Вебинар: «Методические особенности решения задач нового типа в итоговой аттестации (математика)

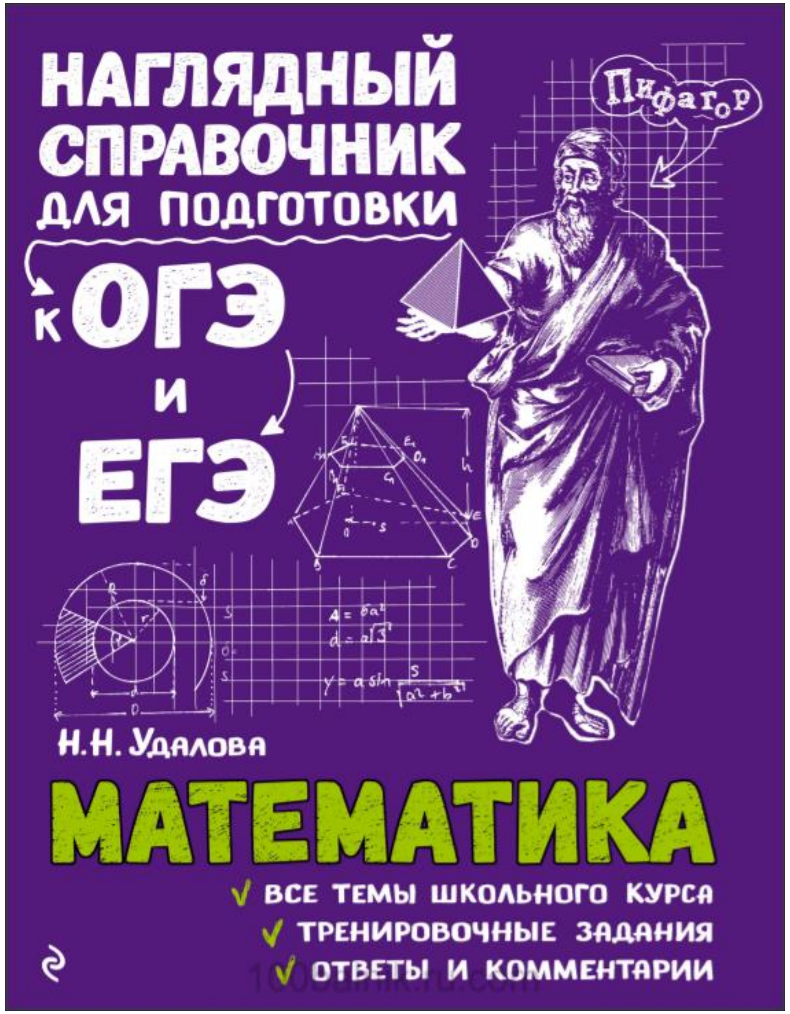
Тема: Анализ графиков в заданиях № 9 профильного уровня ЕГЭ по математике

Учитель математики
МОБУ гимназия № 15 им. Н. Н. Белоусова
г. Сочи
Ильина Зоя Николаевна

ТЕОРИЯ НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

1.Понятие функции.
2.Свойства функции.
3.Преобразование графиков функций.
3.Линейная функция. График функции прямая.
4.Квадратичная функция. График функции парабола
5.График обратной пропорциональности. Гипербола
6.Показательная функция. График.
7.Логарифмическая функция. График.
8.Тригонометрические функции. Графики.
9.Комбинированные задачи.
10.Кусочно-линейные функции.

Н.Н. Удалова математика наглядный справочник для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ



СОДЕРЖАНИЕ

ФУНКЦИИ 117

Определение и график функции 117
Элементарное исследование функции 125
Основные элементарные функции 133

https://100ballnik.com/wp-content/uploads/2021/01/математика-удалова-егэ-огэ-подготовка-справочник.pdf

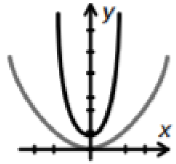
Н.Н. Удалова
математика наглядный справочник для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ

В справочнике можно найти следующую информацию для повторения теории

ФУНКЦИИ

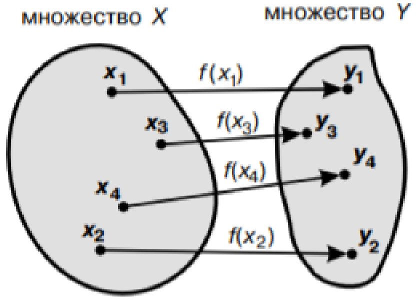
ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ГРАФИК ФУНКЦИИ

Раздел содержит основные сведения о функции и обратной функции. Рассматриваются преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.



ФУНКЦИЯ, ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

Если даны числовое множество X и правило f, которое позволяет поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определённое число y, то говорят, что задана **функция** $y=f(x)$ с областью определения X.



Форма записи:

$y=f(x),\ x\in X.$

Обозначение **области определения** функции: $D(f)$.

Переменную x называют **независимой переменной (аргументом)**, а переменную y — **зависимой переменной (функцией)**.

Способы задания функции

1. **Аналитический** способ (с помощью формулы).

Например:

а) $y=5x-4$;

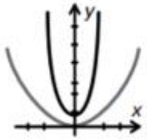
б) $y=x^2-4x+5$, где $x\in(-5;\ 25)$;

в) $y=3^{x+1}$.

ФУНКЦИИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ГРАФИК ФУНКЦИИ

Раздел содержит основные сведения о функции и обратной функции. Рассматриваются преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

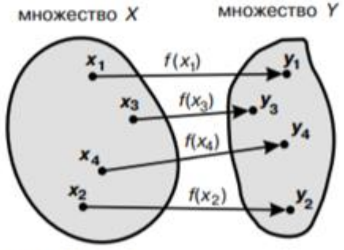


Способы задания функции

1. **Аналитический** способ (с помощью формулы).
Например:
а) $y = 5x - 4$;
б) $y = x^2 - 4x + 5$, где $x \in (-5;\ 25)$;
в) $y = 3^{x+1}$.

ФУНКЦИЯ, ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

Если даны числовое множество X и правило f, которе позволяет поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определённое число y, то говорят, что задана **функция** $y = f(x)$ с областью определения X.



Форма записи:
$y = f(x)$, $x \in X$.

Обозначение **области определения** функции: $D(f)$.

Переменную x называют **независимой переменной (аргументом)**, а переменную y — **зависимой переменной (функцией)**.

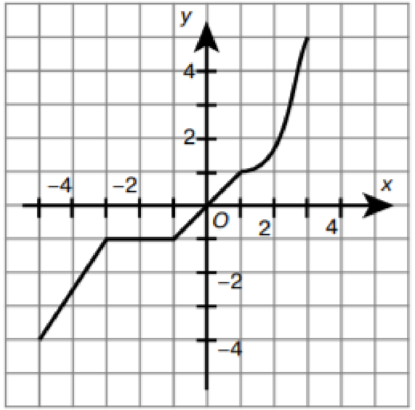
Способы задания функции

1. **Аналитический** способ (с помощью формулы).
Например:
а) $y = 5x - 4$;
б) $y = x^2 - 4x + 5$, где $x \in (-5;\ 25)$;
в) $y = 3^{x+1}$.

2. **Табличный** способ (с помощью таблицы).

x	1	2	3	4	5
y	1	4	9	16	25

3. **Графический** способ (с помощью графика).



В справочнике можно найти практические задания для повторения темы

Практические задания

1 Задана функция $y=x^2-2x$. Найдите: а) $y(-3)$; б) $y(0{,}1)$; в) $y\left(\frac{1}{2}\right)$.

Решение:

а) $y(-3)=(-3)^2-2\cdot(-3)=9+6=15$;

б) $y(0{,}1)=(0{,}1)^2-2\cdot 0{,}1=0{,}01-0{,}2=-0{,}19$;

в) $y\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}$.

Ответ: а) 15; б) $-0{,}19$; в) $-\frac{3}{4}$.

2 Найдите область определения функции.

а) $y=\frac{x}{x-4}$.

Решение:

Выражение $\frac{x}{x-4}$ определено при всех x, кроме 4, т. к. при $x=4$ знаменатель обращается в нуль. Значит, $D(f)=(-\infty;\ 4)\cup(4;\ +\infty)$.

Ответ: $(-\infty;\ 4)\cup(4;\ +\infty)$.

б) $y=\sqrt{x-5}$.

Решение:

Выражение $\sqrt{x-5}$ определено, когда $x\geq 5$, т. к. при этих значениях x выражение, стоящее под знаком квадратного корня, принимает неотрицательные значения. Значит, $D(f)=[5;\ +\infty)$.

Ответ: $[5;\ +\infty)$.

1. Нахождение значения функции при заданном значении аргумента. Что в дальнейшем пригодится для решения заданий.

2. Нахождение области допустимых значений функции.

В справочнике можно найти практические задания для повторения темы

3. Нахождение области значений функции. Что в дальнейшем пригодится для решения заданий.

МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Множество всех значений функции $y=f(x)$, $x \in X$ называют **областью значений функции**.

Обозначение области значений: $E(f)$.

Практические задания

3 Найдите область значений функции.

а) $y=x^2-1$.

Решение:

Функция $y=x^2-1$ при $x=0$ принимает наименьшее значение; $y(0)=-1$. Значит, $E(f)=[-1;\ +\infty)$.

Ответ: $[-1;\ +\infty)$.

б) $y=3^{x+1}$.

Решение:

Функция $y=3^{x+1}$ принимает положительные значения, значит, $E(f)=(0;\ +\infty)$.

Ответ: $(0;\ +\infty)$.

В справочнике можно найти практические задания для повторения темы

3. Нахождение значений функции при заданном значении аргумента. А также нахождение аргумента при заданном значении функции. Что в дальнейшем пригодится для решения заданий.

ГРАФИК ФУНКЦИИ. ПРИМЕРЫ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ И ЯВЛЕНИЯХ

Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты — соответствующим значениям функции.

Практические задания

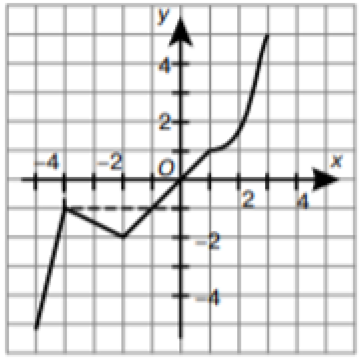
4 Дан график функции. Определите по графику:

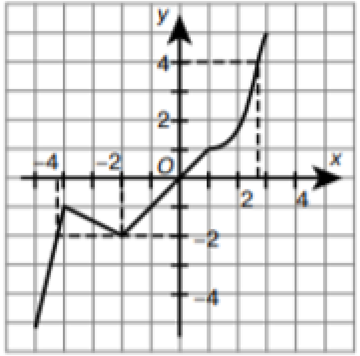
а) значение функции, если значение аргумента равно –4 и 0;
б) значение аргумента, если значение функции равно 4; –2.

Решение:

а) $f(-4)=-1$; $f(0)=0$;

б) если $y=4$, то $x=2{,}7$;
если $y=-2$, то $x_1=-2$ и $x_2=-4{,}3$.





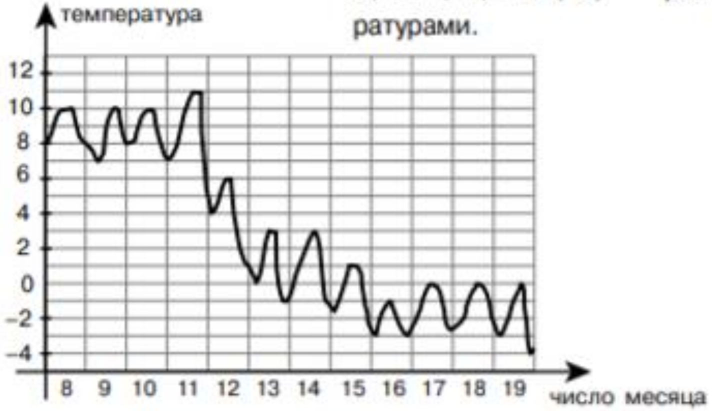
5 На рисунке изображён график изменения температуры воздуха в городе Балаково с 8 по 19 ноября 2017 г. Определите по графику разность между наибольшей и наименьшей температурой за указанный период времени.

Решение:

1) Наибольшая температура равна 11 °C.

2) Наименьшая температура равна –4 °C.

3) $11-(-4)=15$ (°C) — разность между температурами.



Ответ: 15 °C.

В справочнике можно найти следующую информацию для повторения теории

В справочнике можно найти практические задания для повторения темы

ОБРАТНАЯ ФУНКЦИЯ. ГРАФИК ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

Если функция $y=f(x)$ монотонна на некотором промежутке X, то говорят, что функция $y=f(x)$ **обратима** на данном промежутке X.

Например.
Функция $y=x^2$ убывает на промежутке $(-\infty;\ 0]$, значит, на данном промежутке функция $y=x^2$ обратима.

Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $y=x$.

Если функция $y=f(x)$ обратима на X, а Y — область значений, то, выразив x из формулы $y=f(x)$ и поменяв местами x и y, получим **обратную функцию**, которая определена на множестве Y, а X — её область значений.

Обозначение обратной функции:

$$y=f^{-1}(x).$$

! Если функция $y=f(x)$ возрастает (убывает) на множестве X, а Y — область значений функции, то обратная ей функция возрастает (убывает) на Y, а X — её область значений.

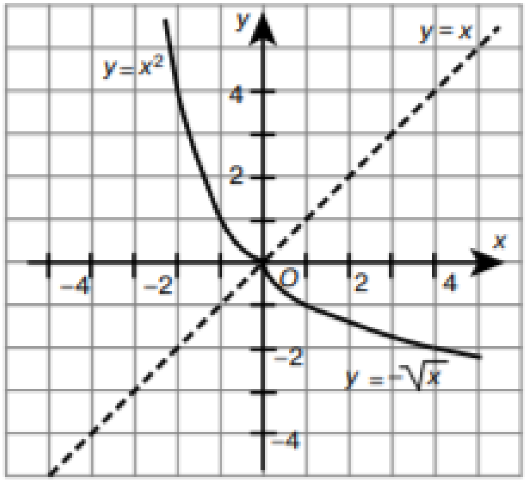
Практические задания

6 Найдите функцию, обратную данной $y=x^2$, если $x\in(-\infty;\ 0]$. Постройте на одном чертеже графики взаимно обратных функций.

Решение:

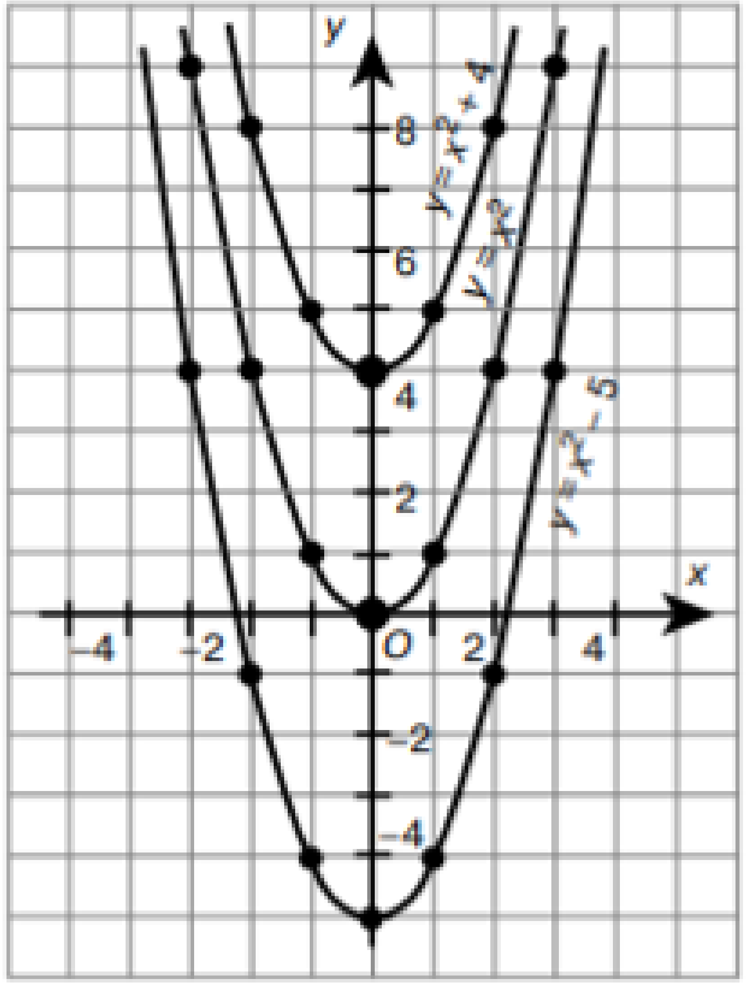
1) $y=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{y}$.
Так как $x\in(-\infty;\ 0]$, то $x=-\sqrt{y}$.

2) Поменяем местами x и y, получим обратную функцию $y=-\sqrt{x}$ при $x\in[0;\ +\infty)$.



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ: ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС, СИММЕТРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСЕЙ КООРДИНАТ

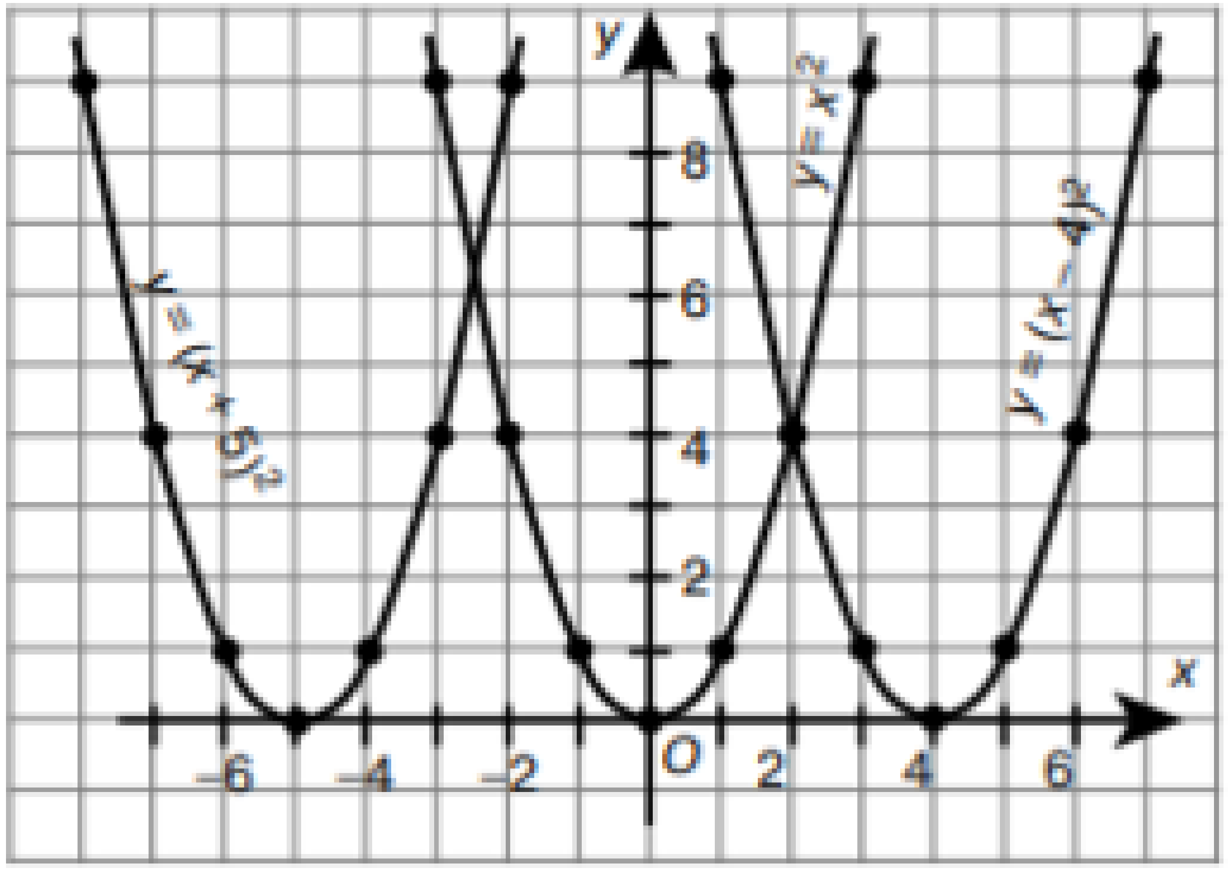
1. График функции $y=f(x)+b$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси Oy вверх на b единиц при $b>0$ и вниз на $|b|$ при $b<0$ (рис. *а*).



а)

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ: ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС, СИММЕТРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСЕЙ КООРДИНАТ

2. График функции $y = f(x + a)$ получается параллельным переносом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси Ox влево на a единиц при $a > 0$ и вправо на $|a|$ при $a < 0$ (рис. *б*).



б)

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ: ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС, СИММЕТРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСЕЙ КООРДИНАТ

1. График функции $y=f(x)+b$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси Oy вверх на b единиц при $b>0$ и вниз на $|b|$ при $b<0$ (рис. *а*).

2. График функции $y=f(x+a)$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси Ox влево на a единиц при $a>0$ и вправо на $|a|$ при $a<0$ (рис. *б*).

3. График функции $y=f(-x)$ получается симметричным отображением графика функции $y=f(x)$ относительно оси Ox (рис. *в*).

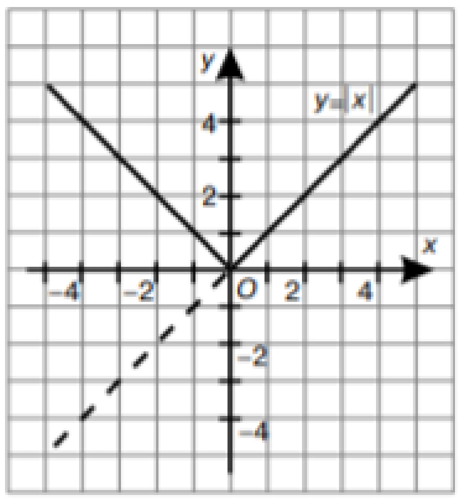
4. График функции $y=f(-x)$ получается симметричным отображением графика функции $y=f(x)$ относительно оси Oy (рис. *г*).

5. Для построения графика функции $y=|f(x)|$ нужно построить график функции $y=f(x)$ и часть графика, расположенную в нижней полуплоскости, отобразить симметрично относительно оси абсцисс (рис. *д*).

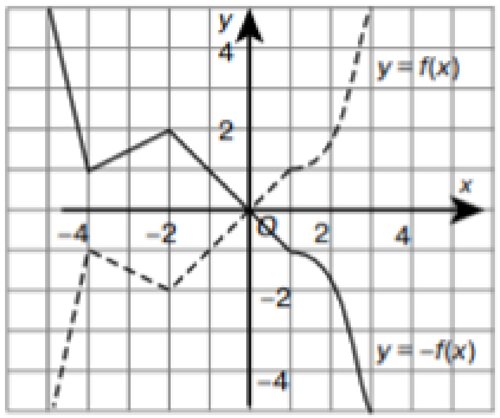
6. Для построения графика функции $y=f(|x|)$ необходимо:

1) часть графика функции $y=f(x)$, лежащую в левой полуплоскости, отбросить;

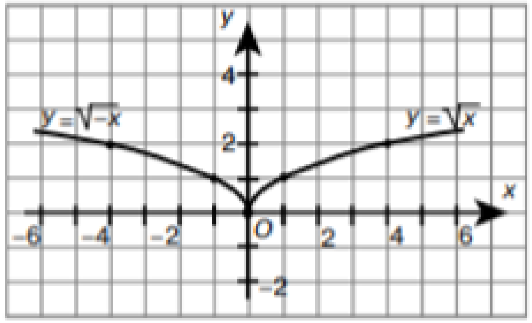
2) часть графика функции $y=f(x)$, лежащую в правой полуплоскости, оставить неизменной и отобразить её симметрично относительно оси Oy в левую полуплоскость (рис. *е*, с. 123).



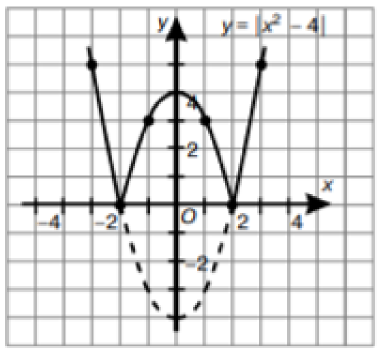
е)



в)



г)



д)

Практические задания

7 Постройте график функции $y = -(x+3)^2 + 2$.

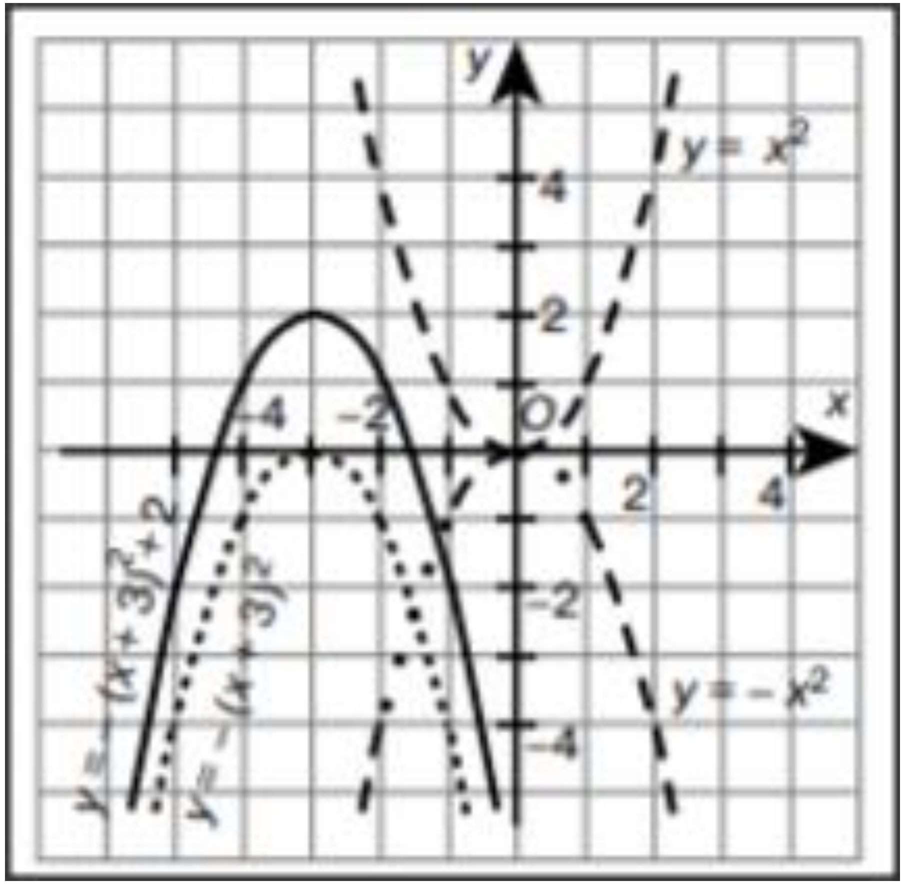
Схема построения:

1) $y = x^2$;

2) $y = -x^2$ — симметрия относительно оси Ox;

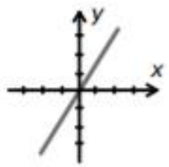
3) $y = -(x+3)^2$ — сдвиг влево на 3 единицы;

4) $y = -(x+3)^2 + 2$ — сдвиг вверх на 2 единицы.



ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ

В разделе рассматривается исследование функции на монотонность и экстремумы, чётность и нечётность, на периодичность, ограниченность сверху и снизу, на наибольшее и наименьшее значение функции на всей области определения.



МОНОТОННОСТЬ ФУНКЦИИ. ПРОМЕЖУТКИ ВОЗРАСТАНИЯ И УБЫВАНИЯ

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей (убывающей) на множестве X**, если для любых точек x_1 и x_2, принадлежащих множеству X, таких, что $x_1 > x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$ $[f(x_1) < f(x_2)]$, то есть большему значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции. При движении слева направо по оси Ox график возрастающей функции идёт вверх, а убывающей — вниз.

! Между промежутками возрастания (убывания) не ставится знак объединения [∪]. Концы промежутков, в которых функция определена, включаются в ответ.

Если функция возрастает (убывает) на промежутке X, то говорят, что данная функция **монотонна** на промежутке X.

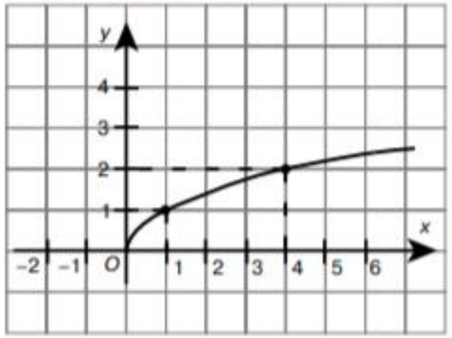


График возрастающей функции

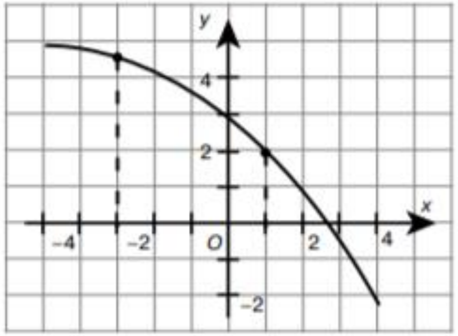
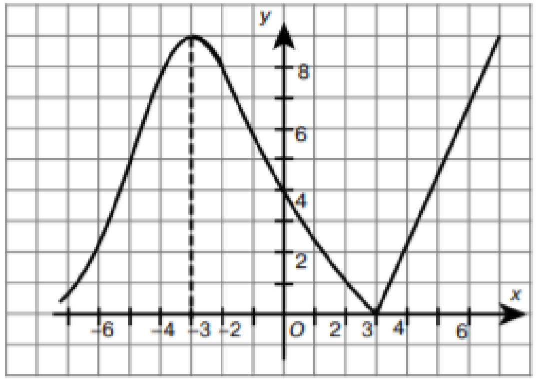


График убывающей функции

Практические задания

9 Найдите по рисунку промежутки монотонности функции $y = f(x)$.



Решение:

Движемся слева направо по оси Ox:

1) $(-\infty; -3]$ — график функции идёт вверх, значит, функция на данном промежутке возрастает;

2) $[-3; 3]$ — график функции идёт вниз, следовательно, на данном промежутке функция убывает;

3) $[3; +\infty)$ — график функции идёт вверх, значит, функция на данном промежутке возрастает.

Ответ: функция возрастает на $(-\infty; -3]$ и $[3; +\infty)$; функция убывает на $[-3; 3]$.

ЧЁТНОСТЬ И НЕЧЁТНОСТЬ ФУНКЦИИ

Функцию $y = f(x)$ на множестве X называют **чётной**, если для любого $x \in X$ выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

Например.
Функция $f(x) = x^4 + 4$ является чётной, т. к. $f(-x) = (-x)^4 + 4 = x^4 + 4 = f(x)$.

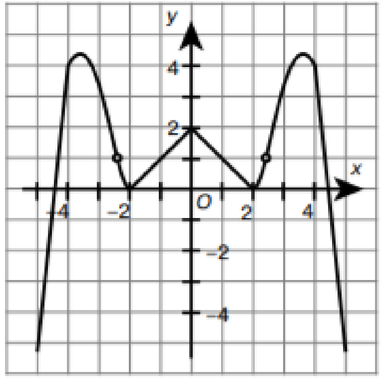


График чётной функции

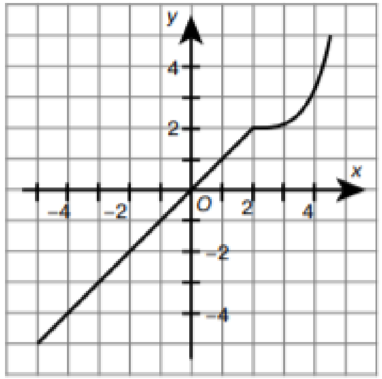


График ни чётной, ни нечётной функции

Функцию $y=f(x)$ на множестве X называют **нечётной**, если для любого $x \in X$ выполняется равенство $f(-x)=-f(x)$.

Например.

Функция $f(x)=x^5-x^3-x$ является нечётной, т. к. $f(-x)=(-x)^5-(-x)^3-(-x)=-x^5+x^3+x=-(x^5-x^3-x)=-f(x)$.

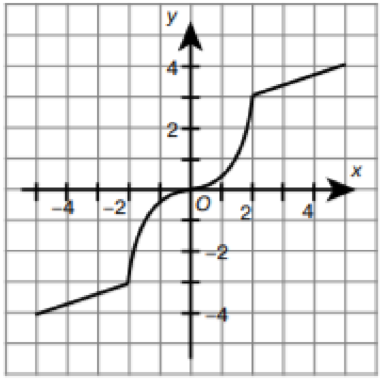


График нечётной функции

Функция может быть ни чётной, ни нечётной, в этом случае её называют **функцией общего вида**.

Если функция $y=f(x)$ чётная или нечётная, то её область определения симметрична относительно начала отсчёта. Если область определения функции не является симметричным множеством, то данная функция **не является ни чётной, ни нечётной**.

График чётной функции симметричен относительно оси *Oy*. График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Если функция ни чётная, ни нечётная (функция общего вида), то её график не симметричен ни относительно начала координат, ни относительно оси ординат.

Если функция чётная (нечётная), можно построить часть графика для $x \geq 0$, а затем отразить её относительно *Oy* (начала координат).

Практические задания

10 Исследуйте функции на чётность.

а) $y=\sqrt{x-1}$; $D(f)=[1;+\infty) \Rightarrow$ область определения функции не является симметричным множеством, значит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

б) $y=\sqrt{x^2-9}$;

$D(f)=(-\infty;-3]\cup[3;+\infty) \Rightarrow$ область определения функции симметрична относительно начала отсчёта, значит, проверим данную функцию на чётность: $f(-x)=\sqrt{(-x)^2-9}=\sqrt{x^2-9}=f(x)$. Функция является чётной.

в) $y=x^3-1$.

$D(f)=(-\infty;+\infty) \Rightarrow$ область определения функции симметрична относительно начала отсчёта, значит, проверим данную функцию на чётность: $f(-x)=(-x)^3-1=-x^3-1=-(x^3+1)\neq -f(x) \Rightarrow$ функция не является ни чётной, ни нечётной.

ПЕРИОДИЧНОСТЬ ФУНКЦИИ

Функция $y = f(x)$ на множестве X имеет **период** T, если для любого $x \in X$ выполняются равенства $f(x-T)=f(x)=f(x+T)$. В таком случае функцию $f(x)$ называют **периодической**.

Например:
$\sin(x+2\pi)=\sin x$, $\sin(x-2\pi)=-\sin(2\pi-x)=\sin x$.
Значит, функция $y=\sin x$ является периодической.

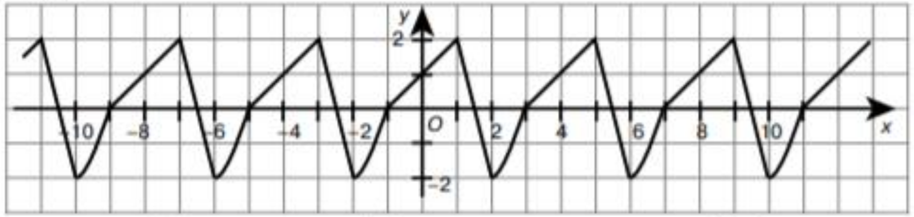


График периодической функции с основным периодом $T = 4$

Если T является периодом функции $y=f(x)$, то $2T$, $-2T$, $3T$, $-3T$, $4T$, $-4T$... также являются периодами данной функции, то есть числа вида nT, где $n \in Z$, являются периодами функции $f(x)$.

Периодическая функция имеет бесконечное множество периодов, наименьший среди положительных периодов называют **основным периодом**. Основные тригонометрические функции являются периодическими.

Например.
Функция $y=\sin x$ имеет бесконечное количество периодов $(2\pi; -2\pi; 4\pi; -4\pi...)$, основным является 2π.

Если T — основной период функции $y=f(x)$, то для построения его графика достаточно построить часть графика длиной T, а затем выполнить параллельный перенос вдоль оси Ox влево и вправо на целое число периодов $(\pm T, \pm 2T, \pm 3T...)$.

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ФУНКЦИИ

Функцию $y=f(x)$ называют **ограниченной сверху (снизу)** на множестве X, если существует такое число M, что для всех $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \le M\,[f(x) \ge M]$.

Если функция ограничена сверху и снизу на всей области определения, то данную функцию называют **ограниченной**.

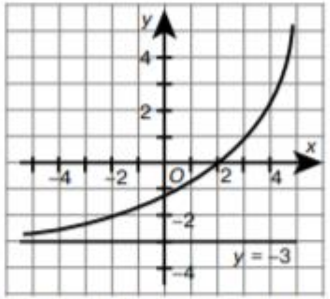


График функции, ограниченной снизу

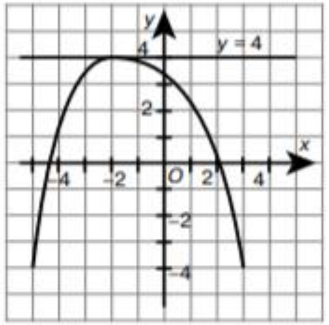


График функции, ограниченной сверху

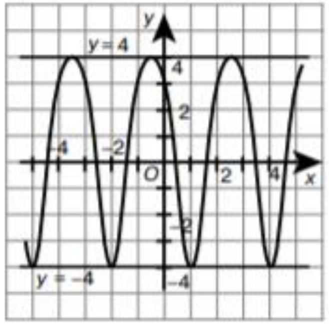


График функции, ограниченной сверху и снизу

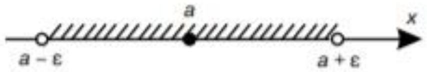
Практические задания

11 Исследуйте функцию $y=\sqrt{-x^2+4x-1}$ на ограниченность.

1) $\sqrt{-x^2+4x-1} \ge 0 \Rightarrow$ данная функция ограничена снизу.

2) Графиком функции $y=-x^2+4x-1$ является парабола, ветви которой направлены вниз. Вершина параболы $(2; 3) \Rightarrow -x^2+4x-1 \le 3 \Rightarrow \sqrt{-x^2+4x-1} \le \sqrt{3} \Rightarrow$ данная функция ограничена сверху.

ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА



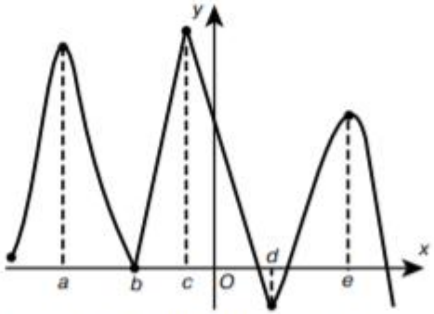
Интервал $(a-\varepsilon; a+\varepsilon)$ называют **окрестностью точки *a***, число ε — **радиусом окрестности**.

Точку x_0 называют **точкой максимума (минимума)** функции $y=f(x)$, если у данной точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство $f(x_0)>f(x)$ $[f(x_0)<f(x)]$.

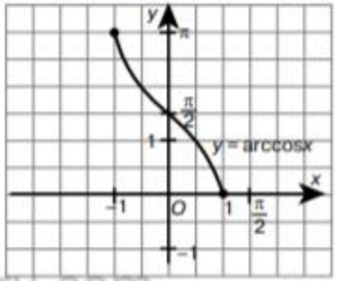
На представленном графике a, c, e — точки максимума, b, d — точки минимума.

Точки максимума и минимума называют **точками экстремума функции** (от лат. *extremus* — крайний).

Значения функции в данных точках обозначают y_{max}, y_{min}.

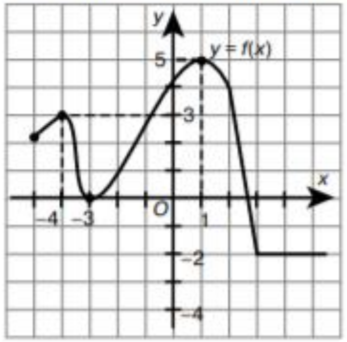


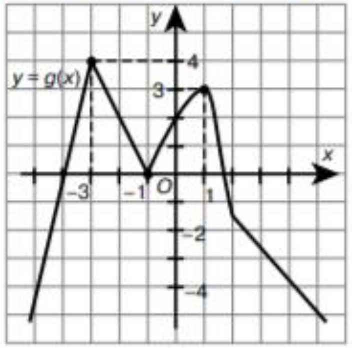
Точки экстремума являются внутренними точками области определения функции. Например, точка $x_0=-1$ не является точкой максимума функции $y=\arccos x$.



Практические задания

12 Определите по графику функции точки экстремума y_{max} и y_{min}.

а) 

б) 

1. Рассмотрим график функции $y = f(x)$ (рис. *а*):
а) точки максимума: –4 и 1; б) точка минимума: –3;
в) $f_{max} = 3$; $f_{min} = 0$; $f_{max} = 5$.

2. Рассмотрим график функции $y = g(x)$ (рис. *б*):
а) точки максимума: –3 и 1; б) точка минимума: –1;
в) $g_{max} = 4$; $g_{min} = 0$; $g_{max} = 3$.

НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

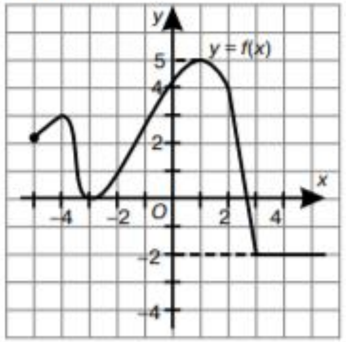
Число $f(x_0)$ называют **наибольшим (наименьшим) значением функции** $y = f(x)$ на множестве X, если существует $x_0 \in X$, такое, что для любого x из множества X выполняется неравенство $f(x_0) \geq f(x)$ $[f(x_0) \leq f(x)]$.

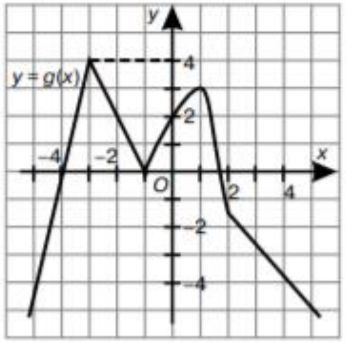
! Если у функции существует $y_{наим}$, то она ограничена снизу.
Если у функции существует $y_{наиб}$, то она ограничена сверху.
Если функция не ограничена снизу, то у неё не существует $y_{наим}$.
Если функция не ограничена сверху, то у неё не существует $y_{наиб}$.

Наибольшее (наименьшее) значение функции на множестве X — это самое большое (маленькое) значение зависимой переменной y при $x_0 \in X$.

Практические задания

13 Определите по графику наибольшее и наименьшее значение функции.

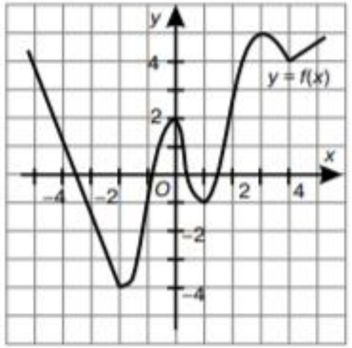
а) 

б) 

1. Рассмотрим график функции $y = f(x)$ (рис. *а*): $f_{наиб} = 5$; $f_{наим} = -2$.

2. Рассмотрим график функции $y = g(x)$ (рис. *б*):
$g_{наиб} = 4$; $g_{наим}$ не существует, т. к. график уходит в минус бесконечность.

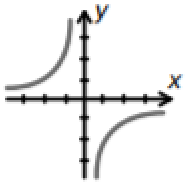
14 Исследуйте функцию, график которой изображён на рисунке.



1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$. 2) $E(f) = [-4; +\infty)$.
3) Функция возрастает на $(-2; 0]$, $[1; 3]$ и $[4; +\infty)$; функция убывает на $(-\infty; -2]$, $[0; 1]$ и $[3; 4]$.
4) Функция ни чётная, ни нечётная.
5) Функция не является периодической.
6) Функция ограничена снизу.
7) $y_{наим} = -4$; наибольшего значения функция не имеет.
8) Точки максимума: 0 и 3; точки минимума: –2; 1 и 4.
9) Минимумы функции: –4; –1; 4; максимумы функции: 2; 5.

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

В разделе рассмотрены основные элементарные функции: прямая и обратная пропорциональные зависимости, степенная функция с натуральным показателем, тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции. Приведены их свойства и графики.

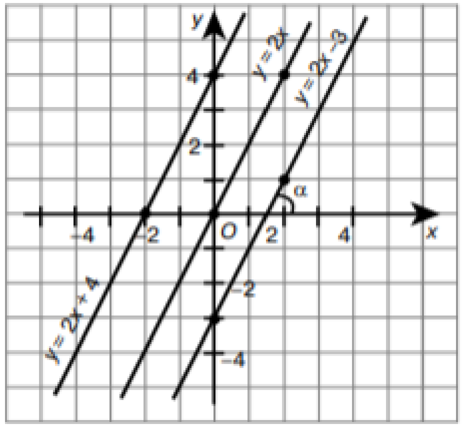


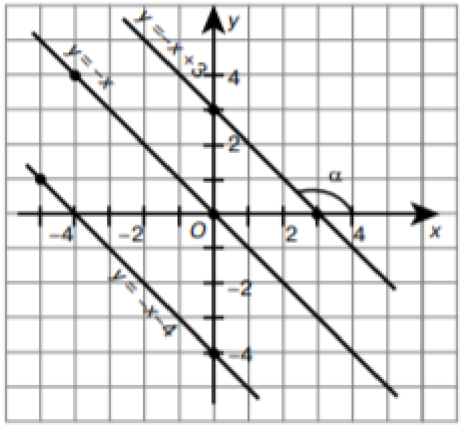
ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ ГРАФИК

Линейной называется функция, которую можно записать формулой вида $y = kx + b$, где x — независимая переменная, k и b — некоторые числа. Число k называют **угловым коэффициентом**.

Если угловые коэффициенты прямых (k) различны, то прямые пересекаются, а если угловые коэффициенты равны, то прямые параллельны.

> **!** Графиком линейной функции является **прямая**, для её построения достаточно найти координаты двух точек.

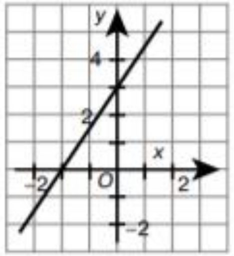




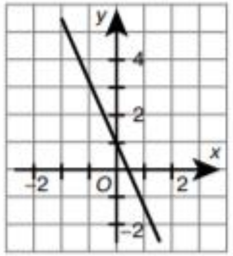
Если $k > 0$, то линейная функция является возрастающей и угол наклона прямой к оси Ox (α) острый (рис. *а*, с. 133).

Если $k < 0$, то линейная функция является убывающей и угол наклона прямой к оси Ox (α) тупой (рис. *б*, с. 133).

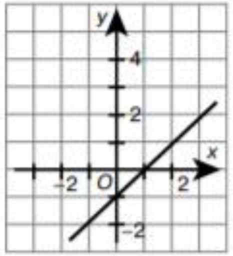
График функции $y = kx + b$ пересекает ось Oy в точке $(0;\ b)$.



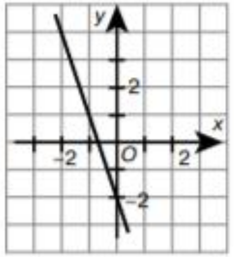
$k > 0,\ b = 3$



$k < 0,\ b = 1$



$k > 0,\ b = -1$



$k < 0,\ b = -2$

ФУНКЦИЯ, ОПИСЫВАЮЩАЯ ОБРАТНУЮ ПРОПОРЦИОНАЛЬНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ, ЕЁ ГРАФИК

Обратной пропорциональностью называется функция, которую можно задать формулой $y = \frac{k}{x}$, где x — независимая переменная, k — число, $k \neq 0$.

> **!** Кривую, являющуюся графиком обратной пропорциональности, называют **гиперболой**.
>
> Оси Ox и Oy для обратной пропорциональности являются **асимптотами** — прямыми, к которым ветви гиперболы неограниченно приближаются, но никогда их не пересекают.

■ Свойства функции $y = \frac{k}{x}$

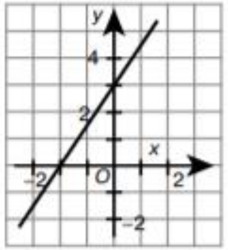
1. $D(f) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.
2. Функция нечётная, т. к. $f(-x) = \frac{k}{-x} = -f(x)$.
3. а) Если $k > 0$, то функция убывает на промежутке $(-\infty;\ 0)$ и на промежутке $(0;\ +\infty)$.

   б) Если $k < 0$, то функция возрастает на промежутке $(-\infty;\ 0)$ и на промежутке $(0;\ +\infty)$.

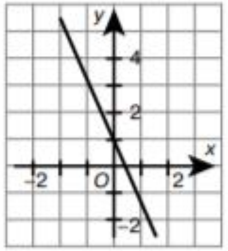
Если $k > 0$, то линейная функция является возрастающей и угол наклона прямой к оси Ox (α) острый (рис. *а*, с. 133).

Если $k < 0$, то линейная функция является убывающей и угол наклона прямой к оси Ox (α) тупой (рис. *б*, с. 133).

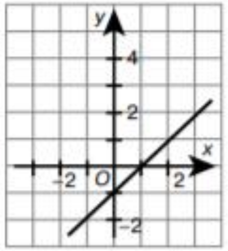
График функции $y = kx + b$ пересекает ось Oy в точке $(0;\ b)$.



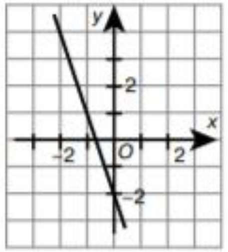
$k > 0,\ b = 3$



$k < 0,\ b = 1$



$k > 0,\ b = -1$



$k < 0,\ b = -2$

ФУНКЦИЯ, ОПИСЫВАЮЩАЯ ОБРАТНУЮ ПРОПОРЦИОНАЛЬНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ, ЕЁ ГРАФИК

Обратной пропорциональностью называется функция, которую можно задать формулой $y = \frac{k}{x}$, где x — независимая переменная, k — число, $k \neq 0$.

! Кривую, являющуюся графиком обратной пропорциональности, называют **гиперболой**.

Оси Ox и Oy для обратной пропорциональности являются **асимптотами** — прямыми, к которым ветви гиперболы неограниченно приближаются, но никогда их не пересекают.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$

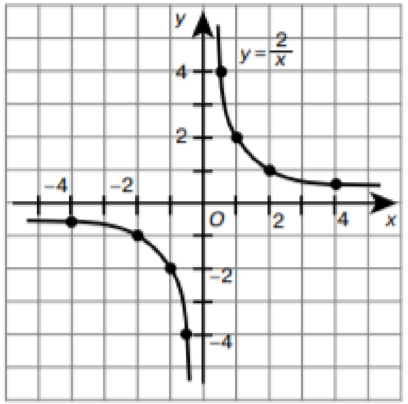
1. $D(f) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.
2. Функция нечётная, т. к. $f(-x) = \frac{k}{-x} = -f(x)$.
3. а) Если $k > 0$, то функция убывает на промежутке $(-\infty;\ 0)$ и на промежутке $(0;\ +\infty)$.

   б) Если $k < 0$, то функция возрастает на промежутке $(-\infty;\ 0)$ и на промежутке $(0;\ +\infty)$.

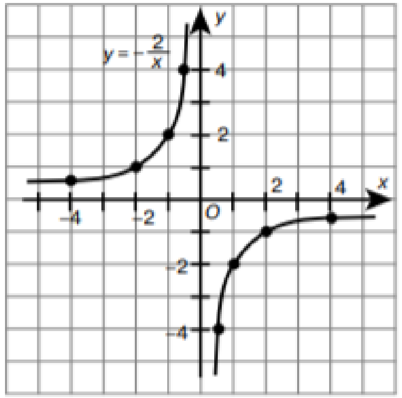
Практические задания

15 Постройте графики функций.

а) $y = \frac{2}{x}$; б) $y = -\frac{2}{x}$.



а)



б)

x	$y = \frac{2}{x}$	$y = -\frac{2}{x}$
-4	$\frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$
-2	$\frac{2}{-2} = -1$	$-\frac{2}{-2} = 1$
-1	$\frac{2}{-1} = -2$	$-\frac{2}{-1} = 2$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{-\frac{1}{2}} = -4$	$-\frac{2}{-\frac{1}{2}} = 4$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$	$-\frac{2}{\frac{1}{2}} = -4$
1	$\frac{2}{1} = 2$	$-\frac{2}{1} = -2$
2	$\frac{2}{2} = 1$	$-\frac{2}{2} = -1$
4	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

Если $k > 0$, то график расположен в I и III четверти; если $k < 0$, то график расположен в II и IV четверти.

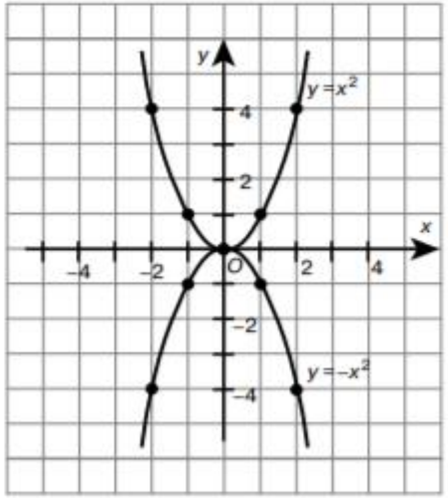
КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ ГРАФИК

Квадратичной называется функция, которую можно задать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x — переменная, a, b и c — числа, $a \neq 0$.

! Кривую, являющуюся графиком квадратичной функции, называют **параболой**.

График функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает ось Oy в точке $(0; c)$.

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх; при $a < 0$ ветви параболы направлены вниз.



Свойства функции $y = ax^2$

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. Функция чётная, т. к. $f(-x) = a(-x)^2 = ax^2 = f(x)$.

3. а) Если $a > 0$, то функция убывает на промежутке $(-\infty; 0]$ и возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.
б) Если $a < 0$, то функция возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$.

4. а) Если $a > 0$, то функция ограничена снизу; $y_{наим} = 0$.
б) Если $a < 0$, то функция ограничена сверху; $y_{наиб} = 0$.

5. Точки экстремума:
а) Если $a > 0$, то точка минимума равна 0; точек максимума нет.
б) Если $a < 0$, то точка максимума равна 0; точек минимума нет.

Практические задания

16 Постройте графики функций.

а) $y = x^2 - 6x + 5$.

1) Найдём вершину параболы:

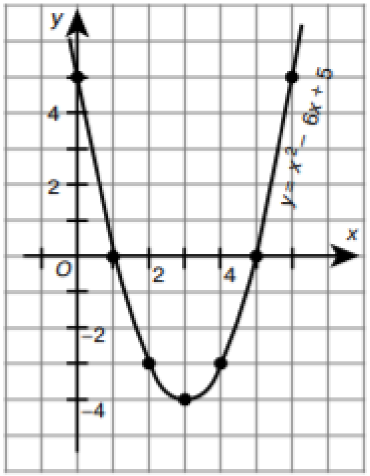
$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3;$$

$$f(x_в) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4.$$

2) Составим таблицу значений:

x	0	1	2	$\boxed{3}$	4	5	6
y	5	0	−3	−4	−3	0	5

3) Построим по точкам график функции.



б) $y = -2x^2 - 8x + 1$.

1) Найдём вершину параболы:

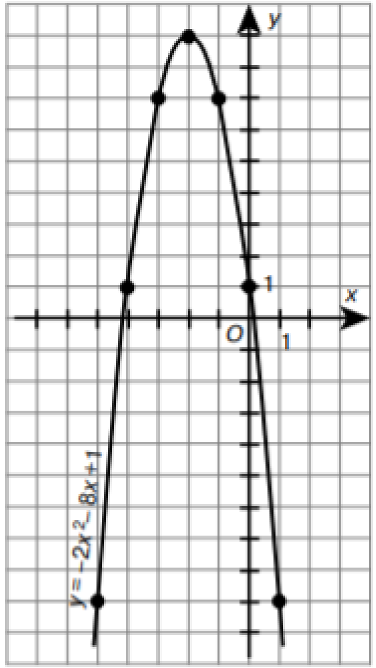
$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \cdot (-2)} = \frac{8}{-4} = -2;$$

$$f(x_в) = (-2) \cdot (-2)^2 - 8 \cdot (-2) + 1 = -8 +$$
$$+16 + 1 = 9.$$

2) Составим таблицу значений:

x	−5	−4	−3	$\boxed{-2}$	−1	0	1
y	−9	1	7	9	7	1	−9

3) Построим по точкам график функции.



СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ, ЕЁ ГРАФИК

Кубическая функция и её график

Кубической называется функция, которую можно задать формулой вида $y=ax^3$, где x — переменная, $a\neq 0$.

! Кривую, являющуюся графиком кубической функции, называют **кубической параболой**.

Свойства кубической функции

1. $D(f)=(-\infty;\ +\infty)$.

2. Функция нечётная, т. к. $f(-x)=$ $=a(-x)^3=-ax^3=-f(x)$.

График функции симметричен относительно начала координат.

3. а) Если $a>0$, то функция возрастает на всей числовой прямой.

б) Если $a<0$, то функция убывает на всей числовой прямой.

4. Нули функции: $x=0$.

5. Промежутки знакопостоянства:

а) если $a>0$, то функция принимает положительные значения при $x\in(0;+\infty)$ и отрицательные значения при $x\in(-\infty;0)$;

б) если $a<0$, то функция принимает положительные значения при $x\in(-\infty;0)$ и отрицательные значения при $x\in(0;+\infty)$.

Степенной функцией с натуральным показателем называется функция, которую можно задать формулой вида $y=ax^n$, где x — переменная, n — натуральное число, $a\neq 0$.

1) При $n=1$ получаем линейную функцию $y=ax$, графиком которой является прямая.

2) При $n=2$ получаем квадратичную функцию $y=ax^2$, графиком которой является парабола.

3) Если n — чётное число, $n>2$ $(n=4;\ 6;\ 8\ldots)$, то график функции похож на параболу. Функция обладает теми же свойствами, что и функция $y=ax^2$.

4) При $n=3$ получаем функцию $y=ax^3$, графиком которой является кубическая парабола.

5) Если n — нечётное число, $n>3$ $(n=5;\ 7;\ 9\ldots)$, то график функции похож на кубическую параболу. Функция обладает теми же свойствами, что и кубическая функция $y=ax^3$.

6) Если n — нечётное число, $n>3$ $(n=5;\ 7;\ 9\ldots)$, то функция $y=\sqrt[n]{x}$ является обратной.

7) Если n — чётное число, $n>2$ $(n=4;\ 6;\ 8\ldots)$ и $x\geq 0$, то функция $y=\sqrt[n]{x}$ является обратной.

8) Если n — чётное число, $n>2$ $(n=4;\ 6;\ 8\ldots)$ и $x\leq 0$, то функция $y=-\sqrt[n]{x}$ при $x\in[0;\ +\infty)$ является обратной.

Практические задания

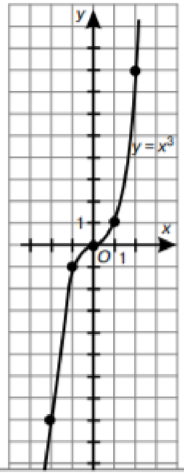
17 Постройте графики функций.

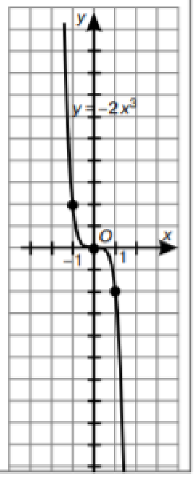
а) $y=x^3$;

x	–2	–1	0	1	2
y	–8	–1	0	1	8

б) $y=-2x^3$.

x	–2	–1	0	1	2
y	16	2	0	–2	–16



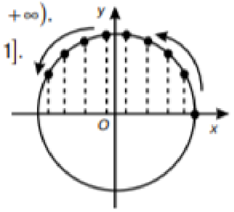


ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

Свойства и график функции y = sinx

1. $D(f)=(-\infty;\ +\infty)$.

2. $E(f)=[-1;\ 1]$.



3. Функция периодическая с основным периодом 2π, $\sin(x+2\pi k)=$ $=\sin x$, где $k\in Z$.

4. Функция нечётная; $\sin(-x)=-\sin x$.

5. Функция возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right]$ и убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right]$, где $k\in Z$.

6. Функция ограничена и сверху, и снизу.

! Кривую, являющуюся графиком функции $y=\sin x$, называют **синусоидой**.

Практические задания

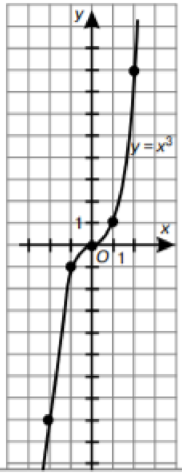
17 Постройте графики функций.

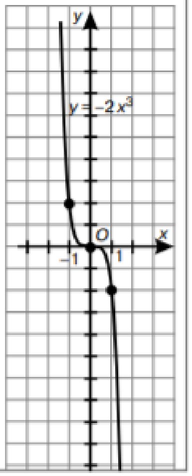
а) $y = x^3$;

x	−2	−1	0	1	2
y	−8	−1	0	1	8

б) $y = -2x^3$.

x	−2	−1	0	1	2
y	16	2	0	−2	−16

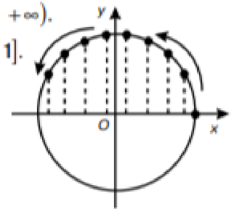




ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

Свойства и график функции y = sinx

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = [-1; 1]$.



3. Функция периодическая с основным периодом 2π, $\sin(x + 2\pi k) = \sin x$, где $k \in Z$.
4. Функция нечётная; $\sin(-x) = -\sin x$.
5. Функция возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$ и убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$, где $k \in Z$.
6. Функция ограничена и сверху, и снизу.

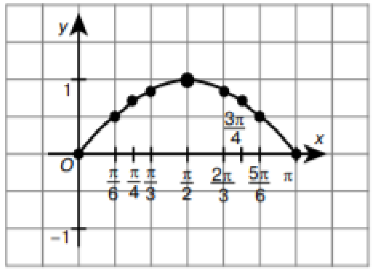
! Кривую, являющуюся графиком функции $y = \sin x$, называют **синусоидой**.

Построение графика функции y = sinx

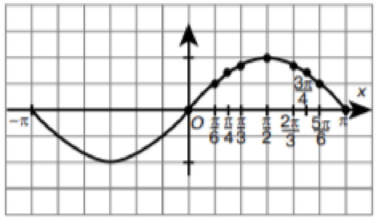
1) Составим таблицу значений:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

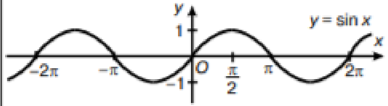
2) Построим график на отрезке $[0; \pi]$:



3) Функция $y = \sin x$ является нечётной, поэтому выполним симметрию построенного графика относительно начала координат и получим график функции на отрезке $[-\pi; \pi]$:

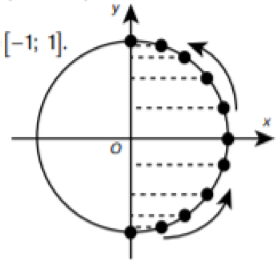


4) Используя периодичность функции $y = \sin x$, построим график функции на всей области определения:

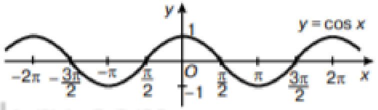


Свойства и график функции y = cosx

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = [-1; 1]$.



3. Функция периодическая с основным периодом 2π; $\cos(x + 2\pi k) = \cos x$, где $k \in Z$.



4. Функция чётная; $\cos(-x) = \cos x$.

5. Функция возрастает на промежутках $[-\pi + 2\pi k;\ 2\pi k]$ и убывает на промежутках $[2\pi k;\ \pi + 2\pi k]$, где $k \in Z$.

6. Функция ограничена и сверху, и снизу.

> **!** Кривую, являющуюся графиком функции $y = \cos x$, называют **синусоидой**.

Свойства и график функции y = tgx

1. $D(f) = \left(-\dfrac{\pi}{2} + \pi k;\ \dfrac{\pi}{2} + \pi k\right)$, где $k \in Z$.

2. $E(f) = (-\infty;\ +\infty)$.

3. Функция периодическая с основным периодом π; $\operatorname{tg}(x + \pi k) = \operatorname{tg} x$, где $k \in Z$.

4. Функция нечётная; $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$.

5. Функция возрастает на промежутках $\left(-\dfrac{\pi}{2} + \pi k;\ \dfrac{\pi}{2} + \pi k\right)$, где $k \in Z$.

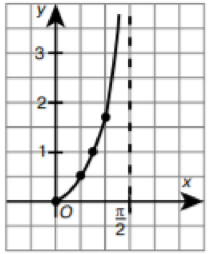
Построение графика функции y = tgx

1) Составим таблицу значений:

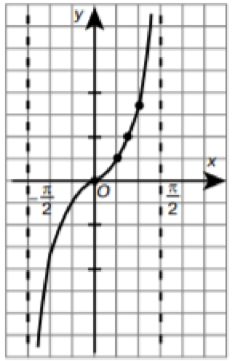
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
y	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

> **!** Кривую, являющуюся графиком функции $y = \operatorname{tg} x$, называют **тангенсоидой**.

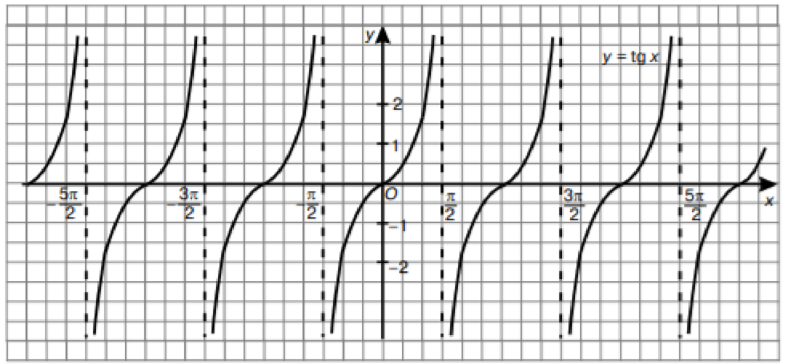
2) Построим график на промежутке $\left[0;\ \dfrac{\pi}{2}\right)$:



3) Функция $y = \operatorname{tg} x$ является нечётной, поэтому выполним симметрию построенного графика относительно начала координат и получим график функции на промежутке $\left(-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$:



4) Используя периодичность функции $y = \operatorname{tg} x$, построим график функции на всей области определения:



Свойства и график функции y = ctgx

1. $D(f) = (\pi k;\ \pi + \pi k)$, где $k \in Z$.

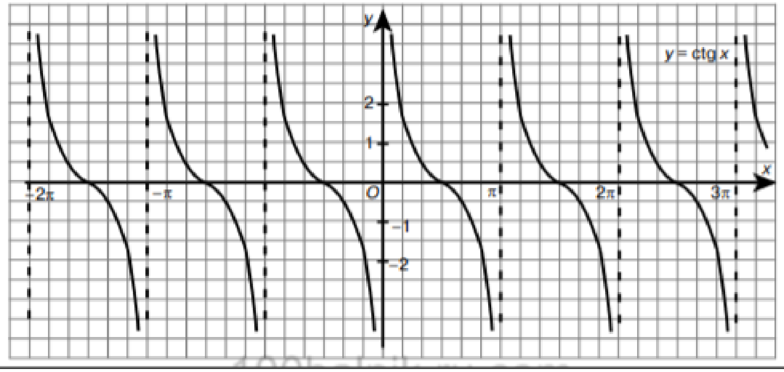
2. $E(f) = (-\infty;\ +\infty)$.

3. Функция периодическая с основным периодом π; $\operatorname{ctg}(x + \pi k) = \operatorname{ctg} x$, где $k \in Z$.

4. Функция нечётная; $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$.

5. Функция убывает на промежутках $(\pi k;\ \pi + \pi k)$, где $k \in Z$.

> **!** Кривую, являющуюся графиком функции $y = \operatorname{ctg} x$, называют **тангенсоидой**.



■ Свойства и график функции $y = \arcsin x$

Функция $y = \sin x$ монотонна на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, значит, на данном отрезке она имеет обратную функцию. Её обозначают $y = \arcsin x$.

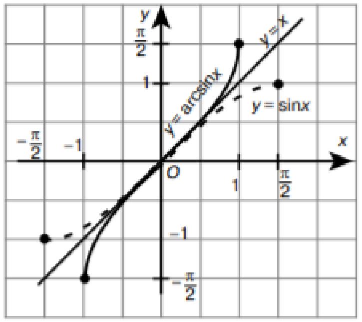


График функции $y = \arcsin x$ может быть получен из графика функции $y = \sin x$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ с помощью преобразования симметрии относительно прямой $y = x$.

1. $D(f) = [-1; 1]$.
2. $E(f) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Функция нечётная; $\arcsin(-x) = -\arcsin x$.
4. Функция возрастает на всей области определения.

$$\boxed{\sin(\arcsin a) = a}$$

■ Свойства и график функции $y = \arccos x$

Функция $y = \cos x$ монотонна на отрезке $[0; \pi]$, значит, на данном отрезке она имеет обратную функцию. Её обозначают $y = \arccos x$.

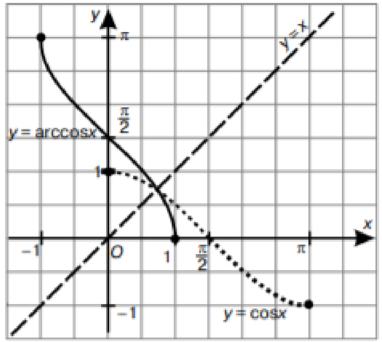


График функции $y = \arccos x$ может быть получен из графика функции $y = \cos x$, $x \in [0; \pi]$ с помощью преобразования симметрии относительно прямой $y = x$.

1. $D(f) = [-1; 1]$.
2. $E(f) = [0; \pi]$.
3. Функция ни чётная, ни нечётная; $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$.
4. Функция убывает на всей области определения.

$$\boxed{\cos(\arccos a) = a}$$

■ Свойства и график функции $y = \operatorname{arctg} x$

Функция $y = \operatorname{tg} x$ монотонна на промежутке $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, значит, на данном промежутке она имеет обратную функцию. Её обозначают $y = \operatorname{arctg} x$.

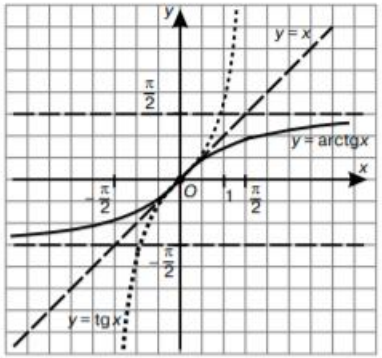


График функции $y = \operatorname{arctg} x$ может быть получен из графика функции $y = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ с помощью преобразования симметрии относительно прямой $y = x$.

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
3. Функция нечётная; $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$.
4. Функция возрастает на всей области определения.

$$\boxed{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a}$$

■ Свойства и график функции $y = \operatorname{arcctg} x$

Функция $y = \operatorname{ctg} x$ монотонна на промежутке $(0; \pi)$, значит, на данном промежутке она имеет обратную функцию. Её обозначают $y = \operatorname{arcctg} x$.

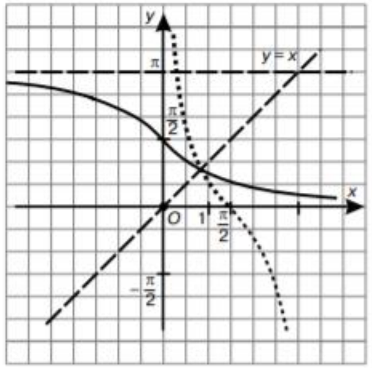


График функции $y = \operatorname{arcctg} x$ может быть получен из графика функции $y = \operatorname{ctg} x$, $x \in (0; \pi)$ с помощью преобразования симметрии относительно прямой $y = x$.

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = (0; \pi)$.
3. Функция ни чётная, ни нечётная; $\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$.
4. Функция убывает на всей области определения.

$$\boxed{\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a}$$

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ ГРАФИК

Показательной называется функция, которую можно задать формулой вида $y=a^x$, где x — переменная, $a>0$, $a\neq 1$.

1. $D(f)=(-\infty;\ +\infty)$.

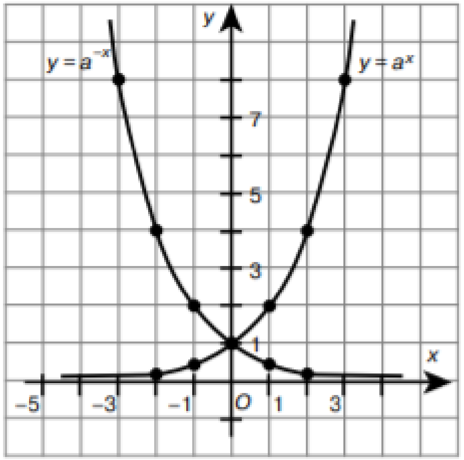
2. $E(f)=(0;\ +\infty)$.

3. Функция ограничена снизу.

а) Если $a>1$, то функция возрастает на всей области определения;
б) если $0<a<1$, то функция убывает на всей области определения.

4. Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

Графики функций $y=a^x$ и $y=a^{-x}$ симметричны относительно оси Oy.



! Кривую, являющуюся графиком функции $y=a^x$, называют **экспонентой**.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ ГРАФИК

Показательная функция монотонна на всей области определения, следовательно, показательная функция имеет обратную. Её обозначают $y=\log_a x$.

График логарифмической функции $y=\log_a x$ получается из графика показательной функции $y=a^x$ с помощью симметрии относительно прямой $y=x$.

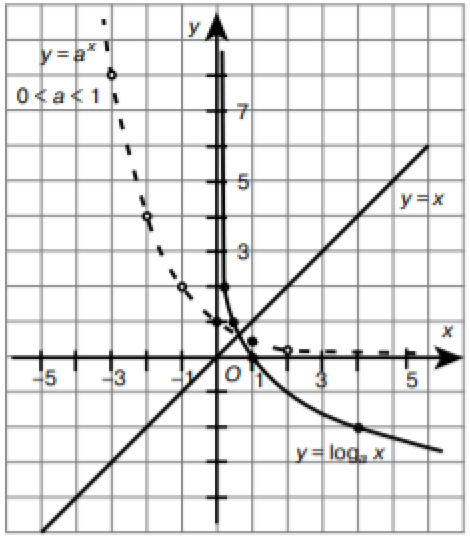
! Кривую, являющуюся графиком функции $y=\log_a x$, называют **логарифмической кривой**.

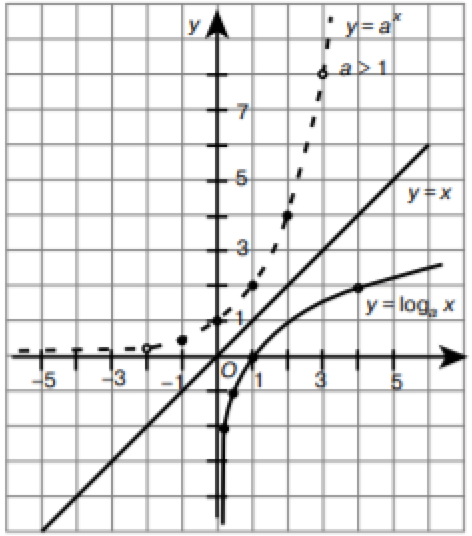
1. $D(f)=(0;\ +\infty)$.

2. $E(f)=(-\infty;\ +\infty)$.

3. а) Если $a>1$, то функция возрастает на всей области определения;
б) если $0<a<1$, то функция убывает на всей области определения.

4. Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.



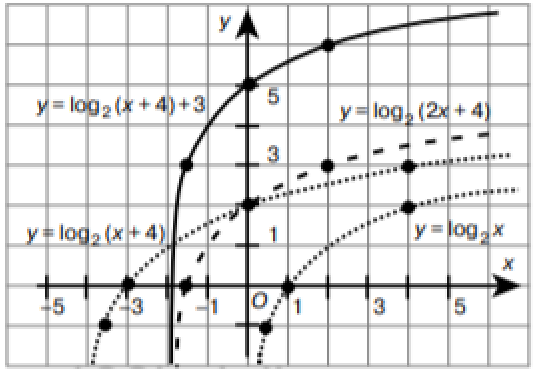


Практические задания

18 Постройте график функции $y=\log_2(2x+4)+3$.

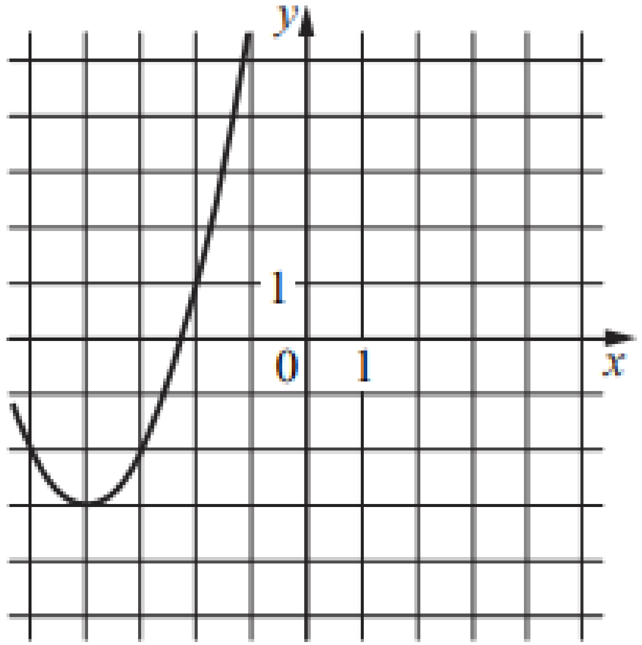
Схема построения:

1) $y=\log_2 x$;
2) $y=\log_2(x+4)$, сдвиг графика влево вдоль оси Ox на 4 единицы;
3) $y=\log_2(2x+4)$, сжатие графика в 2 раза вдоль оси Ox;
4) $y=\log_2(2x+4)+3$, сдвиг графика функции вверх вдоль оси Oy на 3 единицы.



Задание № 9. Демонстрационный вариант ЕГЭ 2022 г.

9 На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax^2+bx+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите значение $f(-12)$.

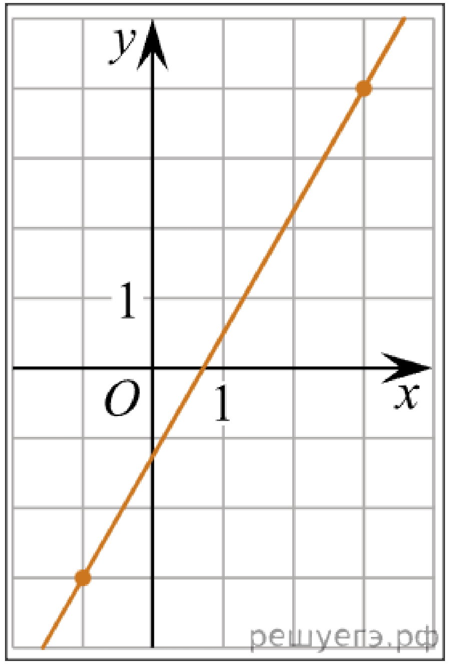


Ответ: ___________________________.

Линейные функции

1 **Задание 9 № 508895**

На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-5)$.



Решение.

Заметим, что для линейной функции

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_3) - f(x_4)}{x_3 - x_4} = k,$$

Тогда,

$$\frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{f(-1) - f(-5)}{-1 - (-5)} \Leftrightarrow \frac{4 - (-3)}{4} = \frac{-3 - f(-5)}{4} \Leftrightarrow f(-5) = -10.$$

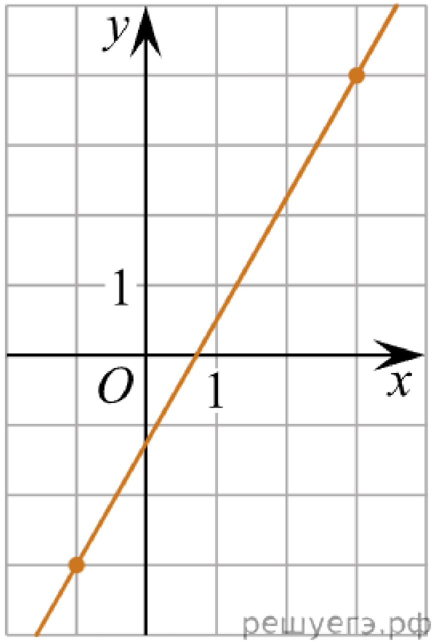
Ответ: $f(-5) = -10$.

Аналоги к заданию № 508895: 508896 508897 508898 508899 508900 508901 508902 Все

2

Задание 9 № 508903

На рисунке изображён график функции $f(x)=kx+b$. Найдите значение x, при котором $f(x)=-13{,}5$.



Решение.

По рисунку определяем, что $f(-1)=-3$, $f(3)=4$, тогда

$$\begin{cases} -3=k\cdot(-1)+b, \\ 4=k\cdot 3+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{7}{4}, \\ b=-\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Значит, $f(x)=\frac{7}{4}x-\frac{5}{4}$, решим уравнение $f(x)=-13{,}5$:

$$\frac{7}{4}x-\frac{5}{4}=-13{,}5 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x-\frac{5}{4}=-\frac{54}{4} \Leftrightarrow 7x=-49 \Leftrightarrow x=-7$$

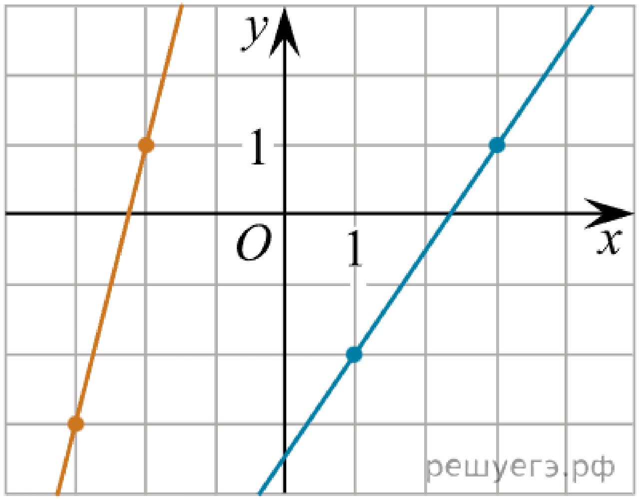
Ответ: -7.

Аналоги к заданию № 508903: 508904 508905 508906 508907 508908 508909 508910 Все

3

Задание 9 № 509197

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Решение.

Заметим, что уравнение прямой имеет вид $y = kx + b$.

Найдём уравнение функции, отмеченной на рисунке оранжевым цветом. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k = \frac{4}{1} = 4$. По графику, $f(-2) = 1$, отсюда $4 \cdot (-2) + b = 1 \Leftrightarrow b = 9$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y = 4x + 9$.

Найдём уравнение функции, отмеченной на рисунке синим цветом. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k = \frac{3}{2} = 1,5$. По графику, $f(3) = 1$, отсюда $1,5 \cdot 3 + b = 1 \Leftrightarrow b = -3,5$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y = 1,5x - 3,5$.

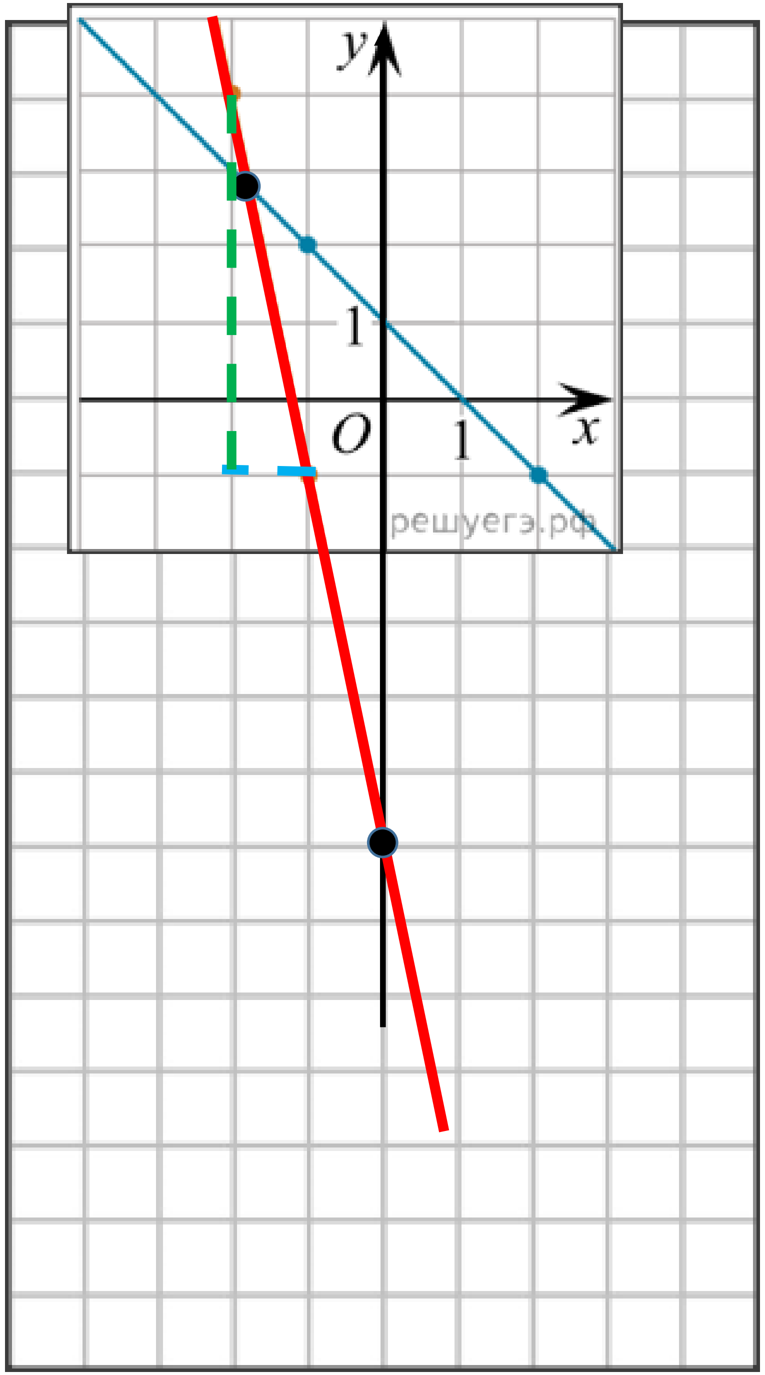
Теперь найдём абсциссу точки пересечения функций:

$$4x + 9 = 1,5x - 3,5 \Leftrightarrow 2,5x = -12,5 \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ: −5.

Аналоги к заданию № 509197: 509213 509241 509198 509199 509200 509201 509202 509203 509204 509205 ... Все

4. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



РЕШЕНИЕ.

По рисунку определяем

$y = -x + 1$

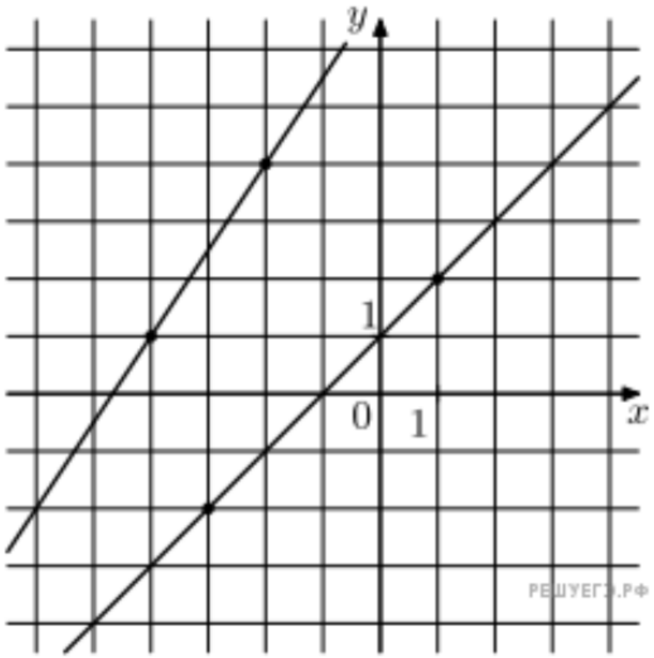
$y = -5x - 6.$

Решив уравнение $-x + 1 = -5x - 6$

$x = -1{,}75$

5 **Задание 9 № 621771**

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Решение.

Заметим, что на рисунке изображены графики линейных функций. Найдём их уравнения $y=kx+b$. Первая прямая проходит через точки $(-1; 0)$ и $(0; 1)$, следовательно

$$\begin{cases} 0=-k+b, \\ 1=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=1, \\ b=1. \end{cases}$$

Значит, уравнение первой прямой — $y=x+1$.
Вторая прямая проходит через точки $(-4; 1)$ и $(-2; 4)$, следовательно,

$$\begin{cases} 1=-4k+b, \\ 4=-2k+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3=2k, \\ 4=-3+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{3}{2}, \\ b=7. \end{cases}$$

Значит, уравнение второй прямой — $y=\frac{3}{2}x+7$.
Теперь найдём абсциссу точки пересечения графиков:

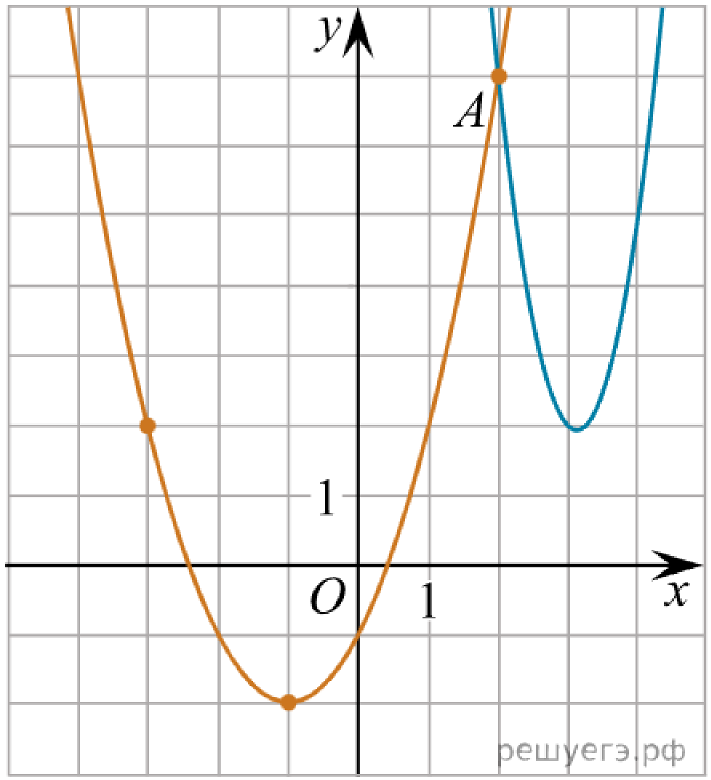
$$x+1=\frac{3}{2}x+7 \Leftrightarrow \frac{x}{2}=-6 \Leftrightarrow x=-12.$$

Ответ: -12.

Параболы

1 **Задание 9 № 509253**

На рисунке изображены графики функций $f(x)=4x^2-25x+41$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение.

График функции $f(x)=4x^2-25x+41$ должен пересекать ось ординат в точке $(0;41)$. Значит, график $y=f(x)$ изображен синим цветом, а график $y=g(x)$ — оранжевым. По рисунку определяем, что $g(-3)=2$, $g(-1)=-2$, $g(2)=7$. Тогда

$$g(-3)-g(-1)=a(9-1)+b(-3+1)=8a-2b=2-(-2)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 8a-2b=4,$$
$$g(-1)-g(2)=a(1-4)+b(-1-2)=-3a-3b=-2-7\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -3a-3b=-9.$$

Решая полученную систему, получаем: $a=1$, $b=2$, из $g(2)=7$ получим $c=-1$. Теперь найдём абсциссу точки B:

$$4x^2-25x+41=x^2+2x-1\Leftrightarrow x^2-9x+14=0\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{9+\sqrt{81-56}}{2}, \\ x=\dfrac{9-\sqrt{81-56}}{2} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=7, \\ x=2. \end{array}\right.$$

Таким образом, ответ — 7.

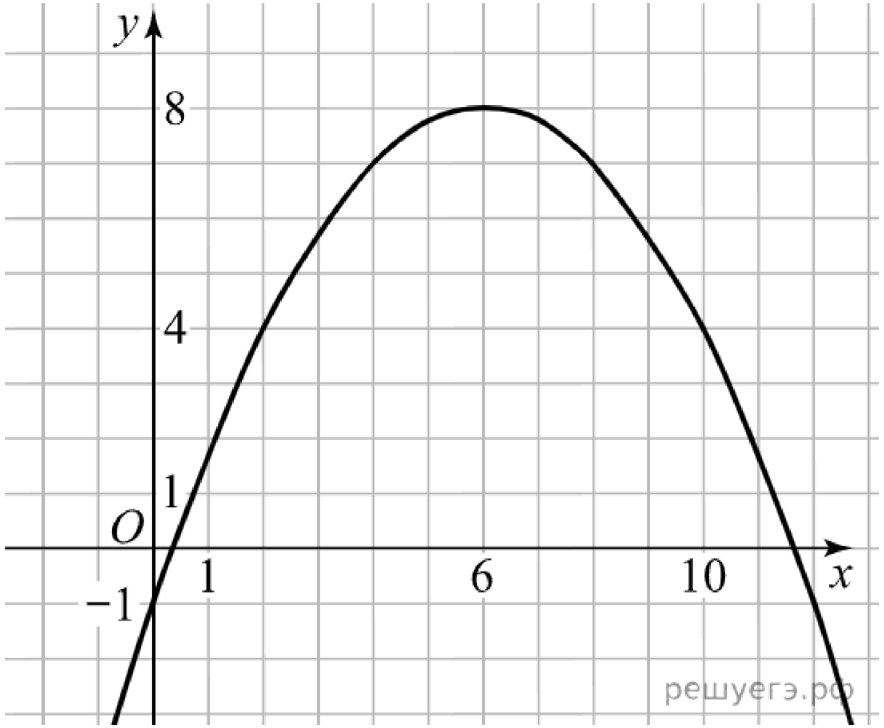
Ответ: 7.

Аналоги к заданию № 509253: 509262 509254 509255 509256 509257 509258 509259 509260 509261 509263 ... Все

3

Задание 9 № 562061

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\frac{x^2}{a}+bx+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите значение дискриминанта уравнения $f(x)=0$.



Решение.

По рисунку определяем, что

$$f(x)=-\frac{(x-6)^2}{4}+8=-\frac{x^2}{4}+3x-1.$$

Дискриминант уравнения $-\frac{x^2}{4}+3x-1=0$ равен

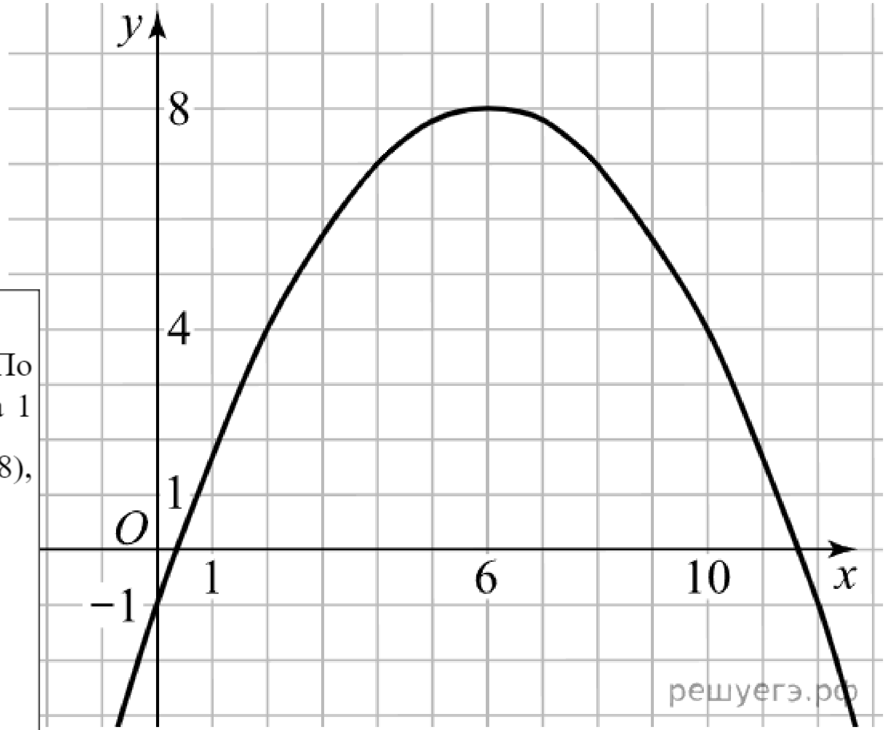
$$D=3^2-4\cdot\frac{1}{4}\cdot 1=8.$$

Ответ: 8.

Кодификатор ФИПИ/Решу ЕГЭ: 3.1.5 Преобразования графиков, 3.3.3 Квадратичная функция, её график

4 **Задание 9 № 562153**

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\frac{x^2}{a}+bx+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите значение $f(13)$.



Решение.

Уравнение параболы с вершиной в точке с координатами $(x_0;\ y_0)$ имеет вид $y=k(x-x_0)^2+y_0$. По графику видно, что при смещении от вершины на 2 клетки вправо (или влево) график смещается на 1 клетку вниз, поэтому старший коэффициент $k=-\frac{1}{4}$. Вершина параболы находится в точке $(6;8)$, следовательно, уравнение параболы имеет вид

$$y=-\frac{1}{4}(x-6)^2+8.$$

Тогда

$$y(13)=-\frac{1}{4}(13-6)^2+8=$$
$$=-\frac{49}{4}+8=-12,25+8=-4,25.$$

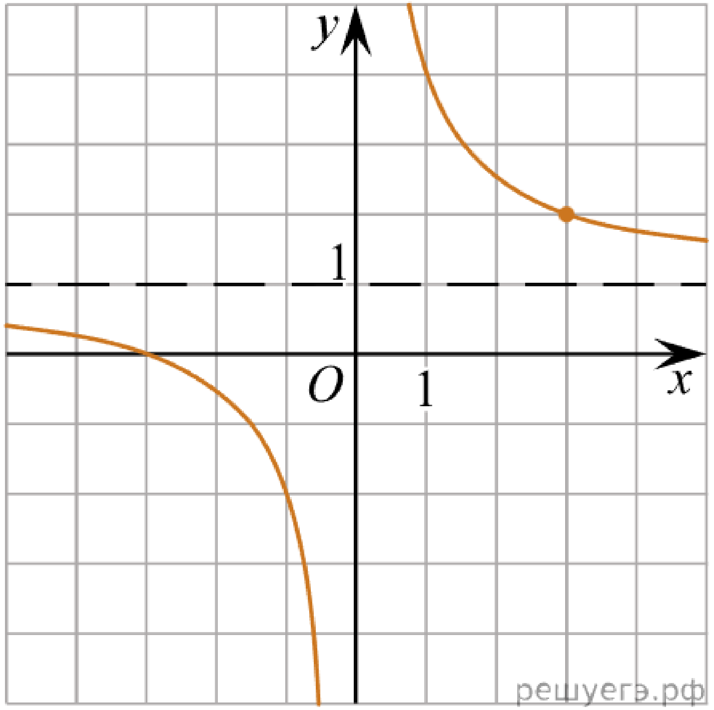
Ответ: −4,25.

562157 562158 562159 562160 562161

Гиперболы

1 **Задание 9 № 508951**

На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x}+a$. Найдите $f(-12)$.

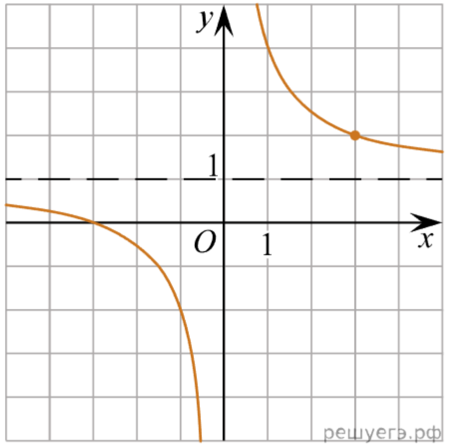


Решение.

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y=1$, значит, $a=1$. По графику $f(3)=2$, тогда $\dfrac{k}{3}+1=2 \Leftrightarrow k=3$. Таким образом,

$$f(-12)=\frac{3}{-12}+1=-\frac{1}{4}+1=\frac{3}{4}=0,75.$$

Ответ: 0,75.

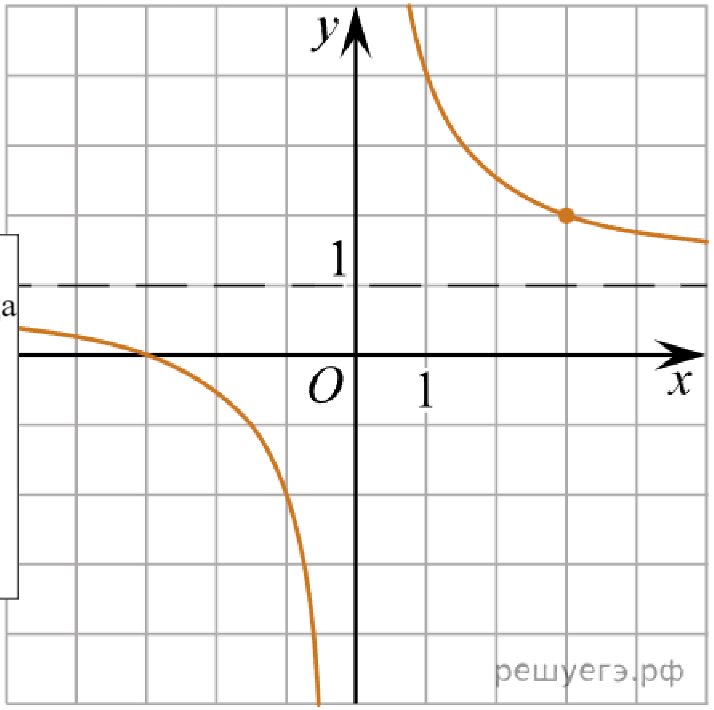


Аналоги к заданию № 508951: 508971 508952 508953 508954 508955 508956 508957 508958 508959 508960 ... Все

2

Задание 9 № 508961

На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 0,8.



Решение.

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y = 1$, значит, $a = 1$. По графику $f(3) = 2$, тогда $\dfrac{k}{3} + 1 = 2 \Leftrightarrow k = 3$. Таким образом,

$$\frac{3}{x} + 1 = 0,8 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{0,2} = -15.$$

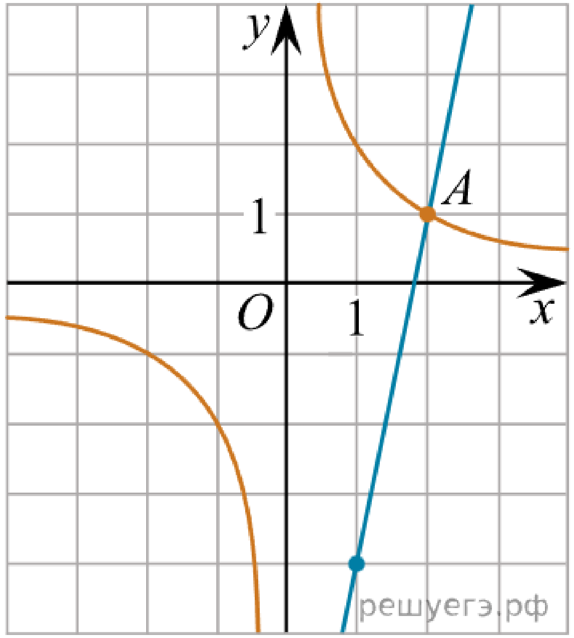
Ответ: -15.

Аналоги к заданию № 508961: 508983 508962 508963 508964 508965 508966 508967 508968 508969 508970 ... Все

3

Задание 9 № 509167

На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение.

По графику, $f(2)=1$, тогда $\frac{k}{2}=1 \Leftrightarrow k=2$. Значит, гипербола имеет вид $f(x)=\frac{2}{x}$.

Заметим, что a — тангенс угла наклона прямой по отношению к оси абсцисс, тогда $a=\frac{5}{1}=5$. По графику, $g(2)=1$, тогда $5\cdot 2+b=1 \Leftrightarrow b=-9$. Значит, функция прямой имеет вид $g(x)=5x-9$.

Теперь найдём абсциссу точки B:

$$\frac{2}{x}=5x-9 \Leftrightarrow 5x^2-9x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{9+\sqrt{81+4\cdot 5\cdot 2}}{10}, \\ x=\frac{9-\sqrt{81+4\cdot 5\cdot 2}}{10} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2, \\ x=-0,2. \end{array}\right.$$

Таким образом, ответ — −0,2.

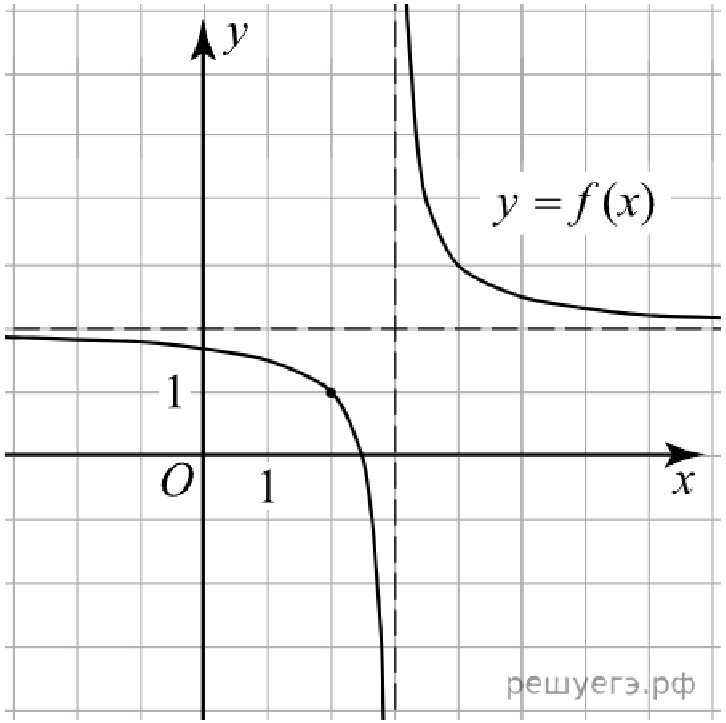
Ответ: −0,2.

Аналоги к заданию № 509167: 509182 509168 509169 509170 509171 509172 509173 509174 509175 509176 ... Все

4

Задание 9 № 564197

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\dfrac{a}{x+b}+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f(13)$.



Решение.

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y=2$, значит, $c=2$.

График функции имеет вертикальную асимптоту $x=3$, значит, $b=-3$.

По графику $f(2)=1$, тогда

$$\frac{a}{2-3}+2=1 \Leftrightarrow a=1.$$

Таким образом, $f(x)=\dfrac{1}{x-3}+2$. Найдём $f(13)$.

$$f(13)=\frac{1}{13-3}+2=2,1.$$

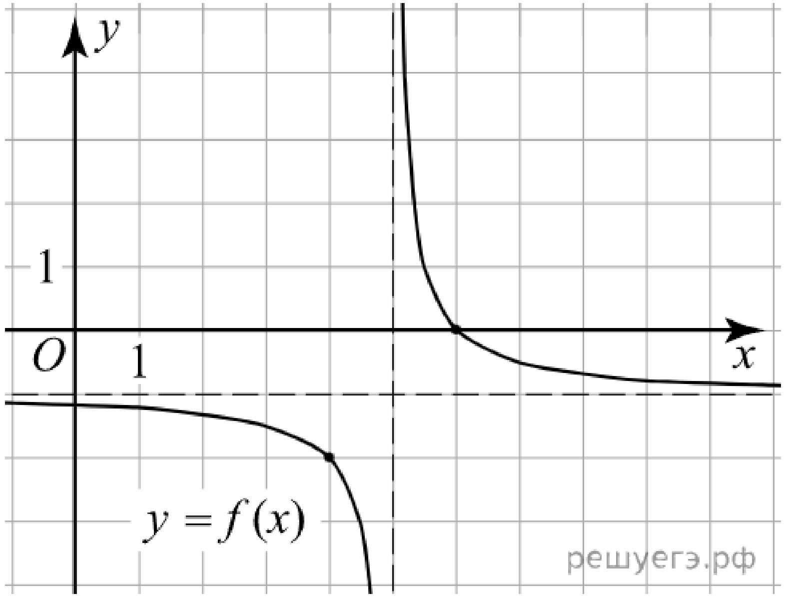
Ответ: 2,1.

Аналоги к заданию № 564197: 564198 564199 564200 564201 564202 564203 564204 564205 564206 564207 ... Все

5

Задание 9 № 564198

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\dfrac{a}{x+b}+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f(9)$.



Решение.

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y=-1$, значит, $c=-1$.

График функции имеет вертикальную асимптоту $x=5$, значит, $b=-5$.

По графику $f(6)=0$, тогда

$$\frac{a}{6-5}-1=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Таким образом, $f(x)=\dfrac{1}{x-5}-1$. Найдём $f(9)$.

$$f(9)=\frac{1}{9-5}-1=-0,75.$$

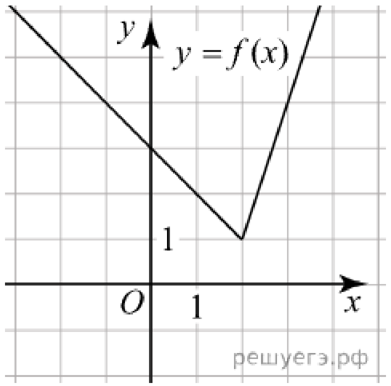
Ответ: −0,75.

Аналоги к заданию № 564197: 564198 564199 564200 564201 564202 564203 564204 564205 564206 564207 ... Все

Кусочно-линейная функция

2 **Задание 9 № 564160**

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax+|bx+c|+d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $bx+c=0$.



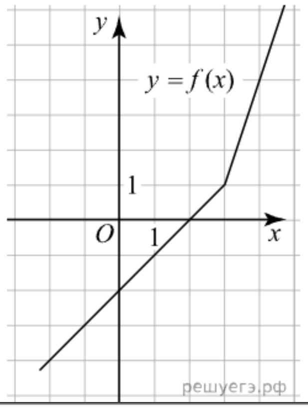
Решение.

Заметим, что $|bx+c|=0$ в точке излома, т. е. при $x=2$. Значит, корнем уравнения $bx+c=0$ является число 2.

Аналоги к заданию № 564160: 564185 564187 Все

3 **Задание 9 № 564184**

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax + |bx + c| + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax + d = 0$.



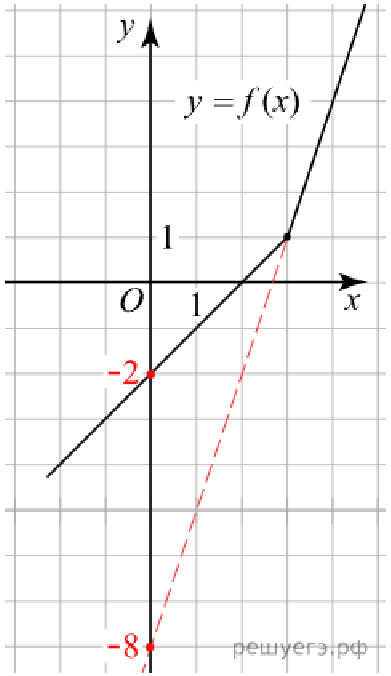
Решение.

В любом из случаев раскрытия модуля получаем линейную функцию $f(x) = kx + l$, где угловой коэффициент $k = a + |b|$ или $k = a - |b|$, а свободный член $l = d + |c|$ или $l = d - |c|$. Очевидно, что $a + |b| \geqslant a - |b|$, значит, большему значению углового коэффициента соответствует $k = a + |b|$, а меньшему — $k = a - |b|$. Аналогично большему значению свободного члена соответствует $l = d + |c|$, а меньшему — $l = d - |c|$.

По рисунку определяем, что $a + |b| = 3$, $a - |b| = 1$, $d + |c| = -2$, $d - |c| = -8$. Значит, $a = 2$, $d = -5$.

Решим уравнение $ax + d = 0$:

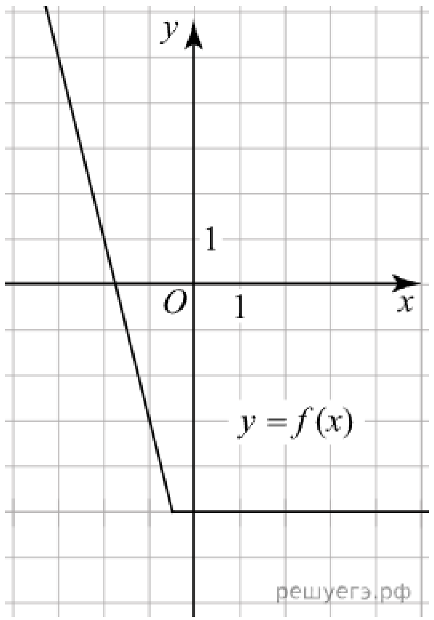
$$2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 2,5$$



Ответ: 2,5.

5 **Задание 9 № 564186**

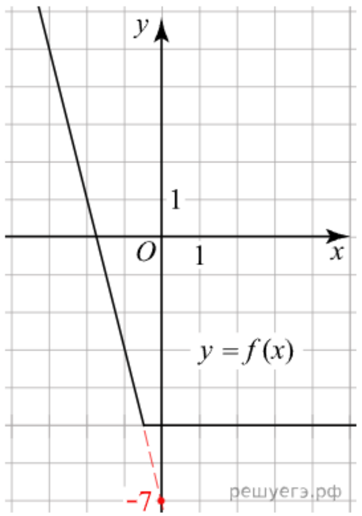
На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax+|bx+c|+d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax+d=0$.



Решение.

Ясно, что $b \neq 0$, иначе $f(x)=ax+|c|+d$, а тогда графиком функции была бы прямая. Излом графика находится в точке $x=-\frac{c}{b}$, а потому, раскрывая модуль, получаем:

$$f(x)=\begin{cases} k_1x+l_1, & \text{при } x \geqslant -\frac{c}{b}, \\ k_2x+l_2, & \text{при } x < -\frac{c}{b}. \end{cases}$$



Горизонтальная прямая, содержащая правую ветвь графика, задается уравнением $y=-5$. Тангенс угла наклона левой части графика к оси абсцисс равен -4, а продолжение левой части графика пересекает ось ординат в точке -7. Поэтому

$$f(x)=\begin{cases} 0x-5, & \text{при } x \geqslant -\frac{c}{b}, \\ -4x-7, & \text{при } x < -\frac{c}{b}. \end{cases} \qquad (*)$$

С другой стороны, в любом из случаев раскрытия модуля получаем линейную функцию, угловой коэффициент которой $a+|b|$ или $a-|b|$, а свободный член $d+|c|$ или $d-|c|$. Очевидно, что $a+|b| \geqslant a-|b|$, значит, большему значению углового коэффициента соответствует $k_1=a+|b|$, а меньшему — $k_2=a-|b|$. Аналогично большему значению свободного члена соответствует $l_1=d+|c|$, а меньшему соответствует $l_2=d-|c|$. Итак,

$$f(x)=\begin{cases} (a+|b|)x+(d+|c|), & \text{при } x \geqslant -\frac{c}{b}, \\ (a-|b|)x+(d-|c|), & \text{при } x < -\frac{c}{b}. \end{cases} \qquad (**)$$

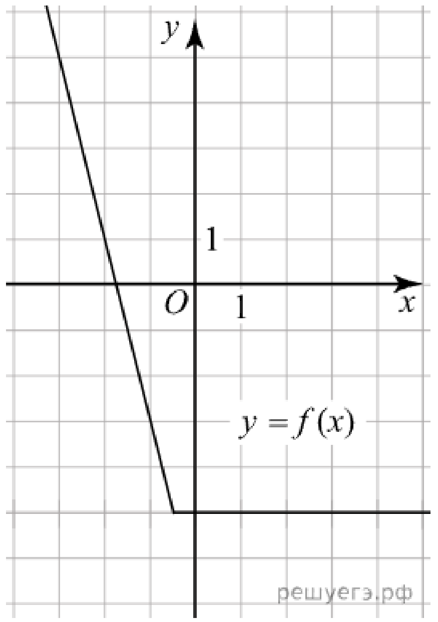
Сравнивая $(*)$ и $(**)$, получаем систему уравнений: $a+|b|=0$, $a-|b|=-4$, $d+|c|=-5$, $d-|c|=-7$. Сложим первые два и последние два уравнения системы, получим $2a=-4$, $2d=-12$. Тогда $a=-2$, $d=-6$, откуда для уравнения $ax+d=0$ получаем

$$-2x-6=0 \Leftrightarrow x=-3.$$

Ответ: -3.

6 **Задание 9 № 564187**

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax + |bx + c| + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $bx + c = 0$.



Аналоги к заданию № 564160: 564185 564187 Все

Решение.

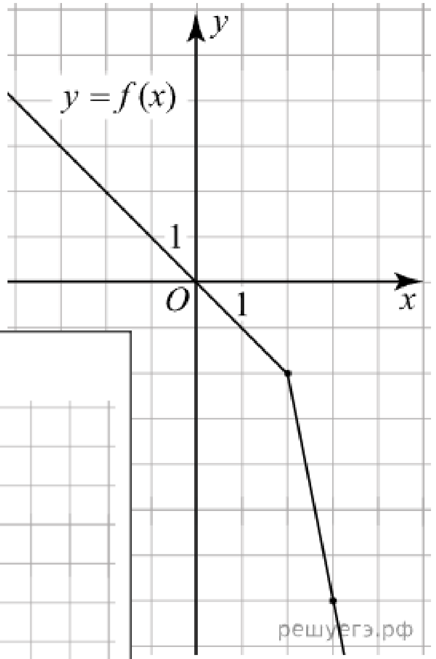
Заметим, что $|bx + c| = 0$ в точке излома. найдём её. Левее точки излома функция задается уравнением $y = -4x - 7$, правее точки излома — уравнением $y = -5$. Решим уравнение

$$-4x - 7 = -5 \Leftrightarrow x = -0,5.$$

Значит, корнем уравнения $bx + c = 0$ является число −0,5.

10 **Задание 9 № 564191**

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax - |bx + c| + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax + d = 19$.



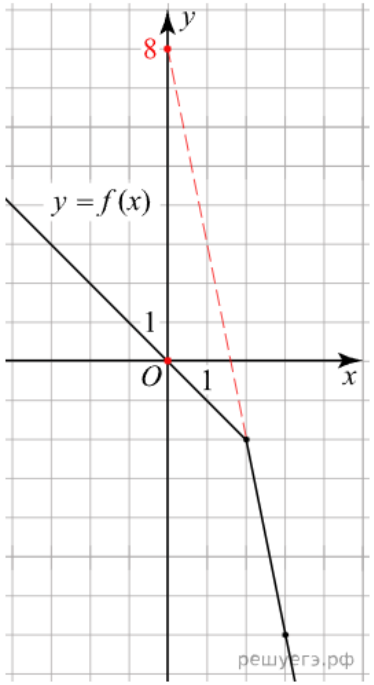
Решение.

В любом из случаев раскрытия модуля получаем линейную функцию $f(x) = kx + l$, где угловой коэффициент $k = a + |b|$ или $k = a - |b|$, а свободный член $l = d + |c|$ или $l = d - |c|$. Очевидно, что $a + |b| \geqslant a - |b|$, значит, большему значению углового коэффициента соответствует $k = a + |b|$, а меньшему — $k = a - |b|$. Аналогично большему значению свободного члена соответствует $l = d + |c|$, а меньшему — $l = d - |c|$.

По рисунку определяем, что $a + |b| = -1$, $a - |b| = -5$, $d + |c| = 8$, $d - |c| = 0$. Значит, $a = -3$, $d = 4$.

Решим уравнение $ax + d = 19$:

$$-3x + 4 = 19 \Leftrightarrow x = -5$$

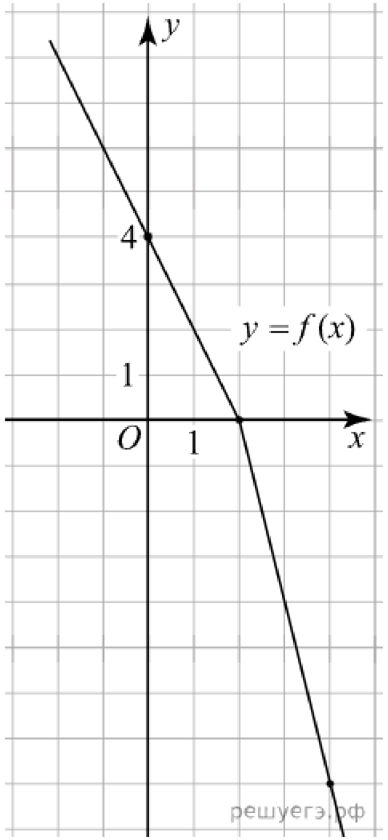


Ответ: -5.

Аналоги к заданию № 564188: 564191 564193 564194 564195 Все

12 **Задание 9 № 564194**

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax-|bx+c|+d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax=d$.



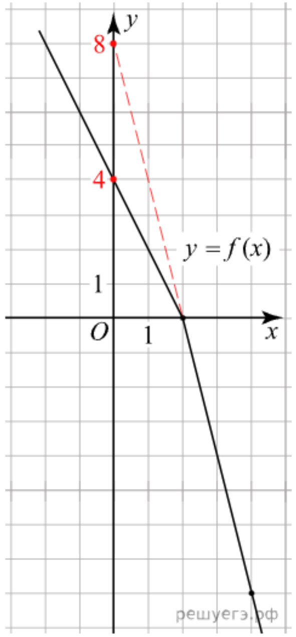
Решение.

В любом из случаев раскрытия модуля получаем линейную функцию $f(x)=kx+l$, где угловой коэффициент $k=a+|b|$ или $k=a-|b|$, а свободный член $l=d+|c|$ или $l=d-|c|$. Очевидно, что $a+|b|\geqslant a-|b|$, значит, большему значению углового коэффициента соответствует $k=a+|b|$, а меньшему — $k=a-|b|$. Аналогично большему значению свободного члена соответствует $l=d+|c|$, а меньшему — $l=d-|c|$.

По рисунку определяем, что $a+|b|=-2$, $a-|b|=-4$, $d+|c|=8$, $d-|c|=4$. Значит, $a=-3$, $d=6$.

Решим уравнение $ax=d$:

$$-3x=6\Leftrightarrow x=-2$$



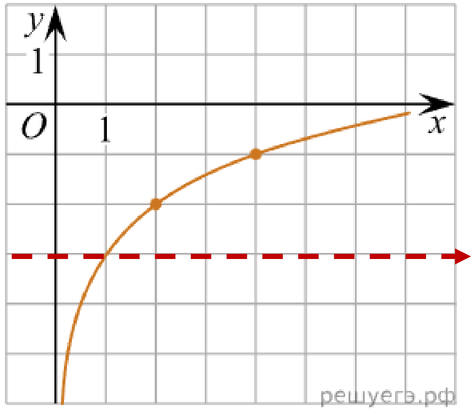
Ответ: −2.

Аналоги к заданию № 564188: 564191 564193 564194 564195 Все

Показательные и логарифмические функции

1 **Задание 9 № 509009**

На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



Решение.

По рисунку определяем, что $f(2) = -2$, $f(4) = -1$. Тогда

$$\begin{cases} -2 = b + \log_a 2, \\ -1 = b + \log_a 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2b + 2\log_a 2, \\ -1 = b + 2\log_a 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3, \\ a = 2. \end{cases}$$

Значит, $f(x) = -3 + \log_2 x$. Найдём значение $f(32)$:

$$f(32) = -3 + \log_2 32 = 2$$

Ответ: 2.

Приведем решение Ирины Шраго.

По графику определим значение b: $f(1) = -3 \Leftrightarrow b + \log_a 1 = -3 \Leftrightarrow b = -3$.

Заметим, что $f(a) = -3 + \log_a a = -3 + 1 = -2$ и найдем точку, в которой значение функции равно -2. Это точка 2, следовательно, $a = 2$. Значит, $f(x) = -3 + \log_2 x$. Найдём значение $f(32)$:

$$f(32) = -3 + \log_2 32 = 2.$$

Аналоги к заданию № 509009: 509010 509011 509012 509013 509014 509015 509016 509017 509018 509019 ... Все

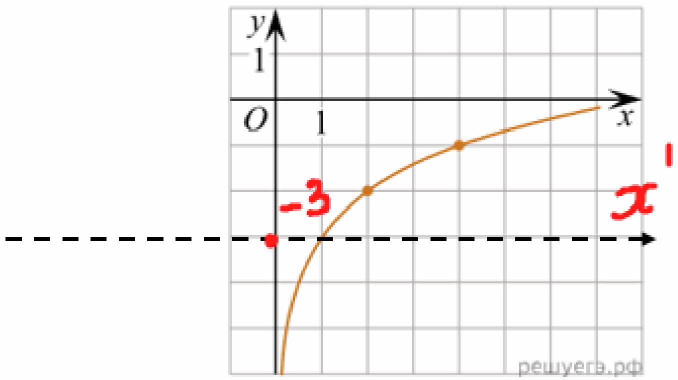
Или

Доп. зн. $x > 0$

$y' = \log_a x'$

$y' = \log_a 2 = 1;$

$y' = \log_a 4 = 2.$



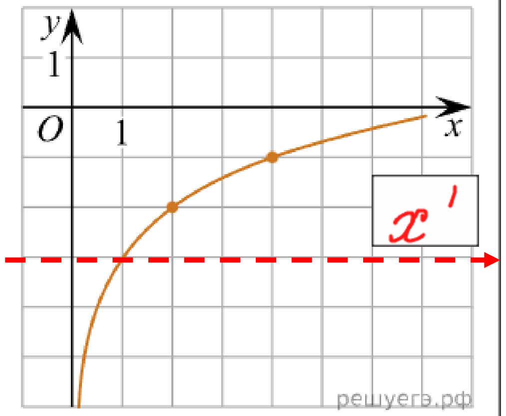
Следовательно $a = 2$.

$y = \log_2 x - 3$

$f(32) = \log_2 32 - 3 = 5 - 3 = 2.$

2 **Задание 9 № 509026**

На рисунке изображён график функции $f(x)=b+\log_a x$. Найдите значение x, при котором $f(x)=1$.



Решение.

По рисунку определяем, что $f(2)=-2,\ f(4)=-1$. Тогда

$$\begin{cases}-2=b+\log_a 2,\\ -1=b+\log_a 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4=2b+2\log_a 2,\\ -1=b+2\log_a 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-3,\\ a=2.\end{cases}$$

Значит, $f(x)=-3+\log_2 x$. Решим уравнение $f(x)=1$:

$$1=-3+\log_2 x\Leftrightarrow 4=\log_2 x\Leftrightarrow x=16.$$

Ответ: 16.

Аналоги к заданию № 509026: 509027 509028 509029 509030 509031 509032 509033 509034 509035 509036 ... Все

или

Доп. зн. $x>0$

$y=\log_2 x-3$

$1=\log_2 x-3$

$\log_2 x=4$

$x=16$

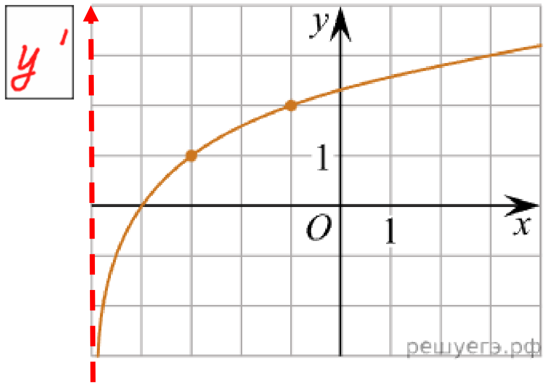
3 **Задание 9 № 509042**

На рисунке изображён график функции $f(x)=\log_a(x+b)$. Найдите $f(11)$.

Доп. зн.
$x>-5$.

$y=\log_2(x+5)$

$f(11)=\log_2(11+5)=\log_2 16=4$



Аналоги к заданию № 509042: 509043 509044 509045 509046 509047 509048 509049 509050 509051 509052 ... Все

Решение.

Область определения функции $f(x)=\log_a(x+b)$ — интервал $(-b;+\infty)$. По рисунку определяем область определения данной функции: $(-5;+\infty)$, значит, $b=5$. Учитывая, что $f(-1)=2$, найдём a.

$$2=\log_a(-1+5)\Leftrightarrow 2=\log_a 4\Leftrightarrow a=2.$$

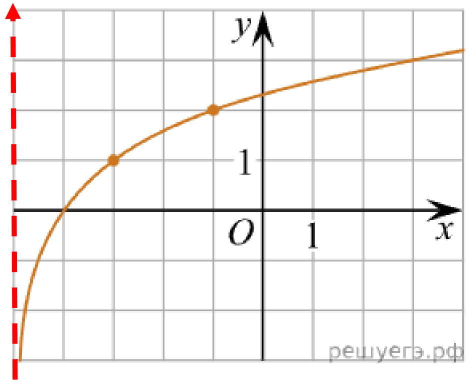
Значит, $f(x)=\log_2(x+5)$. Найдём значение $f(11)$:

$$f(11)=\log_2(11+5)=\log_2 16=4.$$

Ответ: 4.

4 **Задание 9 № 509060**

На рисунке изображён график функции $f(x)=\log_a(x+b)$. Найдите значение x, при котором $f(x)=4$.



Доп. зн.
$x>-5$

$y=\log_2(x+5)$
$4=\log_2(x+5)$

$x+5=16$
$x=11$

y'

Аналоги к заданию № 509060: 509061 509062 509063 509064 509065 509066 509067 509068 509069 509070 ... Все

Кодификатор ФИПИ/Решу ЕГЭ: 3.1.5 Преобразования графиков, 3.3.7 Логарифмическая функция, её график

Решение.

Область определения функции $f(x)=\log_a(x+b)$ — интервал $(-b;+\infty)$. По рисунку определяем область определения данной функции: $(-5;+\infty)$, значит, $b=5$. Учитывая, что $f(-1)=2$, найдём a.

$$2=\log_a(-1+5)\Leftrightarrow 2=\log_a 4\Leftrightarrow a=2.$$

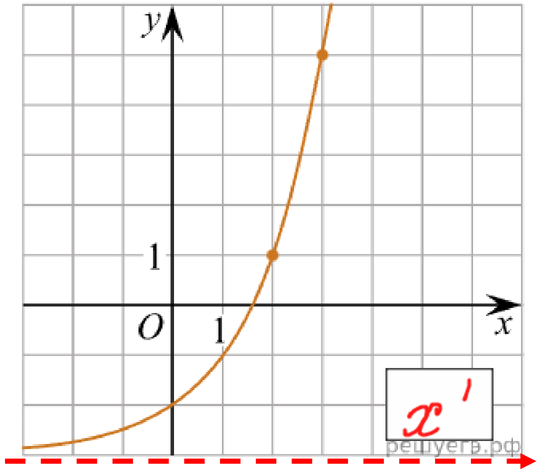
Значит, $f(x)=\log_2(x+5)$. Решим уравнение $f(x)=4$:

$$4=\log_2(x+5)\Leftrightarrow x+5=2^4\Leftrightarrow x+5=16\Leftrightarrow x=11.$$

Ответ: 11.

5 **Задание 9 № 509089**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.



Аналоги к заданию № 509089: 509090 509091 509092 509093 509094 Все

Решение.

Множество значений функции $f(x) = a^x + b$ — интервал $(b; +\infty)$. По рисунку определяем множество значений данной функции: $(-3; +\infty)$, значит, $b = -3$. Учитывая, что $f(2) = 1$ и $a > 0$ найдём a.

$$1 = a^2 - 3 \Leftrightarrow a^2 = 4 \underset{a>0}{\Leftrightarrow} a = 2$$

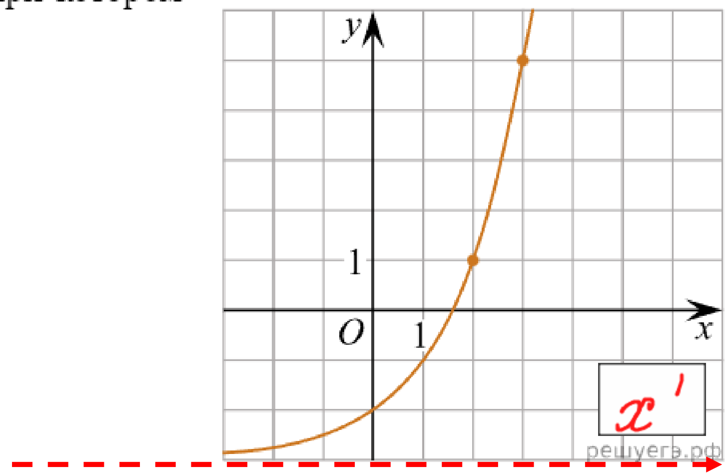
Значит, $f(x) = 2^x - 3$. Найдём $f(6)$:

$$f(6) = 2^6 - 3 = 64 - 3 = 61.$$

Ответ: 61.

6 **Задание 9 № 509095**

На рисунке изображён график функции $f(x)=a^x+b$. Найдите значение x, при котором $f(x)=29$.



Аналоги к заданию № 509095: 509096 509097 509098 509099 509100 Все

Решение.

Множество значений функции $f(x)=a^x+b$ — интервал $(b;+\infty)$. По рисунку определяем множество значений данной функции: $(-3;+\infty)$, значит, $b=-3$. Учитывая, что $f(2)=1$ и $a>0$ найдём a.

$$1=a^2-3 \Leftrightarrow a^2=4 \underset{a>0}{\Leftrightarrow} a=2$$

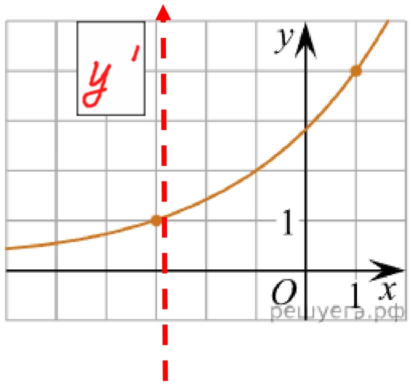
Значит, $f(x)=2^x-3$. Решим уравнение $f(x)=29$:

$$29=2^x-3 \Leftrightarrow 2^x=32 \Leftrightarrow x=5.$$

Ответ: 5.

7 **Задание 9 № 509101**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите $f(-7)$.



Аналоги к заданию № 509101: 509102 509103 509104 509105 509106 Все

Решение.

По рисунку определяем, что $f(-3) = 1$, $f(1) = 4$. Тогда

$$\begin{cases} 1 = a^{-3+b}, \\ 4 = a^{1+b} \end{cases} \underset{a>0, a\neq 1}{\Leftrightarrow} \begin{cases} b = 3, \\ a = \sqrt{2}. \end{cases}$$

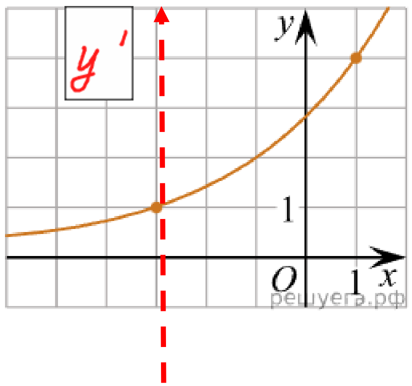
Значит, $f(x) = (\sqrt{2})^{x+3}$. Найдём $f(-7)$:

$$f(-7) = (\sqrt{2})^{-7+3} = \frac{1}{(\sqrt{2})^4} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

8 **Задание 9 № 509107**

На рисунке изображён график функции $f(x)=a^{x+b}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=16$.



Аналоги к заданию № 509107: 509108 509109 509110 509111 509112 Все

Решение.

По рисунку определяем, что $f(-3)=1,\ f(1)=4$. Тогда

$$\begin{cases}1=a^{-3+b},\\4=a^{1+b}\end{cases}\underset{a>0,a\neq1}{\Leftrightarrow}\begin{cases}b=3,\\a=\sqrt{2}.\end{cases}$$

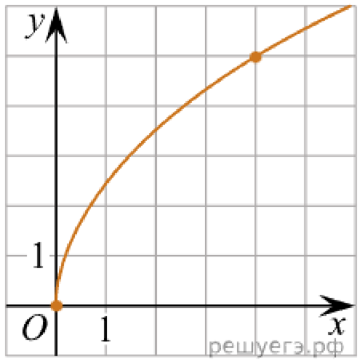
Значит, $f(x)=(\sqrt{2})^{x+3}$. Решим уравнение $f(x)=16$:

$$(\sqrt{2})^{x+3}=16\Leftrightarrow(\sqrt{2})^{x+3}=(\sqrt{2})^{8}\Leftrightarrow x+3=8\Leftrightarrow x=5.$$

Ответ: 5.

9 **Задание 9 № 509113**

На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. Найдите $f(6,76)$.



Аналоги к заданию № 509113: 509114 509115 509116 509117 Все

Решение.

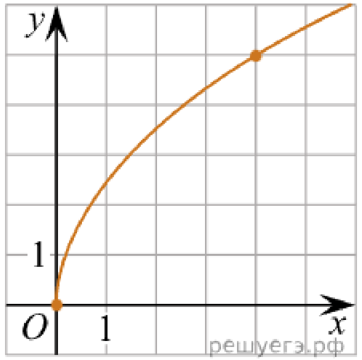
По графику, $f(4)=5$, тогда $k\cdot\sqrt{4}=5 \Leftrightarrow 2k=5 \Leftrightarrow k=2,5$. Таким образом,

$$f(6,76)=2,5\cdot\sqrt{6,76}=2,5\cdot 2,6=6,5.$$

Ответ: 6,5.

10 **Задание 9 № 509118**

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 3,5$.



Аналоги к заданию № 509118: 509119 509120 509121 509122 Все

Решение.

По графику, $f(4) = 5$, тогда $k \cdot \sqrt{4} = 5 \Leftrightarrow 2k = 5 \Leftrightarrow k = 2,5$. Таким образом,

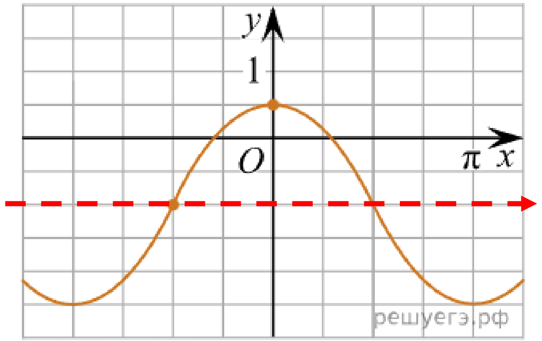
$$2,5 \cdot \sqrt{x} = 3,5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1,4 \Leftrightarrow x = 1,96.$$

Ответ: 1,96.

Тригонометрические функции

1 **Задание 9 № 509123**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите a.



x'

Аналоги к заданию № 509123: 509131 509124 509125 509126 509127 509128 509129 509130 509132 509133 ... Все

Решение.

По графику, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$, тогда

$$a\cos\frac{\pi}{2} + b = -1 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = -1 \Leftrightarrow b = -1.$$

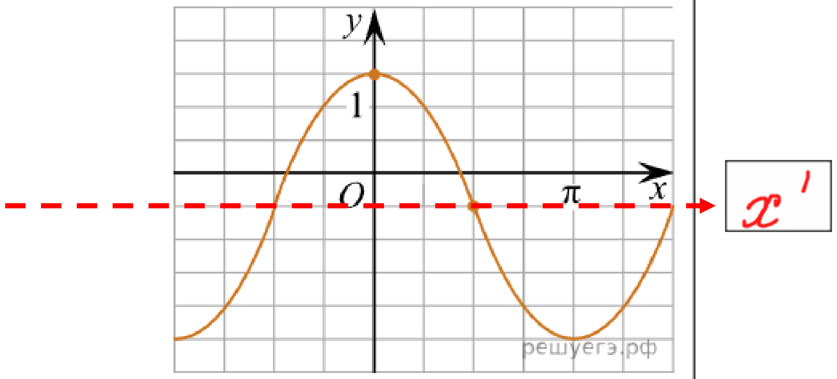
Далее, по графику, $f(0) = 0{,}5$, тогда

$$a\cos 0 - 1 = 0{,}5 \Leftrightarrow a \cdot 1 - 1 = 0{,}5 \Leftrightarrow a = 1{,}5.$$

Ответ: 1,5.

2 **Задание 9 № 509131**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите b.



Аналоги к заданию № 509123: 509131 509124 509125 509126 509127 509128 509129 509130 509132 509133 ... Все

Решение.

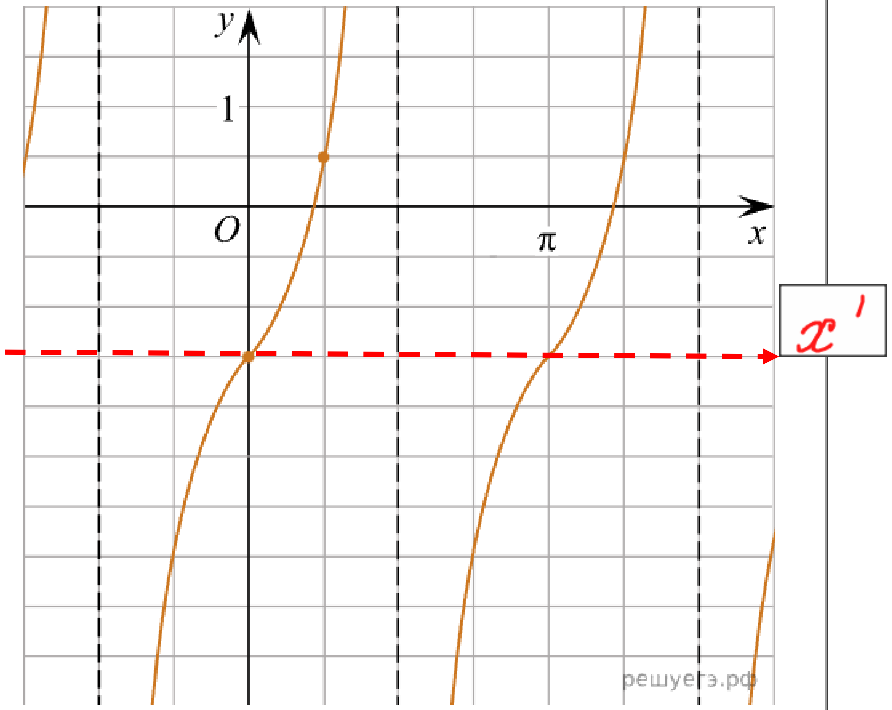
По графику, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -0,5$, тогда

$$a\cos\frac{\pi}{2} + b = -0,5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = -0,5 \Leftrightarrow b = -0,5.$$

Ответ: −0,5.

3 **Задание 9 № 509137**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\,\mathrm{tg}\,x + b$. Найдите a.



Решение.

По графику, $f(0) = -1,5$, тогда

$$a\,\mathrm{tg}\,0 + b = -1,5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = -1,5 \Leftrightarrow b = -1,5.$$

Далее, по графику, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,5$, тогда

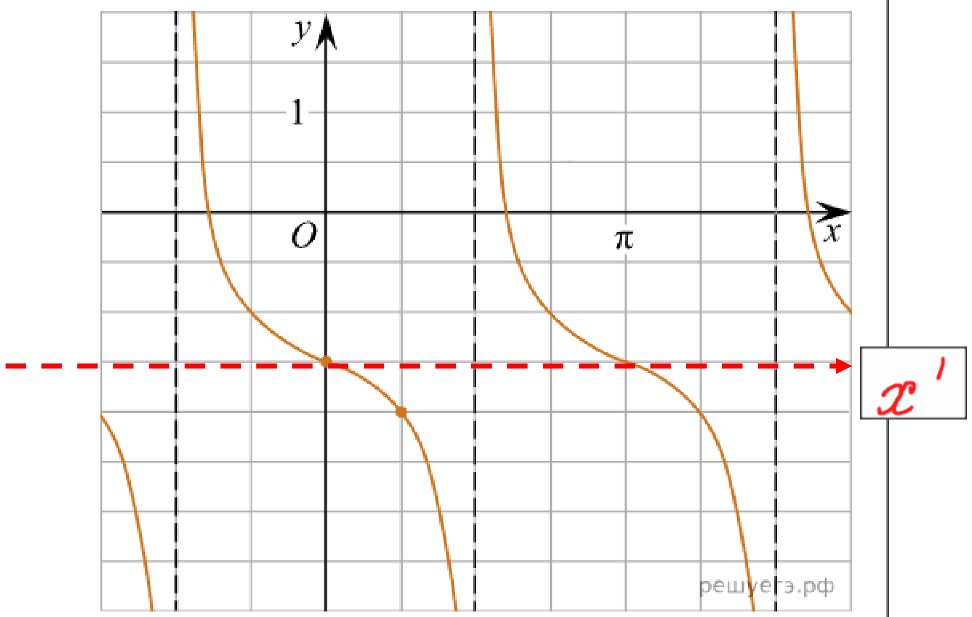
$$a\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{4} - 1,5 = 0,5 \Leftrightarrow a = 2.$$

Ответ: 2.

Аналоги к заданию № 509137: 509147 509138 509139 509140 509141 509142 509143 509144 509145 509146 ... Все

4 **Задание 9 № 509147**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\operatorname{tg} x + b$. Найдите b.



Аналоги к заданию № 509137: 509147 509138 509139 509140 509141 509142 509143 509144 509145 509146 ... Все

Решение.

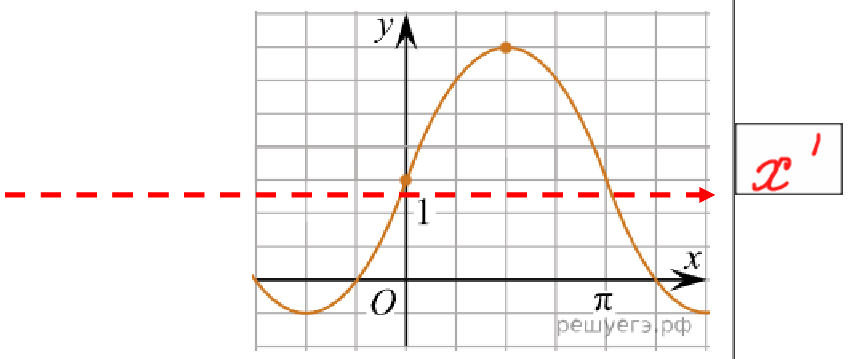
По графику, $f(0) = -1,5$, тогда

$$a\operatorname{tg}0 + b = -1,5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = -1,5 \Leftrightarrow b = -1,5.$$

Ответ: −1,5.

5 **Задание 9 № 509287**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите a.



Аналоги к заданию № 509287: 509297 509288 509289 509290 509291 509292 509293 509295 509296 509298 ... Все

Решение.

По графику, $f(0) = 1{,}5$, тогда

$$a \cdot \sin 0 + b = 1{,}5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = 1{,}5 \Leftrightarrow b = 1{,}5.$$

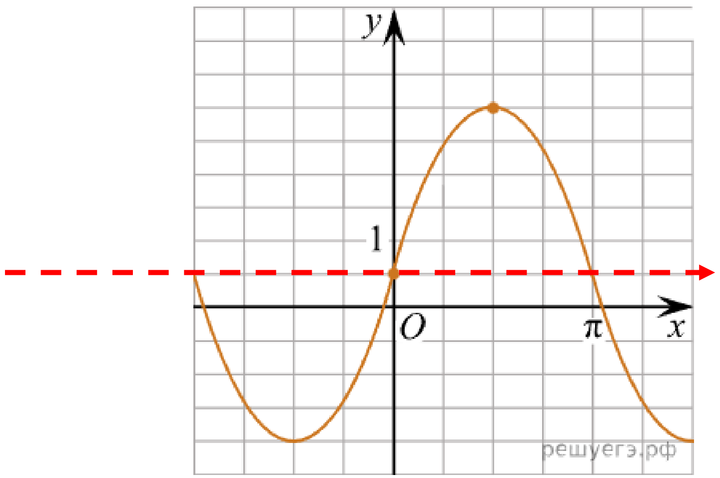
Далее, по графику, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3{,}5$, тогда

$$a \cdot \sin\frac{\pi}{2} + 1{,}5 = 3{,}5 \Leftrightarrow a = 2.$$

Ответ: 2.

6 **Задание 9 № 509297**

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите b.



x'

Аналоги к заданию № 509287: 509297 509288 509289 509290 509291 509292 509293 509295 509296 509298 ... Все

Решение.

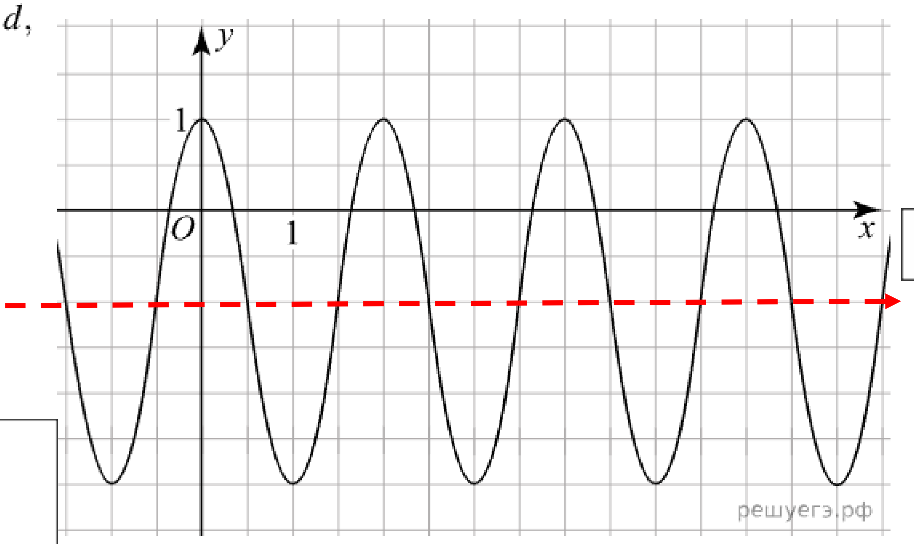
По графику, $f(0) = 0,5$, тогда

$$a \cdot \sin 0 + b = 0,5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = 0,5 \Leftrightarrow b = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

7 **Задание 9 № 564531**

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a\cos(b\pi x + c) + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите $f\left(\frac{100}{3}\right)$.



x'

53 564554 564556 564578 564579 … Все

Решение.

По графику $f_{max} = 1$, $f_{min} = -3$, тогда $d = \frac{f_{max} + f_{min}}{2} = \frac{1-3}{2} = -1$, и $|a| = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} = \frac{1-(-3)}{2} = 2$.

По графику $f(0) = 1$, тогда, если $a = -2$, то

$$-2\cos c - 1 = 1 \Leftrightarrow \cos c = -1 \text{ — не имеет целочисленных решений,}$$

если $a = 2$, то

$$2\cos c - 1 = 1 \Leftrightarrow \cos c = 1 \Leftrightarrow c = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \underset{c\in\mathbb{Z}}{\Leftrightarrow} c = 0.$$

Значит, $a = 2$ и $c = 0$.

Найдём наименьший положительный период функции $f(x) = 2\cos(b\pi x) - 1$:

$$2\cos(b\pi x) - 1 = 2\cos(b\pi x \pm 2\pi) - 1 = 2\cos\left(b\pi\left(x \pm \frac{2}{b}\right)\right) - 1$$

Наименьший положительный период функции $f(x)$ равен $\pm\frac{2}{b}$, а по графику наименьший положительный период равен 2, тогда $b = \pm 1$.

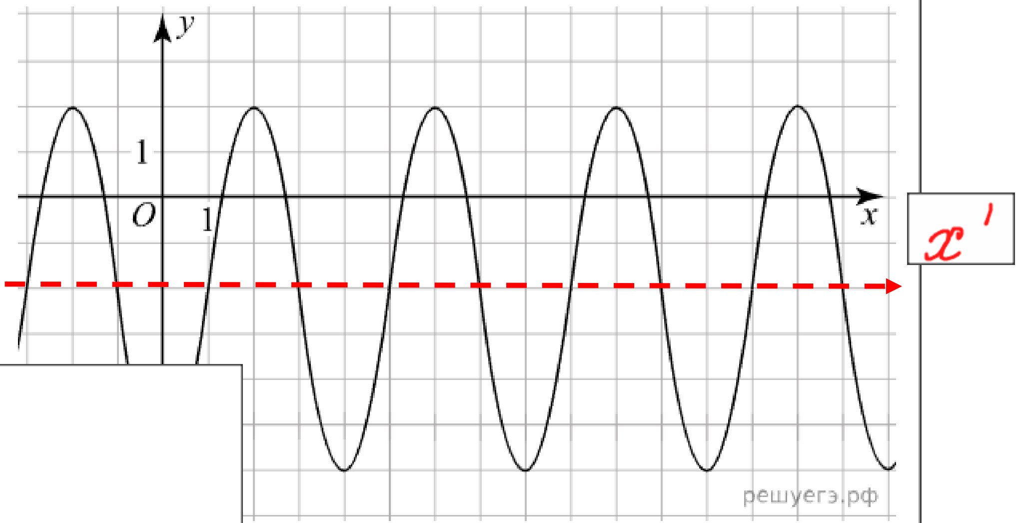
Таким образом, $f(x) = 2\cos(-\pi x) - 1 = 2\cos(\pi x) - 1$. Найдём $f\left(\frac{100}{3}\right)$.

$$f\left(\frac{100}{3}\right) = 2\cos\frac{100\pi}{3} - 1 = 2\cos\frac{4\pi}{3} - 1 = -2.$$

Ответ: −2.

8 **Задание 9 № 564543**

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a\cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите $f\left(-\frac{22}{3}\right)$.



564556 564578 564579 ... Все

Решение.

По графику $f_{max} = 2$, $f_{min} = -6$, тогда $d = \frac{f_{max} + f_{min}}{2} = \frac{2-6}{2} = -2$, и $|a| = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} = \frac{2-(-6)}{2} = 4$.

По графику $f(0) = -6$, тогда, если $a = 4$, то

$$4\cos c - 2 = -6 \Leftrightarrow \cos c = -1 \text{ — не имеет целочисленных решений,}$$

если $a = -4$, то

$$-4\cos c - 2 = -6 \Leftrightarrow \cos c = 1 \Leftrightarrow c = 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \underset{c\in\mathbb{Z}}{\Leftrightarrow} c = 0.$$

Значит, $a = -4$ и $c = 0$.

Найдём наименьший положительный период функции $f(x) = -4\cos\frac{\pi x}{b} - 2$:

$$-4\cos\frac{\pi x}{b} - 2 = -4\cos\left(\frac{\pi x}{b} \pm 2\pi\right) - 2 = -4\cos\left(\frac{\pi}{b}(x \pm 2b)\right) - 2.$$

Наименьший положительный период функции $f(x)$ равен $\pm 2b$, а по графику наименьший положительный период равен 4, тогда $b = \pm 2$.

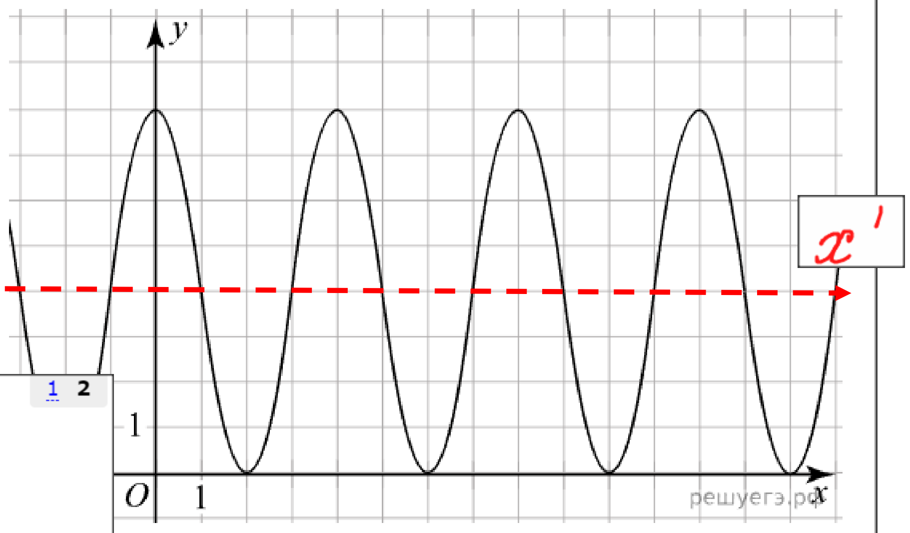
Таким образом, $f(x) = -4\cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right) - 2 = -4\cos\frac{\pi x}{2} - 2$. Найдём $f\left(-\frac{22}{3}\right)$.

$$f\left(-\frac{22}{3}\right) = f\left(\frac{22}{3}\right) = -4\cos\frac{11\pi}{3} - 2 = -4\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 2 = -4.$$

Ответ: −4.

9 **Задание 9 № 564555**

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=a\cos\left(\frac{\pi x}{b}+c\right)+d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите $f\left(f\left(-\frac{20}{3}\right)\right)$.



4554 564556 564578 564579 ... Все

1 2

Решение.

По графику $f_{max}=8$, $f_{min}=0$, тогда $d=\frac{f_{max}+f_{min}}{2}=\frac{8+0}{2}=4$, и $|a|=\frac{f_{max}-f_{min}}{2}=\frac{8-0}{2}=4.$

По графику $f(0)=8$, тогда, если $a=-4$, то

$$-4\cos c+4=8 \Leftrightarrow \cos c=-1 \text{ — не имеет целочисленных решений,}$$

если $a=4$, то

$$4\cos c+4=8 \Leftrightarrow \cos c=1 \Leftrightarrow c=2\pi k,\, k\in\mathbb{Z} \underset{c\in\mathbb{Z}}{\Leftrightarrow} c=0.$$

Значит, $a=4$ и $c=0$.

Найдём наименьший положительный период функции $f(x)=4\cos\frac{\pi x}{b}+4$:

$$4\cos\frac{\pi x}{b}+4=4\cos\left(\frac{\pi x}{b}\pm 2\pi\right)+4=4\cos\left(\frac{\pi}{b}(x\pm 2b)\right)+4.$$

Наименьший положительный период функции $f(x)$ равен $\pm 2b$, а по графику наименьший положительный период равен 4, тогда $b=\pm 2$.

Таким образом, $f(x)=4\cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right)+4=4\cos\frac{\pi x}{2}+4$. Найдём $f\left(-\frac{20}{3}\right)$.

$$f\left(-\frac{20}{3}\right)=f\left(\frac{20}{3}\right)=4\cos\frac{10\pi}{3}+4=4\cos\frac{4\pi}{3}+4=2.$$

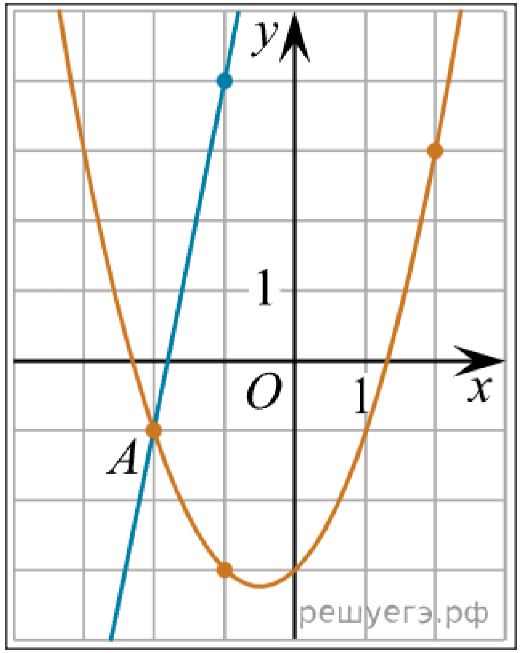
Тогда $f\left(f\left(-\frac{20}{3}\right)\right)=f(2)=0.$

Ответ: 0.

Комбинированные задачи

1 **Задание 9 № 509149**

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение.

По графику, $g(-2) = -1$, $g(-1) = -3$, $g(2) = 3$. Тогда

$$g(-2) - g(-1) = a(4-1) + b(-2+1) = 3a - b = -1 - (-3) \Leftrightarrow 3a - b = 2,$$
$$g(-1) - g(2) = a(1-4) + b(-1-2) = -3a - 3b = -3 - 3 \Leftrightarrow -3a - 3b = -6.$$

Решая полученную систему, получаем: $a = 1$, $b = 1$, из $g(2) = 3$ получим $c = -3$. Теперь найдём абсциссу точки B:

$$5x + 9 = x^2 + x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4 + \sqrt{16+48}}{2}, \\ x = \dfrac{4 - \sqrt{16+48}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6, \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Таким образом, ответ — 6.

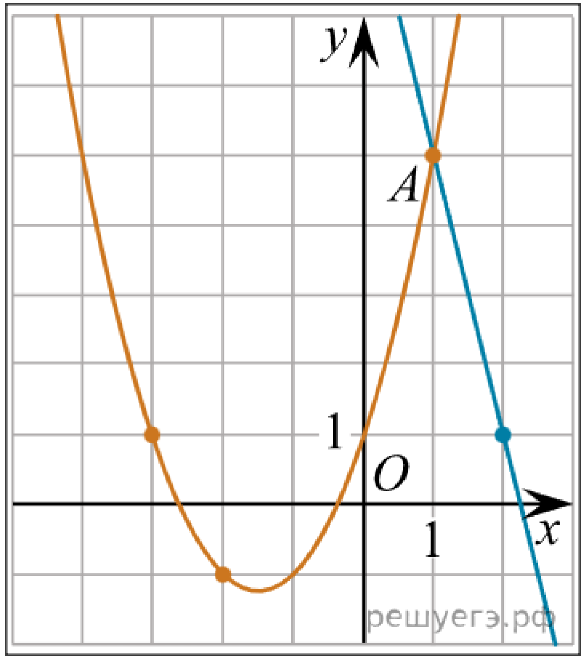
Ответ: 6.

Аналоги к заданию № 509149: 509150 509158 509151 509152 509153 509154 509155 509156 509157 509159 ... Все

Комбинированные задачи

2	**Задание 9 № 509150**

На рисунке изображены графики функций $f(x) = -4x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение.

По графику, $g(-2) = -1$, $g(1) = 5$, $g(-3) = 1$. Тогда

$$g(-3) - g(-2) = a(9-4) + b(-3+2) = 5a - b = 1 - (-1) \Leftrightarrow 5a - b = 2,$$
$$g(1) - g(-2) = a(1-4) + b(1+2) = -3a + 3b = 5 - (-1) \Leftrightarrow -3a + 3b = 6.$$

Решая полученную систему, получаем: $a = 1$, $b = 3$, из $g(1) = 5$ получим $c = 1$. Теперь найдём абсциссу точки B:

$$-4x + 9 = x^2 + 3x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -8, \\ x = 1. \end{array}\right.$$

Таким образом, ответом является число -8.

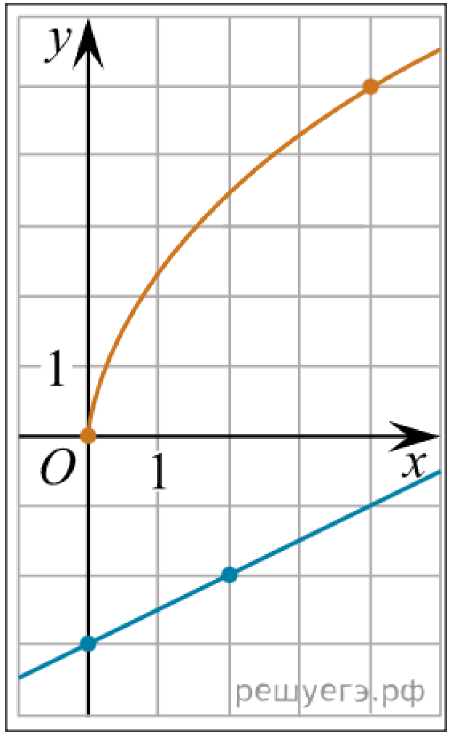
Ответ: -8.

Аналоги к заданию № 509149: 509150 509158 509151 509152 509153 509154 509155 509156 509157 509159 ... Все

Комбинированные задачи

3 **Задание 9 № 509271**

На рисунке изображены графики функций $f(x)=a\sqrt{x}$ и $g(x)=kx+b$, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Решение.

По графику, $f(4)=5$, тогда $a\sqrt{4}=5 \Leftrightarrow 2a=5 \Leftrightarrow a=2,5$. Тогда уравнение функции имеет вид $f(x)=2,5\sqrt{x}$.

Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой. Тогда $k=\frac{1}{2}=0,5$. По графику, $g(0)=-3$, значит, $0,5\cdot 0+b=-3 \Leftrightarrow b=-3$. Тогда уравнение прямой имеет вид $g(x)=0,5x-3$.

Теперь найдём абсциссу точки A:

$$\begin{cases} y=2,5\sqrt{x}, \\ y=0,5x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,5\sqrt{x}=0,5x-3, \\ y=0,5x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5\sqrt{x}-6=0, \\ y=0,5x-3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}=6, \\ \sqrt{x}=-1 \end{array}\right., \\ y=0,5x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=6, \\ y=0,5x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=36, \\ y=15. \end{cases}$$

Таким образом, $x=36$.

Аналоги к заданию № 509271: 509279 509272 509273 509274 509275 509276 509277 509278 509280 509281 ... Все

СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ