

Методика решения задания № 25 КЕГЭ с использованием обработки целочисленной информации на языке программирования Python

учитель информатики высшей категории

МБОУ-СОШ №5

им. маршала Г.К. Жукова

ст. Старовеличковской

Чуб Евгений Викторович

ст. Старовеличковская

2022

Основная теорема арифметики

Любое число единственным образом (с точностью до порядка сомножителей) представимо в виде произведения простых чисел:

$$n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$$

Здесь p_i ($i=1, \dots, m$) — различные простые делители, а k_i ($i=1, \dots, m$) — их кратности (натуральные числа).

Простое число — натуральные (целое положительное) число, имеющее ровно два различных натуральных делителя — единицу и само себя.

Все делители числа (кроме 1) можно получить, взяв произведения всевозможных комбинаций простых множителей.

$$\text{Например, } 18 = 2 \cdot 3^2,$$

поэтому делители числа 18 – это 1 и 2, 3,

$$2 \cdot 3 = 6, 3 \cdot 3 = 9, 2 \cdot 3^2 = 18.$$

| 18 | | | | | |
|----|---|---|-------------|-------------|---------------|
| 1 | 2 | 3 | $2 \cdot 3$ | $3 \cdot 3$ | $2 \cdot 3^2$ |
| 1 | 2 | 3 | 6 | 9 | 18 |

Задача №1.

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[77777777; 88\ 888\ 888]$, у которых **ровно пять различных нечётных делителей** (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

Решение:

Рассмотрим случай, когда в разложение числа на простые множители входит **ровно два простых нечётных** числа каждое в первой степени: $n = 2^k p_1 p_2$. Тогда число n делится на 1, p_1 , p_2 и произведение $p_1 p_2$, т.е. имеет 4 нечётных делителя. Такой случай нам не подходит.

Задача №1.

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[77777777; 88\ 888\ 888]$, у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

Решение:

Попробуем взять одно из простых чисел во второй степени: $n = 2^k p_1^2 p_2$.

Тогда нечётными делителями числа n будут: $1, p_1, p_2, p_1^2, p_1 p_2, p_1^2 p_2$.

Это уже 6 делителей. Очевидно, что при увеличении количества нечётных простых делителей мы также получим больше 5 нечётных делителей исходного числа.

Задача №1.

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[77777777; 88\ 888\ 888]$, у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

Решение:

Если число имеет ровно 5 нечётных делителей, в его разложение на простые множители может входить только 1 нечётное простое число.

Само число имеет вид: $n = 2^k p^4$, где k – натуральное число или ноль, p – нечётное простое число.

| | | | | |
|-----------|-----|-------|-------|-------|
| $2^k p^4$ | | | | |
| 1 | p | p^2 | p^3 | p^4 |

Задача №1.

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[77777777; 88\ 888\ 888]$, у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

Решение:

Задача свелась к тому, чтобы перебрать числа из отрезка и, убрав из их разложения на простые множители 2^k , определить является ли то что осталось четвёртой степенью простого числа. Наименьшим простым нечётным делителем, отличным от единицы, будет это простое число.

Задача №1.

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[77777777; 88\ 888\ 888]$, у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

Решение:

Напишем функцию для определения простоты числа:

```
def simple(x):  
    k=0  
    for i in range(2,x):  
        if x%i==0:  
            k=k+1  
    if k==0:  
        return True  
    else:  
        return False
```


Задача №1.

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[777777777; 888888888]$, у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

Решение:

```
def simple(x):
    k=0
    for i in range(2,x):
        if x%i==0:
            k=k+1
    if k==0:
        return True
    else:
        return False

for x in range(777777777, 888888888+1):
    n=x
    while x % 2 == 0:
        x=x//2
    x1=round(x**(1/4))
    if simple(x1) and x1**4 == x:
        print(n,x1)
```

Задача №2.

(Демо-2021).

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[174457; 174505]$, числа, имеющие ровно два различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите эти два делителя в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания произведения этих двух делителей. Делители в строке таблицы также должны следовать в порядке возрастания.

Решение:

```
for i in range (174457,174505+1):
    k = 0
    for j in range (2, i):
        if i % j == 0:
            k = k + 1;
            if k == 1:
                d1 = j
            if k == 2:
                d2 = j
    if k == 2:
        print(d1,d2)
```

Задача №3.

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[3532000; 3532160]$, простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.

Решение:

Эффективно использовать ускоренный перебор делителей, то есть для числа N перебирать только числа от 2 до $q = \sqrt{N}$ (не включая точный квадратный корень, если он существует)

Все делители – парные, то есть если a – делитель N , то $b = N / a$ – тоже делитель N

```
k = 0
```

```
for n in range(3532000, 3532160+1):
```

```
    p=True
```

```
    for d in range(2, round(n**(1/2))):
```

```
        if n % d == 0:
```

```
            p = False
```

```
            break
```

```
    if p==True:
```

```
        k=k+1
```

```
        print(k,n)
```

Задача №4.

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [194455; 194500], числа, имеющие ровно 4 различных делителя. Выведите эти четыре делителя для каждого найденного числа в порядке возрастания.

Решение:

```
for n in range(194455, 194500+1):  
    d = []  
    for m in range(1, n+1):  
        if n % m == 0:  
            d.append(m)  
    if len(d) == 4:  
        print(d)
```

Задача №5.

(Демо-2022).

Пусть M – сумма минимального и максимального натуральных делителей целого числа, не считая единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то значение M считается равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 700 000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение M оканчивается на 8. Выведите первые пять найденных чисел и соответствующие им значения M .

Формат вывода: для каждого из пяти таких найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем – значение M .

Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.

Решение:

```
def D(x):
    max=0
    min=x
    for i in range(2,x):
        if x%i==0:
            if i>max:
                max=i
            if i<min:
                min=i
    M=min+max
    return M

k=0
for i in range(700000,800000):
    if D(i)%10==8:
        print(i,D(i))
        k=k+1
    if k==5:
        break
```

Задача №6.

Найдите все натуральные числа, N ,
принадлежащие отрезку

$[1000000000; 3000000000]$, которые можно

представить в виде $N = 2^m \cdot 7^n$,

где m – чётное число, n – нечётное число. В

ответе запишите все найденные числа в
порядке возрастания, а справа от каждого
числа – сумму $m+n$.

Решение:

```
for x in range(1000000000,3000000000+1):
    m2=0
    n7=0
    x1=x
    while x % 2 == 0:
        x=x//2
        m2=m2+1
    while x % 7 == 0:
        x = x // 7
        n7 = n7 + 1
    if x==1 and m2%2==0 and n7%2!=0:
        print(x1,m2+n7)
```