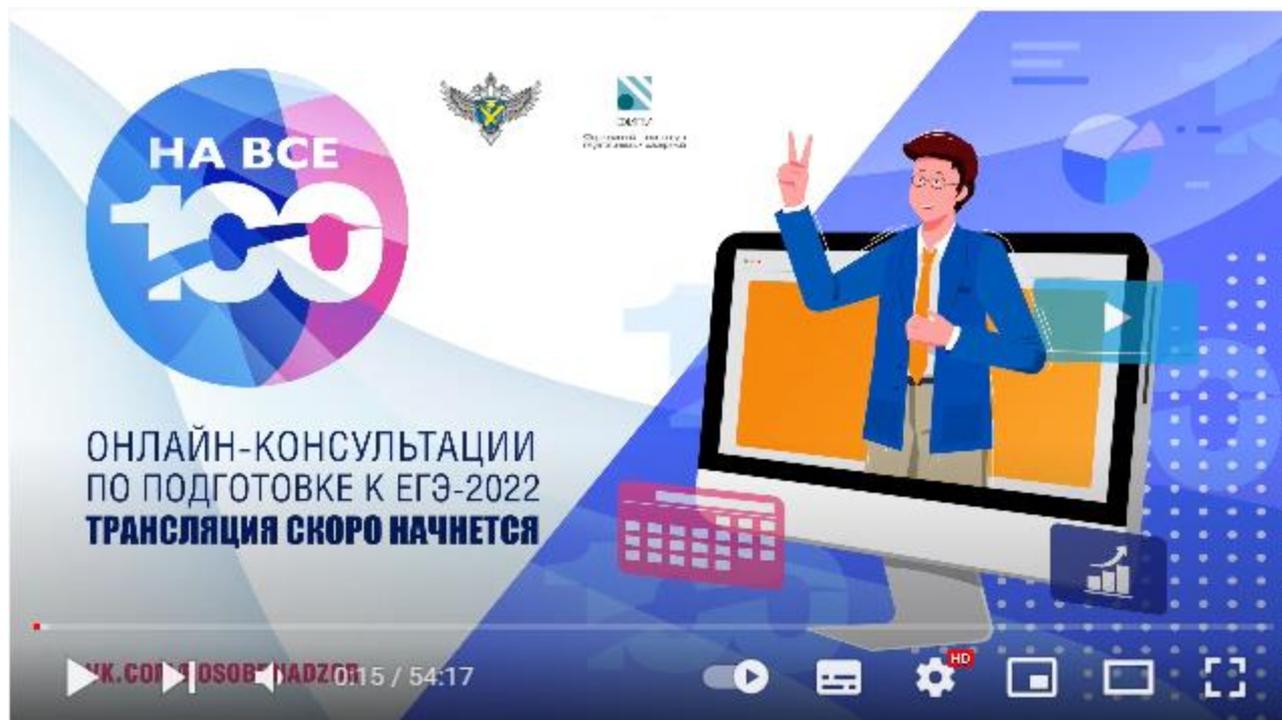


Теория вероятностей ЕГЭ-2022 (задание №10)

Выполнила Петренко Н.В., учитель
математики МБОУ СОШ №7,
региональный тьютор
ст.Воронежской, Усть-Лабинского р-на

- <https://youtu.be/6qVeS18VB2Q>



Задание №10 (дополнительные формулы)

Формула вероятности k успехов в серии из n испытаний Бернулли:

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

p – вероятность успеха

q=1-p вероятность неудачи в одном испытании

Пример 1

Игральная кость подбрасывается 3 раза, какова вероятность того, что 6 появится хотя бы раз?

Исходы, которые влияют на решение задачи:



$$P(\bar{A}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{91}{216}$$

- 2 Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 6 очков.



	1	2	3	4	5	6
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6
3	3:1	3:2	3:3	3:4	3:5	3:6
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6

$$P = \frac{1}{5}$$

Ответ: 0,2

3 Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысит число 3. Какова вероятность того, что для этого потребуется ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

	1 бросок	2 бросок	3 бросок больше 3
1 случай	1	1	2,3,4,5,6
2 случай	1	2	1,2,3,4,5,6
3 случай	2	1	1,2,3,4,5,6

$$P_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$$

$$P_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$$

$$P_3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{17}{216} \approx 0,08$$

Ответ: 0,08

4 Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальных кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 1 и 2 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?



	1	2	3	4	5	6
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:5
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6
3	3:1	3:2	3:4	3:5	3:6	3:6
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6



	1	1	1	2	2	2
1	1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
1	1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
1	1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
2	2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2
2	2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2
2	2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2

$$n=20, m=2$$

$$P = \frac{2}{20}$$

Ответ: 0,1

5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

$A = \{\text{купленное яйцо из I хозяйства}\}$ $B = \{\text{купленное яйцо из II хозяйства}\}$

$$P(A) = x$$

$$P(B) = P(\bar{A}) = 1 - x$$

$P(C) = \langle \text{«Купленное яйцо высшей категории»} \rangle$:

Куплено в I хозяйстве и ВК или куплено во II хозяйстве и ВК

$$P(C) = x \cdot 0,4 + (1-x) \cdot 0,2$$

$$0,35 = x \cdot 0,4 + (1-x) \cdot 0,2$$

Ответ: 0,75

7 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.



исправная	и	забракует	или	неисправная	и	забракует
0,99	*	0,04	+	0,01	*	0,95

Ответ: 0,0491

Сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\begin{aligned} C_{10}^7 &= \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7} \cdot \dots \cdot 1}{\cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \dots \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \\ &= \frac{\cancel{10} \cdot \cancel{9} \cdot 8}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 5 \cdot 3 \cdot 8 = 120 \end{aligned}$$

8 Симметричную монету бросают 11 раз. Во сколько раз вероятность события "выпадет ровно 5 орлов" больше вероятности события "выпадет ровно 4 орла"?

$$p=0,5$$

$$1-p=0,5$$

A = {выпадет ровно 5 орлов}

B = {выпадет ровно 4 орла}

Схема Бернулли

$$P_{11}(5) = C_{11}^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 =$$
$$= \frac{11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 1}{5 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^{11}}$$

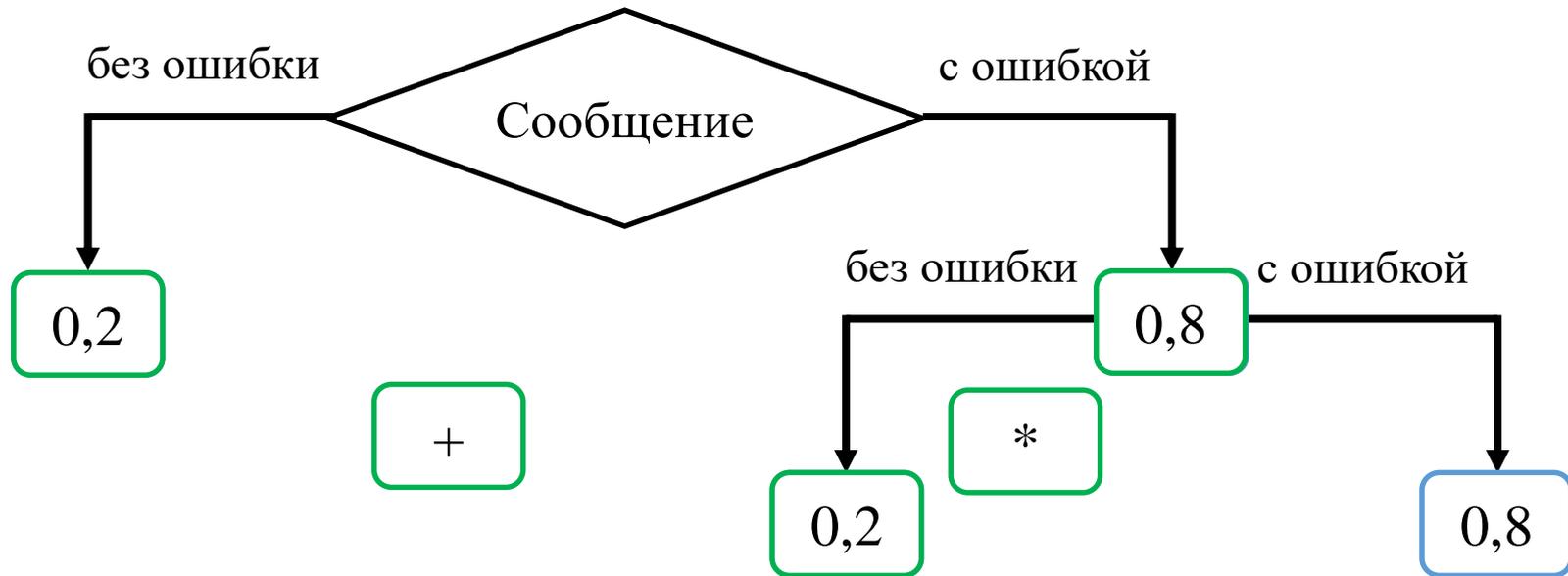
$$P_{11}(4) = C_{11}^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 =$$
$$= \frac{11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 1}{4 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^{11}}$$

$$\frac{P_{11}(5)}{P_{11}(4)} = \frac{\frac{11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 1}{5 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^{11}}}{\frac{11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 1}{4 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^{11}}} = \frac{4 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 1}{5 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1} = \frac{7}{5}$$

Ответ: 1,4

9

Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

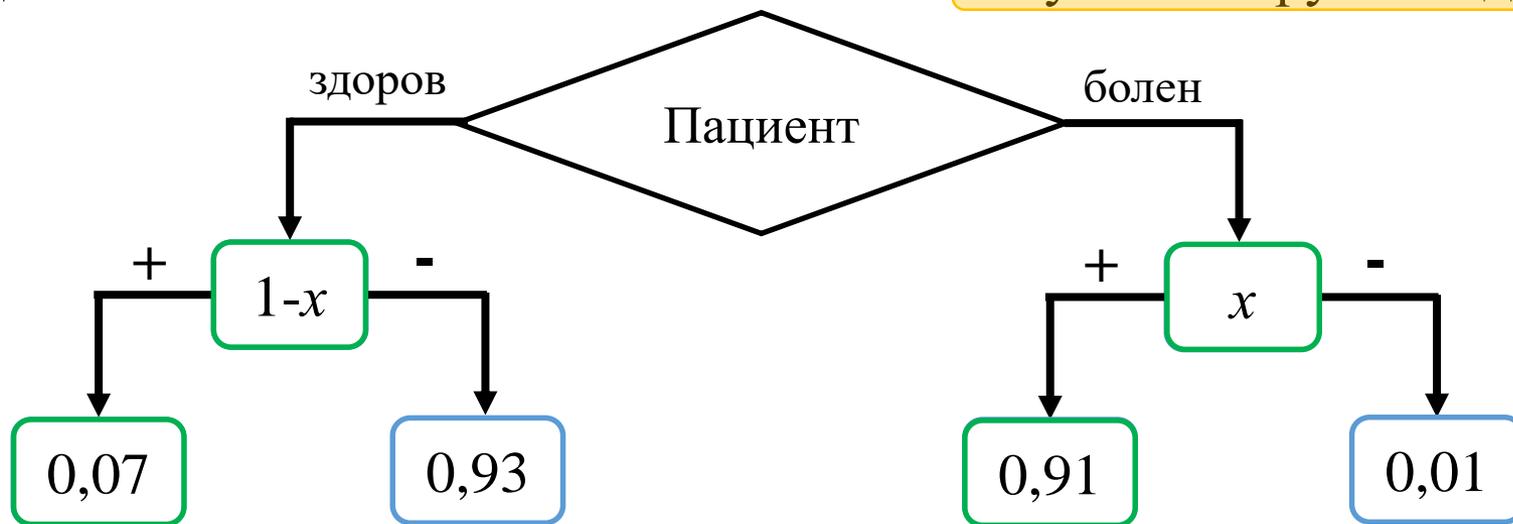


сообщение отправится с первого раза или в первый раз сообщение не будет отправлено и будет отправлено во второй раз

$$P=0,2+0,8 \cdot 0,2=0,36$$

Ответ: 0,36

10 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевание нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание? Результат округлите до сотых.



здоров и «+» или болен и «+»

$$0,07(1-x) + 0,91x = 0,1$$

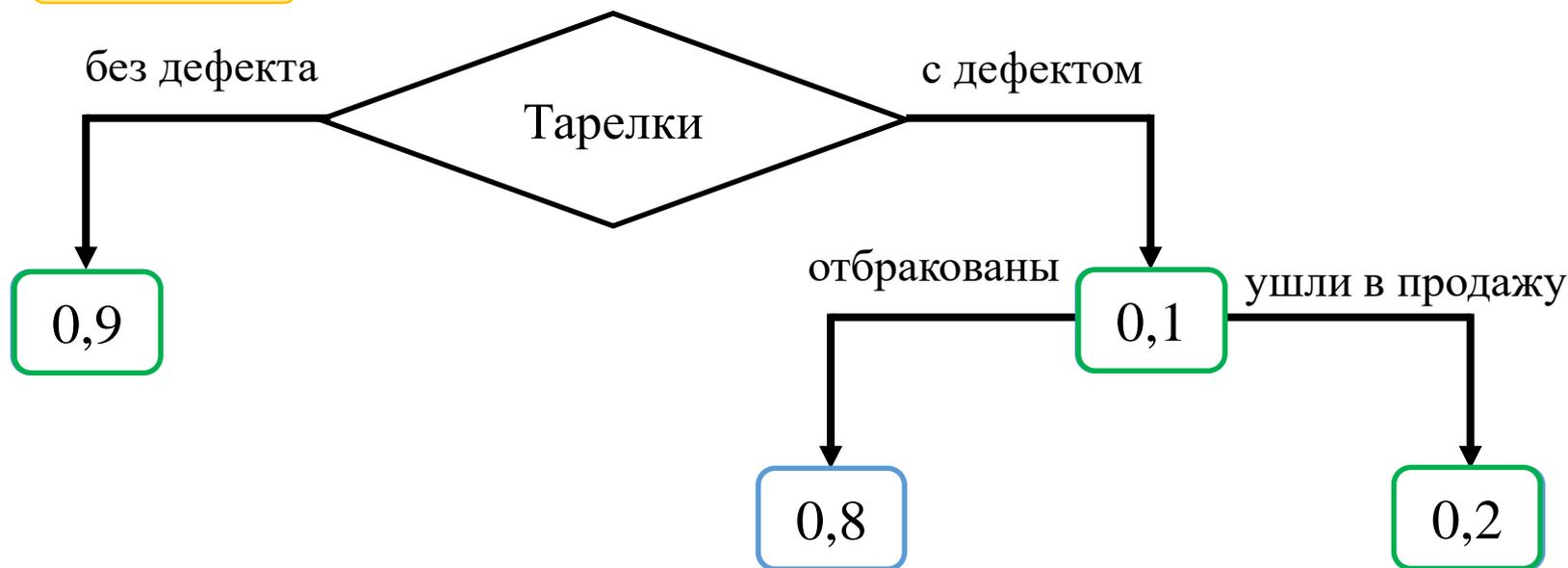
$$0,84x = 0,03$$

$$x \approx 0,04$$

Ответ: 0,04

11

На фабрике керамической посуды **10%** произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется **80%** дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. **Результат округлите до сотых.**



В продажу ушли: без дефекта **или** с дефектом **и** ушли в продажу

$$P = \frac{0,9}{0,9 + 0,1 \cdot 0,2} = \frac{0,9}{0,92} \approx 0,98$$

Ответ: 0,98

12 Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца?

1) По условию покупка одного яйца не принесет Маше принцессу нового вида, то есть вероятность того, что Маша получит такую же принцессу, как у нее уже есть, равна 0,2, соответственно, вероятность того, что при покупке одного яйца Маша НЕ получит такую же принцессу, как у нее уже есть, равна 0,8.

2) Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке второго Киндер-сюрприза, если в первом купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а во втором отличная от уже имеющихся.

$$P_1 = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$$

3) Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке третьего Киндер-сюрприза, если в первом и втором купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а в третьем отличная от уже имеющихся.

$$P_2 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,032$$

4) Тогда вероятность получить новую принцессу при покупке второго ИЛИ третьего Киндер-сюрприза равна:

$$P = P_1 + P_2 = 0,16 + 0,032 = 0,192$$

Ответ: 0,192

В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в "Шеш-беш": гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

Считаем вероятность того, что "искомая комбинация выпала при первой попытке" ИЛИ "искомая комбинация НЕ выпала при первой попытке И выпала при второй попытке".

Ответ: 0,11.

Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире 8 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

Ответ: 0,25.

