Методы решения задач с экономическим содержанием

Краснодарский край
Белоглинский район
МБОУ СОШ №32
Ученица 11 класса
Медведева Дарья

Гипотеза: использование различных методов решения экономических задач способствуют повышению процента их решаемости в профильном ЕГЭ по математике и уровня финансовой грамотности учащихся.

Объект исследования - задачи с экономическим содержанием.

Предмет исследования – способы решения задач с экономическим содержанием.

Задачи:

- Изучить теоретические основы решения экономических задач, познакомиться с историей возникновения процентов;
- Рассмотреть понятие «кредит» и изучить схемы погашения кредитов;
- Изучить способы решения задач с экономическим содержанием, выявить их преимущества и недостатки.

Теоретические вопросы

Процент – это сотая доля числа.

Формула простых процентов

$$S_n = S\left(1 + \frac{pn}{100}\right)$$

Формула сложных процентов

$$S_n = S\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Депозит (вклад) – это денежные средства, помещённые вкладчиком (физическим или юридическим лицом) в банк для хранения или роста прибыли на определённый или неопределённый срок, может предусматривать пополнение счета.

Кредит – это финансовая сделка, в результате которой кредитор (банк) предоставляет на определенный срок деньги заемщику. За пользование деньгами заемщик, кроме погашения основного долга (тело кредита), выплачивает также кредитору проценты.

Теоретические вопросы

- При **дифференцированной (или регрессивной) схеме** ежемесячный платеж включает в себя постоянную сумму для погашения основного долга по кредиту, к которой прибавляются проценты на оставшуюся часть долга. При такой схеме платежи могут отличаться друг от друга суммой.

- **Аннуитет** — начисление равных платежей на весь срок погашения кредита. При этом в первой половине срока погашения задолженность по кредиту практически не гасится — выплачиваются в большей части проценты. Эта особенность делает платежи относительно небольшими, но увеличивает общую сумму начисляемых процентов

Методы решения задач с экономическим содержанием

- С помощью формулы
- Табличный метод
- Схема
- Аналитический метод
- Метод «Карманов»
- Использование свойств функции

Табличный метод

Задача. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный сумма вложений составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального взноса, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей.

Год	Сумма, млн руб.	Пополнение, млн руб.	Сумма с начислением процентов, млн руб.	Остаток, млн руб.
1	A	-	1,1A	1,1A
2	1,1A	-	1,21A	1,21A
3	1,21A	1,21A+3	1,1(1,21A+3)	$1{,}1^3A + 3{,}3$
4	$1{,}1^3A + 3{,}3$	$1{,}1^3A + 6{,}3$	$1{,}1(1{,}1^3A + 6{,}3)$	$1{,}1^4A + 6{,}93$

Табличный метод

Так как по условию задачи через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей, то составим и решим неравенство: $1{,}1^4\mathrm{A} + 6{,}93 < 25$

$$1{,}1^4\mathrm{A} < 25 - 6{,}93$$

$$1{,}1^4\mathrm{A} < 18{,}07$$

$$\mathrm{A} < \frac{180700}{14641}$$

$$\mathrm{A} < 12\frac{5008}{14641}$$

Так как $\mathrm{A} > 0, \mathrm{A} \ni \mathbb{N}$, то наибольший размер первоначального взноса составляет 12 млн рублей.

Ответ: 12 млн рублей

Метод «Карманов»

Задача. В августе планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 10 лет.

Условия его возврата таковы:

-1-го февраля долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

-с марта по июль каждого года необходимо выплатить часть долга;

-1 июля каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

Срок	1	2	3	10
Правый карман (долг)	$\frac{S}{10}$	$\frac{S}{10}$	$\frac{S}{10}$	$\frac{S}{10}$
Остаток, на который начисляют %	S	$\frac{9S}{10}$	$\frac{8S}{10}$	$\frac{S}{10}$
Левый карман (проценты)	$0{,}2S$	$0{,}2 \cdot \frac{9S}{10}$	$0{,}2 \cdot \frac{8S}{10}$	$0{,}2 \cdot \frac{S}{10}$

Метод «Карманов»

$$0{,}2S + 0{,}2 \cdot \frac{9S}{10} + 0{,}2 \cdot \frac{8S}{10} + \cdots + 0{,}2 \cdot \frac{S}{10} = \frac{0{,}2S}{10}(10 + 9 + 8 + \cdots + 1) =$$

$$= \frac{0{,}2S}{10} \cdot \frac{10+1}{2} \cdot 10 = 0{,}1S \cdot 11$$

Подставим значение S.

$1{,}1 \cdot 5 = 5{,}5$ млн. рублей –выплата процентов

Тогда общая сумма выплат составит:

5+5,5=10,5 млн. рублей.

Ответ: 10,5млн рублей

Схема

Задача. 12-го декабря Василий планирует взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

-1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

-со 2-го по 11-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

-12-го числа каждого с 1 по 10 месяц долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 12-е число предыдущего месяца.

-К 12-му числу 11-го месяца кредит должен быть погашен полностью.

Какой долг будет 12-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

	декабрь	январь	февраль	....	октябрь	ноябрь
12-е	S	S-80	S-160		S-800	0
1-е		1,03S	1,03(S-80)		1,03(S-720)	1,03(S-800)

Схема

1 выплата: *1,03S-(S-80)*

2 выплата: *1,03(S-80)-(S-160)*

…

10 выплата: *1,03(S-720)-(S-800)*

11выплата: *1,03(S-800)*

1198

$$1{,}03(S+S-80+\cdots+S-720+S-800)-(S-80)-(S-160)-\cdots-(S-800)=1198$$

$$1{,}03\left(11S-\frac{80+800}{2}\cdot 10\right)-10S+\frac{80+800}{2}\cdot 10=1198$$

$$1{,}33S-1{,}03\cdot 4400+4400=1198$$

$$1{,}33S-132=1198$$

$$S=1000$$

Долг в октябре: $1000-80\cdot 10=200$ тысяч рублей

Использование свойств функции

Задача. У фермера есть два поля, каждое площадью 15 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 150 ц/га, а на втором — 250 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 180 ц/га.
Фермер может продавать картофель по цене 2 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 1800 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Решение.
1 поле.

культура	S, га	Урожайность, ц	Стоимость, руб
картофель	x	150	2000
свекла	15-x	300	1800

$F(x)=150\cdot2000\cdot x+300\cdot1800\cdot(15-x)=-240000x+8100000$, где $x\in[0;15]$.
$-240000<0$. Наибольшее значение она принимает $x=0$.
$F(0)=8100000$ рублей наибольшая прибыль на первом поле.

Использование свойств функции

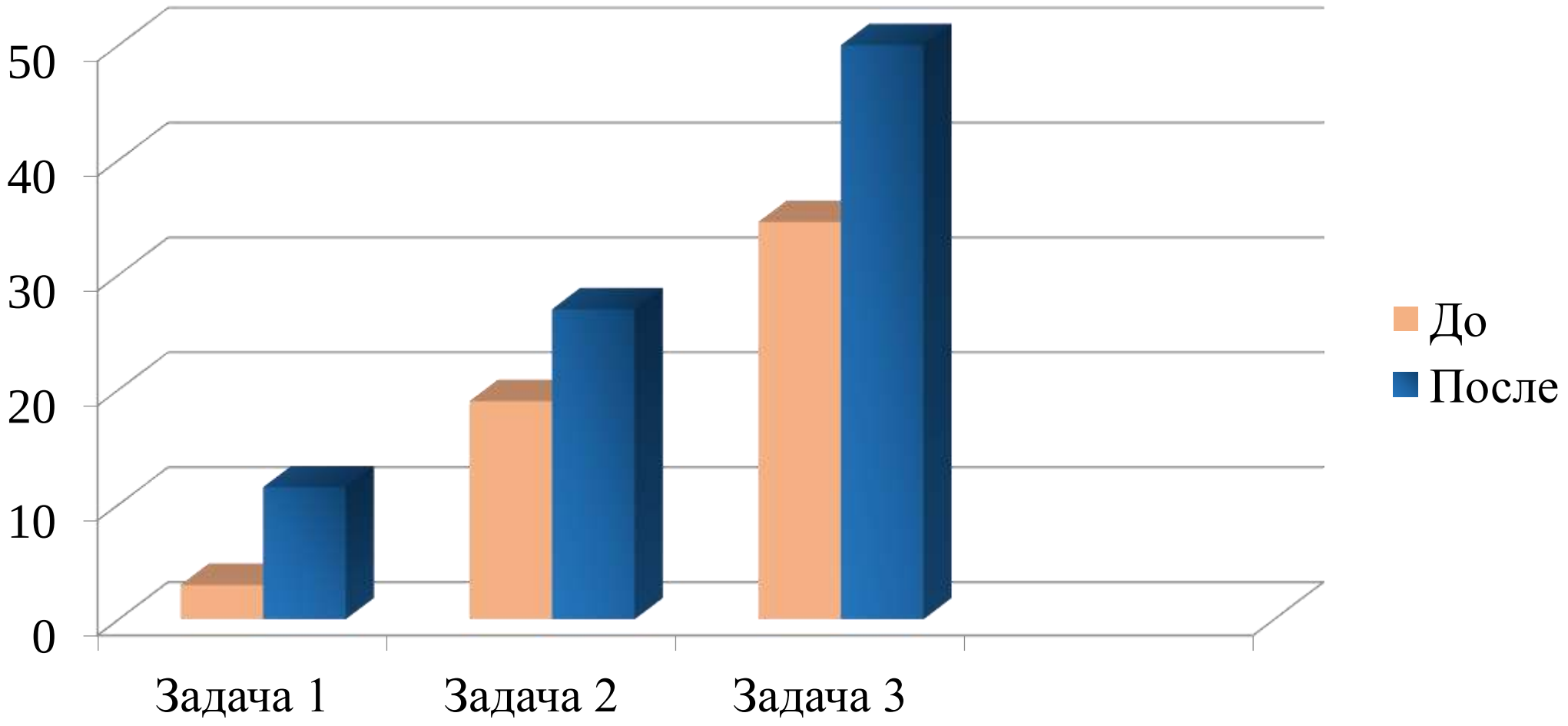
2 поле.

культура	S, га	Урожайность, ц	Стоимость, руб
картофель	x	250	2000
свекла	15-x	180	1800

$F(\mathrm{x}) = 250 \cdot 2000 \cdot \mathrm{x} + 180 \cdot 1800 \cdot (15 - \mathrm{x}) = 176000\mathrm{x} + 4860000,$
где $\mathrm{x} \in [0; 15]$
$176000 > 0.$ Наибольшее значение она принимает при x=15.
$\mathrm{F}(15) = 7500000$ рублей наибольшая прибыль на втором поле.
Наибольший доход с двух полей:
$\mathrm{F} = 8100000 + 7500000 = 15600000$ руб.
Ответ: 15,6 млн рублей

Метод решения	Положительная сторона	Отрицательная сторона
Формула	Достаточно знать и уметь применять данные формулы.	На ЕГЭ применение формул без их вывода не дает возможность получить полный балл.
Таблица	Наглядность, экономия времени при решении задачи	Умение правильно составлять таблицу, требует внимательности
Схема	Задача легко понимается благодаря наглядности.	Важно уметь правильно определять тип погашения кредита, ведь для каждого из них имеется определенная схема.
Аналитический метод	Почти все задачи можно решать данным методом.	Более удобен для простых задач, для сложных задач данный метод трудоемкий.
Метод «Карманов»	Наглядность, удобен для задач на кредиты.	Умение правильно составлять «карманы» в зависимости от типа задачи.
Использование свойств функции.	Удобен для решения задач на оптимизацию.	Понимание условия задачи, умение составлять функцию и исследовать её.

Сравнительный анализ решения задач до и после эксперимента



Вывод

- Каждый из способов имеет свои как положительные, так и негативные стороны. Некоторые способы называются по-разному, но имеют одинаковый метод решения. Выбор способа решения зависит от конкретной задачи.
- Большинство ребят отметили наиболее приемлемые для них методы: способ таблицы, схема, метод «карманов».
- Предложенная группа методов решения экономических задач способствуют повышению процента их решаемости в профильном ЕГЭ по математике и уровня финансовой грамотности учащихся.

Список литературы

- 1.Сборник элективных курсов. Математика 8-9 классы. Издательство «Учитель»,
- В. Н. Студеницкая, Л. С. Сагателова. Волгоград, 2006г. – с. 43
- 2. Лурье М. В. Задачи на составление уравнений: Учеб. руководство / М.В. Лурье,
- Б.И. Александров. - 3-е изд., перераб. - М. Наука. Гл. ред. Физ.- мат. Лит., 1990г – с.96
- 3. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для общеобразовательных учреждений/ Под ред. А. Г. Мордковича. – 4-е изд. – М.: Мнемозина, 2005.
- 4. Вишнякова С.М. Профессиональное образование. Ключевые понятия, термины, актуальная лексика. [Текст]: Словарь. /С.М. Вишнякова. – М.: НМЦ, 1999. – 538 с.
- 5. Математика. ЕГЭ 2014. Книга II / Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева. –Ростов н/Д: Издатель Мальцев Д. А.; М.: Народное образование, 2014. – 272 с.
- 6. Готовимся к ЕГЭ. Математика. Диагностические работы в формате ЕГЭ 2015. Профильный уровень. Библиотечка Статград. – М.: МЦНМО, 2015
- 7. А.В.Семенов, А.С. Трепалин, И.В.Ященко и др. «Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся». Москва: «Интеллект – Центр», 2018
- 8. Гущин Д.Д. Встречи с финансовой математикой. https://ege.sdamgia.ru/course?id=2610
- 9. Сборник задач для подготовки к ЕГЭ. http://docplayer.ru/27925086-Sbornik-zadach-dlya-podgotovki-k-ege.html.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!