABC и NCM соответственно. Докажите, что прямые CP и CQ перпендикулярны.
- б) Прямые MN и AB пересекаются в точке K , а прямые BM и AN — в точке L . Найдите KL , если $BC = 1$, а $AC = 5$.



Рассмотрим
поворот на 90°
по ~~часовой~~ часовой стрелке
треугольника ABC
относительно точки C .

Медиана CP перейдет
в медиану CQ , т.е.

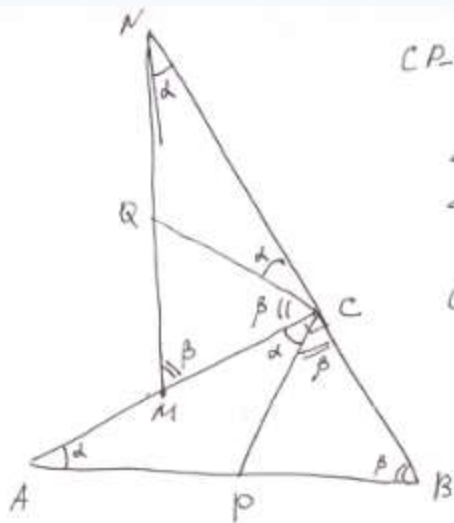
$$CP \perp CQ$$

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 16. Пример 2

16

В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$.
 а) Отрезки CP и CQ — медианы треугольников ABC и NCM соответственно. Докажите, что прямые CP и CQ перпендикулярны.
 б) Прямые MN и AB пересекаются в точке K , а прямые BM и AN — в точке L . Найдите KL , если $BC = 1$, а $AC = 5$.



CP — медиана прямоугольного треугольника

$$\angle BAC = \angle ACP = \alpha$$

$$\angle ABC = \angle BCP = \beta$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

CQ — медиана прямоугольного треугольника

$$\angle MNC = \angle NCQ = \alpha$$

$$\angle NMC = \angle MCQ = \beta$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle PCQ &= \angle PCA + \angle MCQ = \\ &= \alpha + \beta = 90^\circ \end{aligned}$$

$$CP \perp CQ$$

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 17. Пример 1

14 млн на 14 лет
 Ежегодно долг в июле должен уменьшаться на 1 млн. рублей.
 В течение первого года нужно выплатить проценты и еще 1 млн. рублей.
 Наибольший платёж — в первый год 2,4 млн., из него проценты составляют 1,4 млн. рублей, т.е. 10%.
 Наименьший платёж — последний: проценты на 1 млн. и 1 млн., что составляет 1,1 млн. рублей.
 Процент от 1 млн. составит 0,1 млн, т.е. 10%.
 Ответ: 10%.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн рублей на 14 лет. Условия его возврата таковы:
 — каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 — в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
 Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 2,4 млн рублей, а наименьший — не менее 1,1 млн рублей.
 Ответ: 10.

Решение.
 Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:
 $14; 13; \dots; 2; 1; 0$.
 По условию, каждый январь долг возрастает на $r\%$. Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:
 $14k; 13k; \dots; 2k; k$.
 Следовательно, наибольший платёж составит $14k - 13$ млн рублей, наименьший платёж составит k млн рублей.
 Получаем: $14k - 13 \leq 2,4$, откуда $k \leq 1,1$, и $k \geq 1,1$. Значит, $k = 1,1$ и $r = 10$.
 Ответ: 10.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

№18. $\frac{|3x|-2x-2-a}{x^2-2x-a} = 0$ Задание 18. Пример 1

иметь ровно 2 различных корня a ?

1) $a = |3x| - 2x - 2 \Leftrightarrow$
 $a = \begin{cases} x-2, & x \geq 0 \\ -5x-2, & x < 0 \end{cases}$
 2) $a = x^2 - 2x$

при $x < 0$:
 $a = -5x - 2 = x^2 - 2x$
 $x^2 + 3x + 2 = 0$
 $x_1 = -1$
 $x_2 = -2$, x_1 и x_2 точки пересечения функций
 при $a(x_1)$ и $a(x_2)$ уравнение будет
 иметь только одно решение.
 при $x \geq 0$
 $x - 2 = x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_3 = 1, x_4 = 2$; При
 $a(x_3)$ и $a(x_4)$ будет только одно решение \Leftrightarrow
 $\Leftrightarrow a(x_1) = 3, a(x_2) = 8, a(x_3) = -1, a(x_4) = 0$, в точке
 $a = -2$ уравнение также будет иметь
 только одно решение, при $a < -2$ решений
 не будет $\Rightarrow a > -2, a \neq -1, a \neq 0, a \neq 3, a \neq 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a \in (-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 8) \cup (8; +\infty)$.
 Ответ: $a \in (-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 8) \cup$
 $\cup (8; +\infty)$.

Семенов Андрей Викторович

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|3x|-2x-2-a}{x^2-2x-a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Решение.

Корнями исходного уравнения являются корни уравнения $|3x|-2x-2-a=0$, для которых выполнено условие $x^2-2x-a \neq 0$.

При $x \leq 0$ уравнение $|3x|-2x-2-a=0$ принимает вид $-5x-2-a=0$ и задает на плоскости Oxy луч l_1 с началом в точке $(0; -2)$. При $x \geq 0$ уравнение $|3x|-2x-2-a=0$ принимает вид $x-2-a=0$ и задает луч l_2 с началом в точке $(0; -2)$. Значит, уравнение $|3x|-2x-2-a=0$ имеет два корня при $a > -2$, имеет один корень при $a = -2$ и не имеет корней при $a < -2$.

Уравнение $x^2-2x-a=0$ задает параболу $a = x^2 - 2x$.

Координаты точек пересечения параболы $a = x^2 - 2x$ с лучом l_1 являются решениями системы:

$$\begin{cases} a = x^2 - 2x, & -5x - 2 = x^2 - 2x, & \begin{cases} (x+1)(x+2) = 0, \\ x \leq 0, \end{cases} \\ a = -5x - 2, & a = -5x - 2, & \begin{cases} a = -5x - 2, \\ x \leq 0. \end{cases} \end{cases}$$

Значит, параболы $a = x^2 - 2x$ пересекается с лучом l_1 в точках $(-1; 3)$ и $(-2; 8)$.

Координаты точек пересечения параболы $a = x^2 - 2x$ с лучом l_2 являются решениями системы:

$$\begin{cases} a = x^2 - 2x, & x - 2 = x^2 - 2x, & \begin{cases} (x-1)(x-2) = 0, \\ x \geq 0, \end{cases} \\ a = x - 2, & a = x - 2, & \begin{cases} a = x - 2, \\ x \geq 0. \end{cases} \end{cases}$$

Значит, параболы $a = x^2 - 2x$ пересекается с лучом l_2 в точках $(1; -1)$ и $(2; 0)$.

Следовательно, условие $x^2-2x-a \neq 0$ выполнено для корней уравнения $|3x|-2x-2-a=0$ при всех a , кроме $a = -1, a = 0, a = 3$ и $a = 8$.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два корня при $-2 < a < -1$; $-1 < a < 0$; $0 < a < 3$; $3 < a < 8$; $a > 8$.

Ответ: $-2 < a < -1$; $-1 < a < 0$; $0 < a < 3$; $3 < a < 8$; $a > 8$.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Задание 18. Пример 2

$$\frac{|3x| - 2x - 2 - a}{x^2 - 2x - a} = 0$$

$|3x| - 2x - 2 - a = 0$ имеет два корня
если при $x=0$ левая часть меньше 0,
а знаменатель не обращается в 0.

$$|3x| - 2x - 2 - a < 0$$

при $x=0$ $-2 - a < 0$
 $a > -2$.

Нужно исключить

$$\begin{cases} |3x| - 2x - 2 = a \\ x^2 - 2x = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x| = x^2 + 2 \\ (x^2 + 2)^2 - (3x)^2 = 0 \\ (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2) = 0 \\ (x-1)(x-2)(x+1)(x+2) = 0 \end{cases}$$

нужно исключить:

$x = -1 \quad a = +3$
 $x = -2 \quad a = 8$
 $x = 2 \quad a = 0$
 $x = 1 \quad a = -1$

Ответ: $a \in (-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 8) \cup (8; +\infty)$

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|3x| - 2x - 2 - a}{x^2 - 2x - a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Решение.
Корнями исходного уравнения являются корни уравнения $|3x| - 2x - 2 - a = 0$, для которых выполнено условие $x^2 - 2x - a \neq 0$.

При $x \leq 0$ уравнение $|3x| - 2x - 2 - a = 0$ принимает вид $-5x - 2 - a = 0$ и задаёт на плоскости Oxy луч l_1 с началом в точке $(0; -2)$. При $x \geq 0$ уравнение $|3x| - 2x - 2 - a = 0$ принимает вид $x - 2 - a = 0$ и задаёт луч l_2 с началом в точке $(0; -2)$. Значит, уравнение $|3x| - 2x - 2 - a = 0$ имеет два корня при $a > -2$, имеет один корень при $a = -2$ и не имеет корней при $a < -2$.

Уравнение $x^2 - 2x - a = 0$ задаёт параболу $a = x^2 - 2x$.
Координаты точек пересечения параболы $a = x^2 - 2x$ с лучом l_1 являются решениями системы:

$$\begin{cases} a = x^2 - 2x, & -5x - 2 = x^2 - 2x, & \begin{cases} (x+1)(x+2) = 0, \\ a = -5x - 2, \\ x \leq 0, \end{cases} \end{cases}$$

Значит, парабола $a = x^2 - 2x$ пересекается с лучом l_1 в точках $(-1; 3)$ и $(-2; 8)$.

Координаты точек пересечения параболы $a = x^2 - 2x$ с лучом l_2 являются решениями системы:

$$\begin{cases} a = x^2 - 2x, & x - 2 = x^2 - 2x, & \begin{cases} (x-1)(x-2) = 0, \\ a = x - 2, \\ x \geq 0, \end{cases} \end{cases}$$

Значит, парабола $a = x^2 - 2x$ пересекается с лучом l_2 в точках $(1; -1)$ и $(2; 0)$.

Следовательно, условие $x^2 - 2x - a \neq 0$ выполнено для корней уравнения $|3x| - 2x - 2 - a = 0$ при всех a , кроме $a = -1$, $a = 0$, $a = 3$ и $a = 8$.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два корня при $-2 < a < -1$; $-1 < a < 0$; $0 < a < 3$; $3 < a < 8$; $a > 8$.

Ответ: $-2 < a < -1$; $-1 < a < 0$; $0 < a < 3$; $3 < a < 8$; $a > 8$.

Задание 19 Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

19. x - сумма чисел на красных карточках
 y - сумма чисел на синих карточках

$$\begin{cases} x+y=14 \cdot 40=560 \\ x+3y=38 \cdot 40=1560 \end{cases} \Rightarrow 2y=1000 \Rightarrow y=500,$$

$x=60 \Rightarrow$ сумма чисел не повторяющихся синих чисел = 500, а красных 60

а) Да, конечно. Пример: на 30 красных карточках написано число 2, а на 10 синих числа 100, 150, 5, 7, 5, 4, 3, 21, 175, 21. Каждое число на синей карточке больше любого на красной и повторяется.

б) Нет. Если на столе ровно 10 красных карточек, то самое маленькое из возможных максимальное число, написанное на карточке будет равно 6, тогда на синих карточках должно быть хотя бы меньше 7, синих карточек должно быть 30, а сумма на них равна 500, самым меньшим возможным шаг между числами $d=1$, тогда, если $a_1=7$, то сумма всех чисел $S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n$, где $n=30$, так как синих карточек всего 30, $a_n=29 \cdot 1+7 \Rightarrow S_n = \frac{7+29 \cdot 1+7}{2} \cdot 30 = \frac{(4+29) \cdot 15}{1} = 48 \cdot 15 = 645$, это больше 500, S_n - минимальная сумма, которая может получиться; т.к. $S_n > 500$ при данных условиях на столе не может быть ровно 10 красных карточек.

в) Ответ: 11, т.к. в других случаях была бы сумма всех на синих карточках больше 500.

- 19 На столе лежат 40 карточек, часть из которых красного цвета, а остальные синего (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано натуральное число. Все числа, написанные на синих карточках, различны. Любое число на красной карточке меньше любого числа на синей карточке. Среднее арифметическое всех чисел на карточках равно 14. Если утратить числа на синих карточках, то среднее арифметическое всех чисел станет равно 39.
- Может ли на столе быть ровно 10 синих карточек?
 - Может ли на столе быть ровно 10 красных карточек?
 - Какое наибольшее количество синих карточек может быть на столе?

Решение:

а) Если на тридцати красных карточках написано число 2, а на синих карточках написаны числа 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 437, то условия задачи выполнены

б) Пусть сумма чисел, написанных на красных карточках, равна k , а сумма чисел, написанных на синих карточках равна s . Тогда

$$\begin{cases} k+s=560; \\ k+3s=1560, \end{cases}$$

откуда $k=60$, $s=500$.

Предположим, что красных карточек 10 штук. Если все числа на красных карточках не превосходят 5, то их сумма k не превосходит $5 \cdot 10=50$.

Но $k=60$, значит, есть хотя бы одна карточка, на которой написано число, не меньшее 6. Так как любое число на синей карточке больше любого числа на красной карточке, все числа на синих карточках не меньше 7, а их сумма не меньше $7+8+\dots+36=645$. Но $s=500$, значит, не может быть ровно 10 красных карточек.

в) Предположим, что синих карточек n штук, а наибольшее число, написанное на красной карточке равно n . Тогда $(40-n) \cdot n > 60$. С другой стороны, так как любое число на синей карточке больше любого числа на красной карточке, все числа на синих карточках не меньше $n+1$, а их сумма не меньше

$$(n+1)+(n+2)+\dots+(n+n)=n^2+\frac{n(n+1)}{2}.$$

Но $s=500$, значит,

$$n^2+\frac{n(n+1)}{2} \leq 500; n \leq \frac{500}{n} \cdot \frac{n+1}{2}.$$

Таким образом, получаем

$$\frac{60}{40-n} \leq n \leq \frac{500}{n} \cdot \frac{n+1}{2}.$$

Заметим, что это неравенство не выполняется при $n \geq 27$, поскольку при $n \geq 27$

$$\frac{60}{40-n} \geq \frac{60}{13} > 4 \text{ и } \frac{500}{n} \cdot \frac{n+1}{2} \leq \frac{122}{27} < 5.$$

Но неравенство $4 < n < 5$ не имеет целых решений, значит, синих карточек не может быть больше 26.

Покажем, что может быть 26 синих карточек. Если на десяти красных карточках написано число 4, на четырех красных карточках написано число 5, а на синих карточках написаны числа 6, 7, ..., 29, 30, 30, то условия задачи выполнены.

Ответ: а) да; б) нет; в) 26.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

**Задания №13 (профильный уровень) –
тригонометрическое уравнение и отбор корней**

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

13

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение 1.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде

$$(2\cos x + \sqrt{3})(\cos^2 x + 1) = 0.$$

Значит, или $\cos^2 x = -1$, что невозможно, или $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ или } x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

13

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение 2.

$$\text{а) } \cos^2 x \cdot (2\cos x + \sqrt{3}) + 1 \cdot (2\cos x + \sqrt{3}) = 0,$$

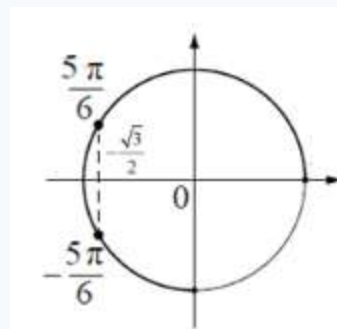
$$(2\cos x + \sqrt{3}) \cdot (\cos^2 x + 1) = 0,$$

$$2\cos x + \sqrt{3} = 0 \text{ или } \cos^2 x + 1 = 0.$$

$$\cos^2 x + 1 = 0, \cos^2 x = -1 - \text{нет корней.}$$

$$2\cos x + \sqrt{3} = 0, 2\cos x = -\sqrt{3}, \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$



Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

13 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

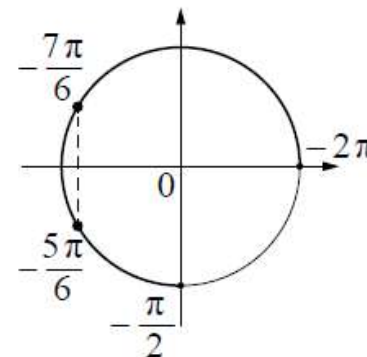
Решение 1.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$.



Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

13 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

Решение 2.

б) $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

Найдем корни, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

$$-2\pi \leq -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq -\frac{\pi}{2},$$

$$-2 \leq -\frac{5}{6} + 2n \leq -\frac{1}{2},$$

$$-2 + \frac{5}{6} \leq 2n \leq -\frac{1}{2} + \frac{5}{6},$$

$$-\frac{7}{12} \leq n \leq \frac{2}{12}, n \in \mathbb{Z};$$

$$n = 0, x = -\frac{5\pi}{6}.$$

$$-2\pi \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi m \leq -\frac{\pi}{2},$$

$$-2 \leq \frac{5}{6} + 2m \leq -\frac{1}{2},$$

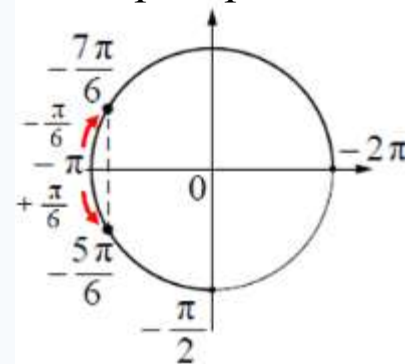
$$-2 - \frac{5}{6} \leq 2m \leq -\frac{1}{2} - \frac{5}{6},$$

$$-\frac{17}{12} \leq m \leq -\frac{8}{12}, m \in \mathbb{Z};$$

$$m = -1, x = -\frac{7\pi}{6}.$$

Семенов Андрей Викторович

Проверка



Ответ: а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}.$

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

**Задания №15 (профильный уровень) –
логарифмическое неравенство**

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

15

Решите неравенство $\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5(x^2-7x+12) + \log_5(5-x)$.

Решение 1.

Решение.

Запишем исходное неравенство в виде:

$$\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5((3-x)(4-x)) + \log_5(5-x);$$

$$\log_5(3-x) + \log_5(x^2+2) \geq \log_5(3-x) + \log_5(4-x) + \log_5(5-x).$$

Неравенство определено при $x < 3$, поэтому при $x < 3$ неравенство принимает вид:

$$x^2+2 \geq (4-x)(5-x); x^2+2 \geq x^2-9x+20; 9x \geq 18,$$

откуда $x \geq 2$. Учитывая ограничение $x < 3$, получаем: $2 \leq x < 3$.

Ответ: $[2; 3)$.

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

15 Решите неравенство $\log_5 \left((3-x)(x^2+2) \right) \geq \log_5 (x^2-7x+12) + \log_5 (5-x)$.

Решение 2. Выражение $\log_5 \left((3-x)(x^2+2) \right)$ определено при $(3-x)(x^2+2) > 0$:
 $x^2+2 > 0$, получаем, что $3-x > 0$, $x < 3$.

Выражение $\log_5 (x^2-7x+12)$ определено при $x^2-7x+12 > 0$:

$$(x-3)(x-4) > 0, (3-x)(4-x) > 0, \quad \begin{cases} 3-x > 0, & \begin{cases} x < 3, \\ x < 4; \end{cases} \\ 4-x > 0; & \end{cases} \quad x < 3.$$

с учетом $3-x > 0$ получаем $4-x > 0$:

Выражение $\log_5 (5-x)$ определено при $5-x > 0$, с учетом $x < 3$ получаем:

$$\begin{cases} x < 3, & \begin{cases} x < 3, \\ x < 5; \end{cases} \\ 5-x > 0; & \end{cases} \quad x < 3.$$

Все выражения неравенства определены при $x < 3$.

Неравенство определено при $x < 3$

$$\begin{aligned} x^2-7x+12 &= 0 \\ D &= (-7)^2 - 4 \cdot 12 = 1 \\ x_1 &= \frac{7-1}{2 \cdot 1} = 3, \quad x_2 = \frac{7+1}{2 \cdot 1} = 4. \\ x^2-7x+12 &= (x-3)(x-4). \end{aligned}$$

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

15

Решите неравенство $\log_5 \left((3-x)(x^2+2) \right) \geq \log_5 (x^2-7x+12) + \log_5 (5-x)$.

Решение 2. Продолжение

$$\log_5 \left((3-x)(x^2+2) \right) = \log_5 (3-x) + \log_5 (x^2+2) \text{ при } x < 3.$$

$$\log_5 (x^2-7x+12) = \log_5 \left((3-x)(4-x) \right) = \log_5 (3-x) + \log_5 (4-x) \text{ при } x < 3.$$

Исходное неравенство перепишем в виде:

$$\log_5 (3-x) + \log_5 (x^2+2) \geq \log_5 (3-x) + \log_5 (4-x) + \log_5 (5-x) \text{ при } x < 3,$$

$$\log_5 (x^2+2) \geq \log_5 (4-x) + \log_5 (5-x) \text{ при } x < 3,$$

$$\log_5 (x^2+2) \geq \log_5 \left((4-x)(5-x) \right) \text{ при } x < 3,$$

$$\log_5 (x^2+2) \geq \log_5 (x^2-9x+20) \text{ при } x < 3,$$

$$x^2+2 \geq x^2-9x+20 \text{ при } x < 3,$$

$$9x \geq 18 \text{ при } x < 3,$$

$$2 \leq x < 3.$$

Ответ: $[2; 3)$.



Всероссийская научно-практическая конференция

«Математическое просвещение как одно из условий реализации Концепции развития математического образования в России»

Некоторые аспекты итоговой аттестации по математике в 2021 году

Благодарю за внимание!