О ЕГЭ предметно

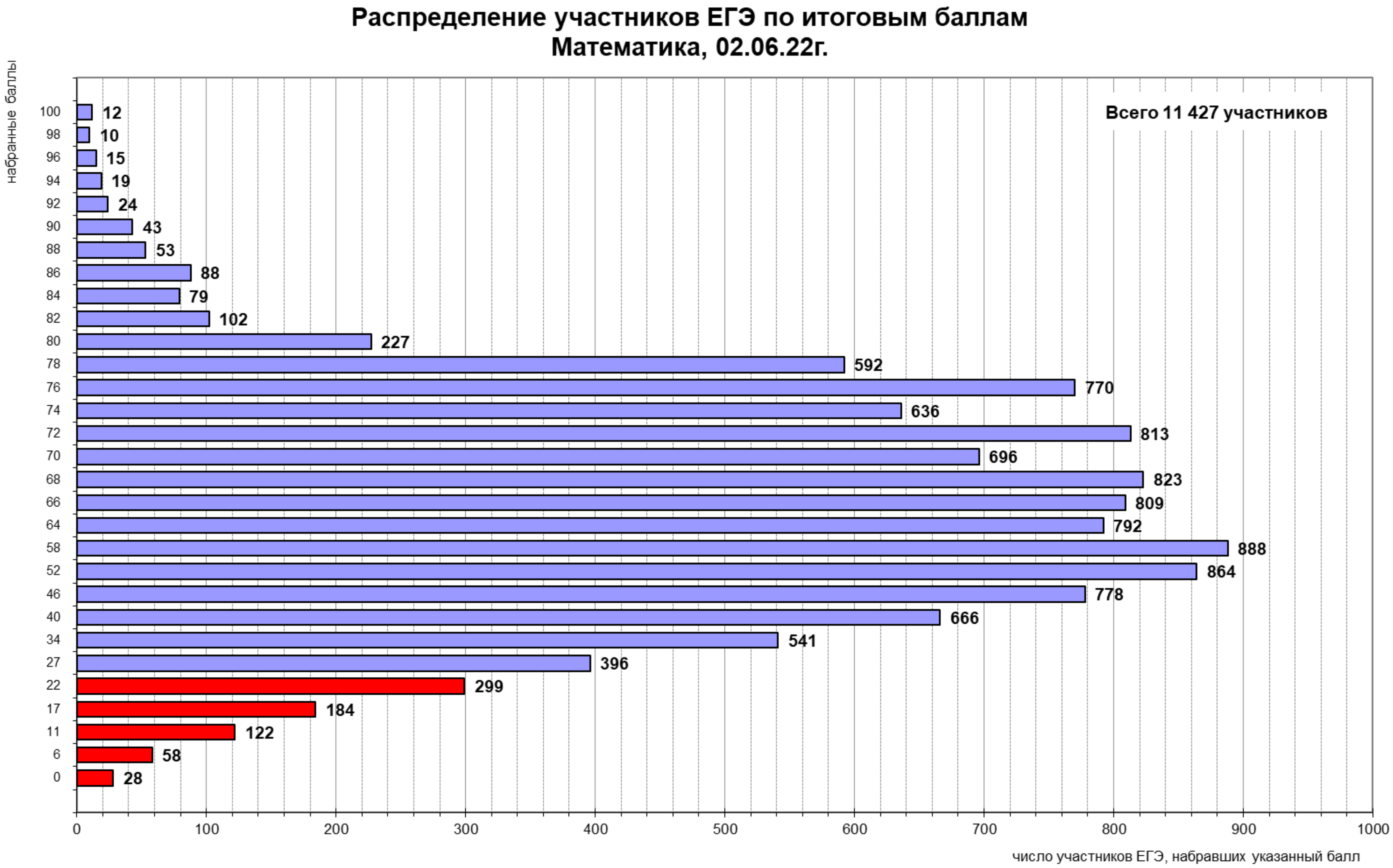
Терещенко Игорь Викторович

Профильный уровень

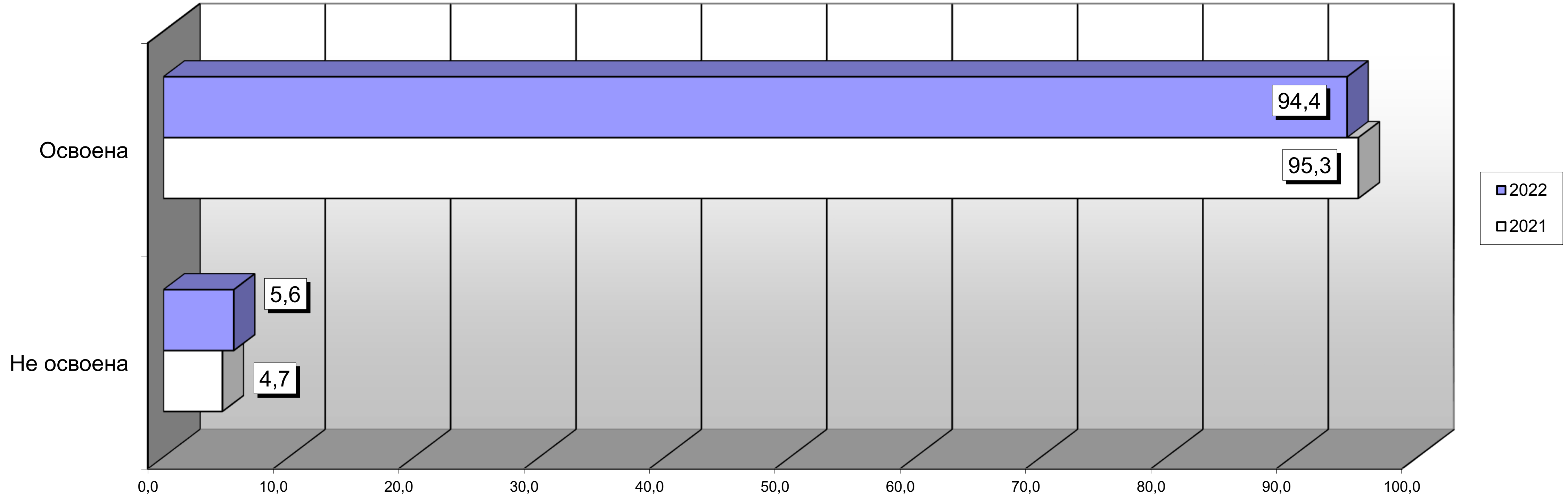
11988 чел.

Базовый уровень

12694 чел.

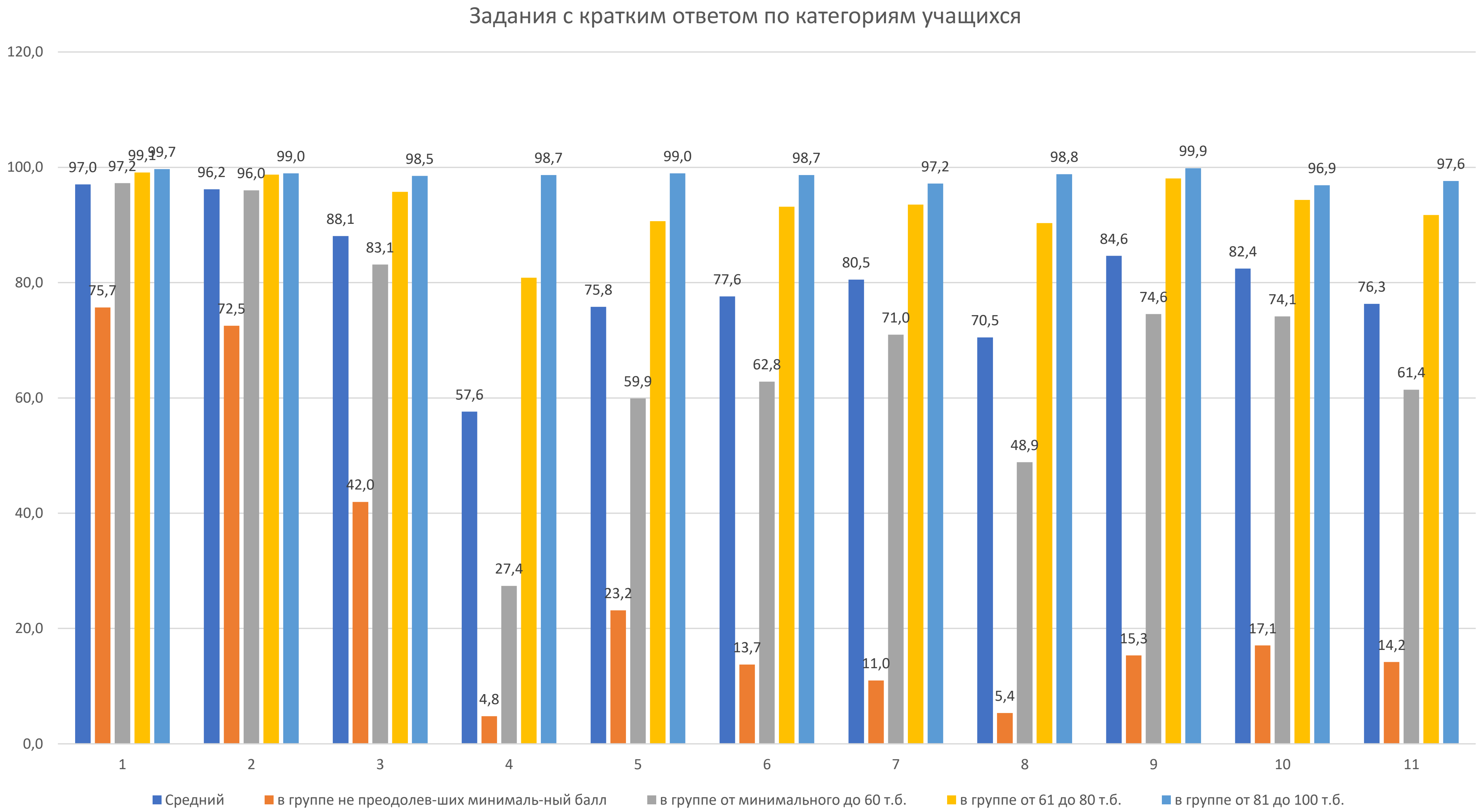

Распределение участников ЕГЭ по итоговым баллам
Математика, 02.06.22г.
набранные баллы
Всего 11 427 участников
100 12
98 10
96 15
94 19
92 24
90 43
88 53
86 88
84 79
82 102
80 227
78 592
76 770
74 636
72 813
70 696
68 823
66 809
64 792
58 888
52 864
46 778
40 666
34 541
27 396
22 299
17 184
11 122
6 58
0 28
0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000
число участников ЕГЭ, набравших указанный балл

Сравнительная диаграмма освоения выпускниками общеобразовательной программы среднего (полного) общего образования по математике ЕГЭ-2021 и ЕГЭ-2022



Динамика результатов ЕГЭ по математике за последние 3 года

№ п/п	Участников, набравших балл	Субъект Российской Федерации		
		2020 г.	2021 г.	2022 г.
1.	ниже минимального балла, %	7,8	5,8	6,4
2.	от 61 до 80 баллов, %	43,6	40,9	52,0
3.	от 81 до 99 баллов, %	5,9	9,2	3,9
4.	100 баллов, чел.	18	6	13
5.	Средний тестовый балл	55,8	57,0	58,3



Задания с кратким ответом по категориям учащихся
120,0
100,0
80,0
60,0
40,0
20,0
0,0
97,0 75,7 97,2 99,1 99,7
96,2 72,5 96,0 99,0
88,1 42,0 83,1 98,5
57,6 4,8 27,4 98,7
75,8 23,2 59,9 99,0
77,6 13,7 62,8 98,7
80,5 11,0 71,0 97,2
70,5 5,4 48,9 98,8
84,6 15,3 74,6 99,9
82,4 17,1 74,1 96,9
76,3 14,2 61,4 97,6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
Средний
в группе не преодолев-ших минималь-ный балл
в группе от минимального до 60 т.б.
в группе от 61 до 80 т.б.
в группе от 81 до 100 т.б.

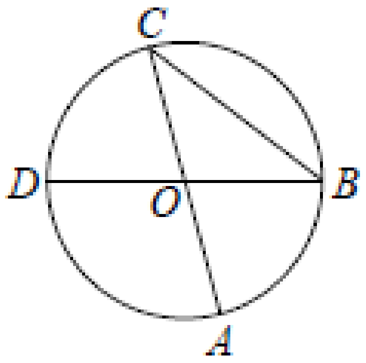
1 Найдите корень уравнения $\sqrt{57-7x}=6$.

Ответ: ___________________________.

2 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Швеции, 5 из Дании, 10 из Норвегии и 4 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Норвегии.

Ответ: ___________________________.

3 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен 114°. Найдите величину вписанного угла ACB. Ответ дайте в градусах.

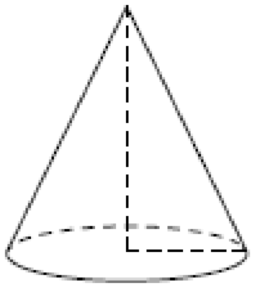


Ответ: ___________________________.

4 Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin 136^\circ}{\sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ}$.

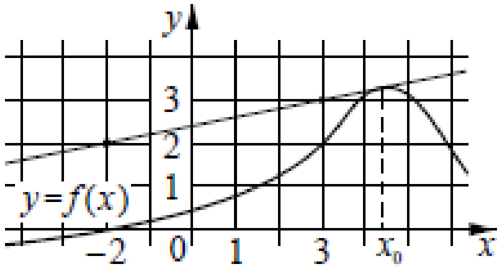
Ответ: ____________________________.

5 Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 9 раз, а радиус основания останется прежним?



Ответ: ____________________________.

6 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ____________________________.

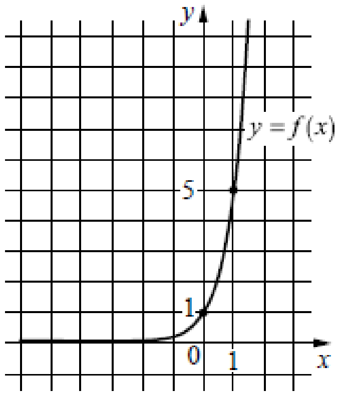
7 Водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 6$ моль воздуха при давлении $p_1 = 2{,}5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5{,}75\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300\ \text{К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 350 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ: __________________________.

8 Катер в 10:00 вышел по течению реки из пункта А в пункт В, расположенный в 40 км от А. Пробыв 3 часа в пункте В, катер отправился назад и вернулся в пункт А в 16:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

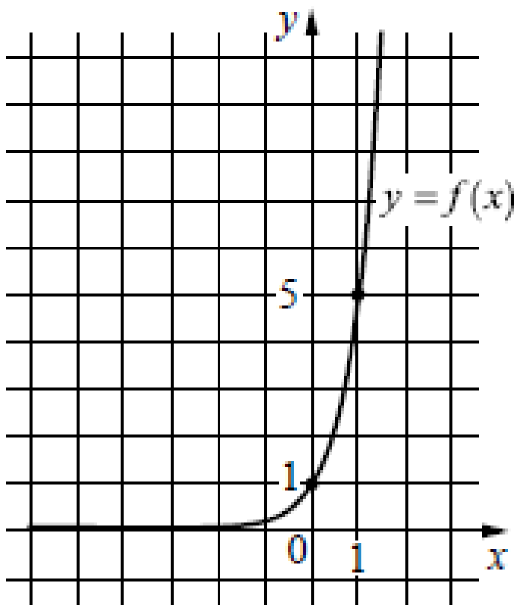
Ответ: __________________________.

9 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(2)$.



Ответ: __________________________.

9 На рисунке изображён график функции вида $f(x)=a^x$. Найдите значение $f(2)$.



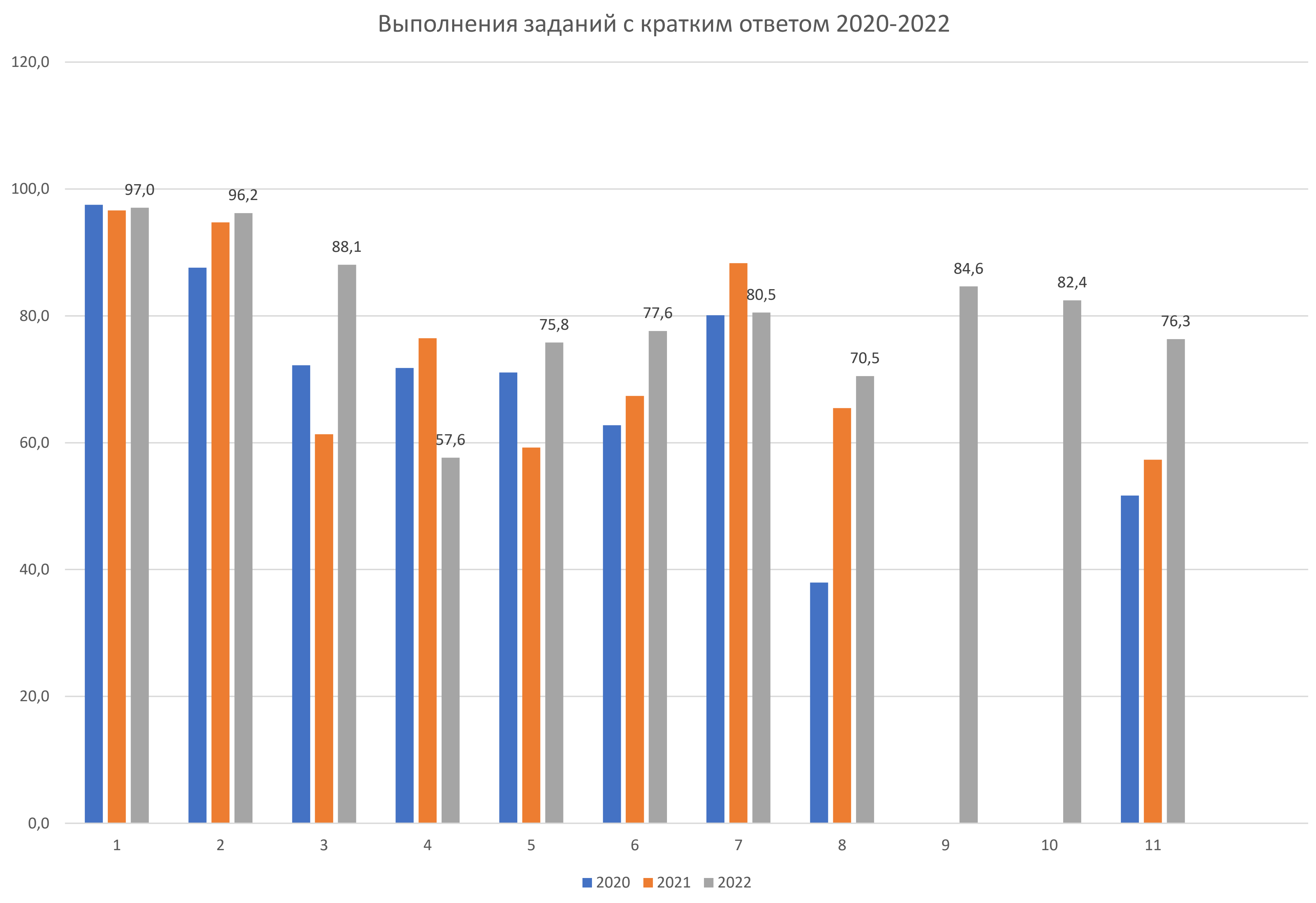
Ответ: ___________________________.

10 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ: ___________________________.

11 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 27x + 14$.

Ответ: ___________________________.


Выполнения заданий с кратким ответом 2020-2022
120,0
100,0
80,0
60,0
40,0
20,0
0,0
97,0
96,2
88,1
57,6
75,8
77,6
80,5
70,5
84,6
82,4
76,3
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
2020
2021
2022

12 а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.


Задания с развернутым ответом по категориям учащихся
120,0
100,0
80,0
60,0
40,0
20,0
0,0
50,4
79,5
97,2
1,5
1,0
18,5
41,1
66,9
98,8
26,9
42,1
95,0
3,4
2,6
42,2
3,2
1,1
48,8
5,7
7,8
22,7
12
13
14
15
16
17
18
Средний
в группе не преодолев-ших минималь-ный балл
в группе от минимального до 60 т.б.
в группе от 61 до 80 т.б.
в группе от 81 до 100 т.б.

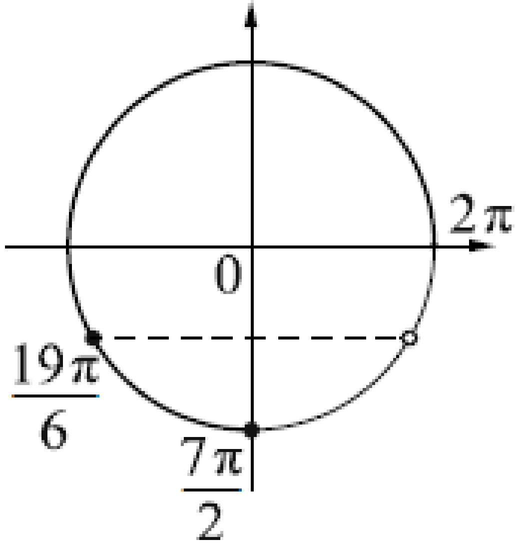
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2-2\sin^2 x-3\sin x-3=0;\ 2\sin^2 x+3\sin x+1=0;\ (\sin x+1)(2\sin x+1)=0.$$

Значит, $\sin x=-1$, откуда $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=-\frac{1}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $\frac{19\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{2}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{19\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{2}$.

13 Точка M — середина ребра SA правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$. Точка N лежит на ребре SB, $SN : NB = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость CMN параллельна прямой SD.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра пирамиды равны 6.

Решение.

а) Пусть прямые AB и MN пересекаются в точке T, а прямая TC пересекает ребро AD в точке K (рис. 1). Точка K лежит в плоскости CMN.

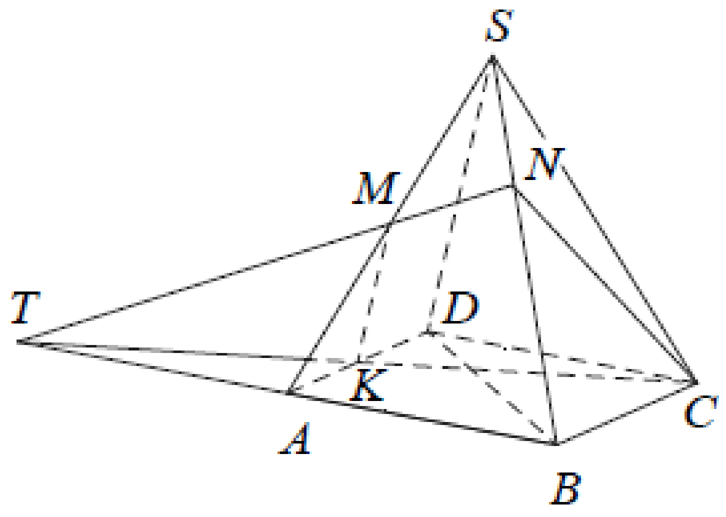


Рис. 1

Рассмотрим плоскость SAB (рис. 2). Пусть точка E — середина отрезка NB. Тогда отрезок MN — средняя линия треугольника ASE, а прямая MN параллельна прямой AE. Значит, отрезок AE — средняя линия треугольника TNB, откуда $AT = AB$.

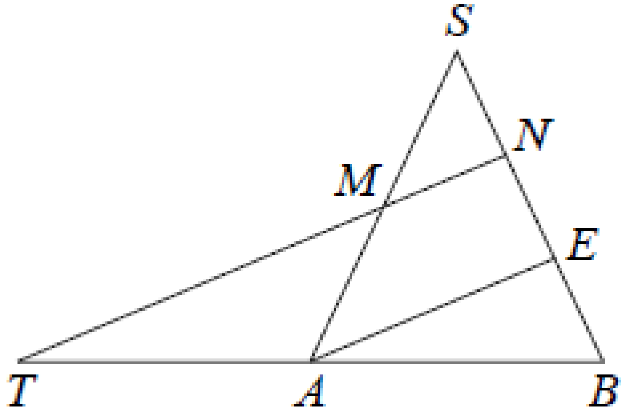


Рис. 2

Прямоугольные треугольники TAK и CDK (см. рис. 1) равны по катету и противолежащему острому углу ($AT = CD$, $\angle TKA = \angle CKD$), значит, точка K — середина ребра AD, то есть отрезок MK — средняя линия треугольника SAD. Следовательно, плоскость CMN, содержащая прямую MK, параллельную прямой SD, параллельна прямой SD.

б) Четырёхугольник $CNMK$ — сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN. Отрезки MN и AE являются средними линиями треугольников ASE и TNB соответственно, значит, $TN = 2AE = 4MN$; $TM : TN = 3 : 4$.

Из треугольников SMN, SNC и TBC находим:

$$MN = \sqrt{MS^2 + SN^2 - 2MS \cdot SN \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{9+4-6} = \sqrt{7};\ TN = 4MN = 4\sqrt{7},$$

$$CN = \sqrt{SC^2 + SN^2 - 2SC \cdot SN \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{36+4-12} = 2\sqrt{7},$$

$$TC = \sqrt{TB^2 + BC^2} = \sqrt{144+36} = 6\sqrt{5},$$

откуда

$$\cos\angle TNC = \frac{TN^2 + CN^2 - TC^2}{2TN \cdot CN} = \frac{112+28-180}{2 \cdot 4\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7}} = -\frac{5}{14};$$

$$\sin\angle TNC = \sqrt{1-\cos^2\angle TNC} = \frac{\sqrt{171}}{14} = \frac{3\sqrt{19}}{14}.$$

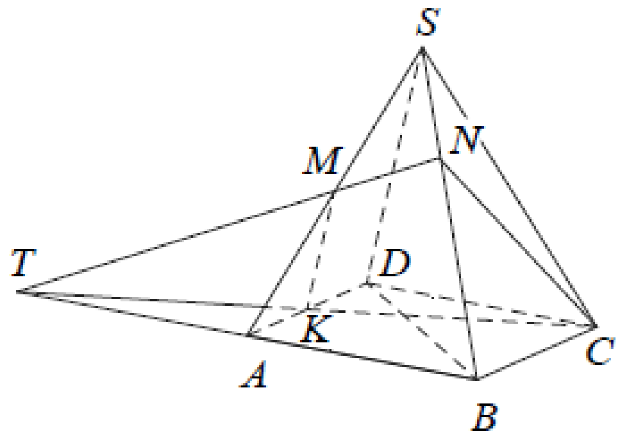
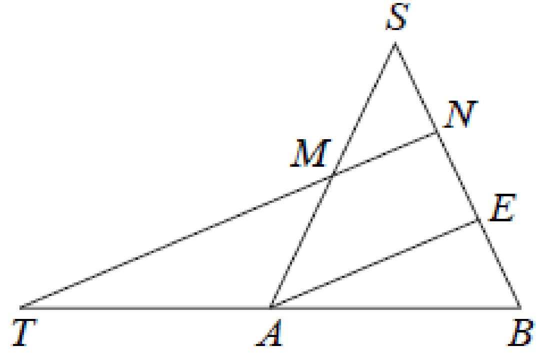


Рис. 1



Площадь треугольника TNC равна

$$\frac{TN \cdot CN \cdot \sin\angle TNC}{2} = \frac{4\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{19}}{28} = 6\sqrt{19}.$$

Площадь треугольника TMK составляет $\frac{TM}{TN} \cdot \frac{TK}{TC} = \frac{3}{8}$ площади треугольника TNC, значит, площадь четырёхугольника $CNMK$ составляет $\frac{5}{8}$ площади треугольника TNC и равна $\frac{5}{8} \cdot 6\sqrt{19} = \frac{15\sqrt{19}}{4}$.

Ответ: б) $\frac{15\sqrt{19}}{4}$.

14 Решите неравенство $\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}$.

Решение.

Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{4}{t-27} \geq \frac{1}{t-9};\ \frac{3t-9}{(t-9)(t-27)} \geq 0;\ \frac{3(t-3)}{(t-9)(t-27)} \geq 0,$$

откуда $3 \leq t < 9$; $t > 27$.

При $3 \leq t < 9$ получим: $3 \leq 3^x < 9$, откуда $1 \leq x < 2$.

При $t > 27$ получим: $3^x > 27$, откуда $x > 3$.

Решение исходного неравенства: $1 \leq x < 2$; $x > 3$.

Ответ: $[1; 2)$; $(3; +\infty)$.

15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Решение.

Пусть платежи в 2027 и 2028 годах составят по x тыс. рублей.

В январе 2027 года долг (в тыс. рублей) будет равен 960, а в июле равен $960-x$. В январе 2028 года долг будет равен $1152-1,2x$, а в июле равен $1152-2,2x$. В январе 2029 года долг будет равен $1382,4-2,64x$. По условию, к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью, значит, платёж в 2029 году должен быть равен $(1382,4-2,64x)$ тыс. рублей, а сумма всех платежей будет составлять $(1382,4-0,64x)$ тыс. рублей. Получаем:

$$1382,4-0,64x=1254,4;\ 0,64x=128,$$

откуда $x=200$.

Платёж в 2027 году должен быть равен 200 тыс. рублей.

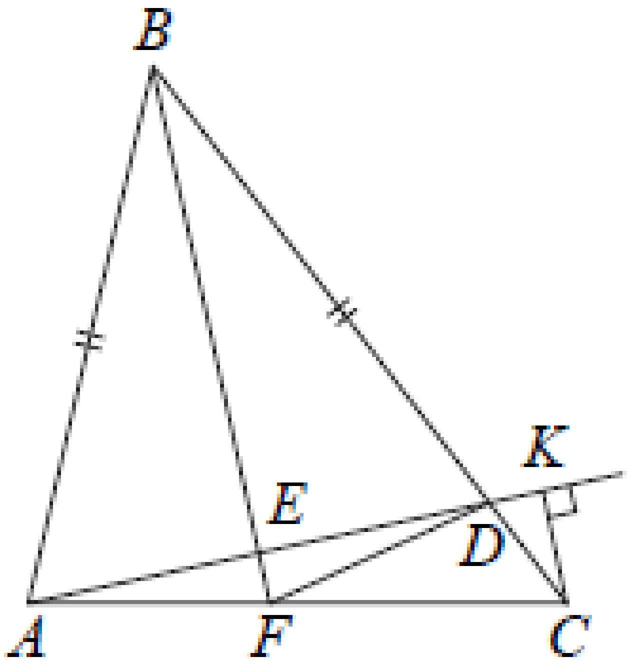
Ответ: 200 тыс. рублей.

16 На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AB = BD$. Биссектриса BF треугольника ABC пересекает прямую AD в точке E. Из точки C на прямую AD опущен перпендикуляр CK.

а) Докажите, что $AB : BC = AE : EK$.

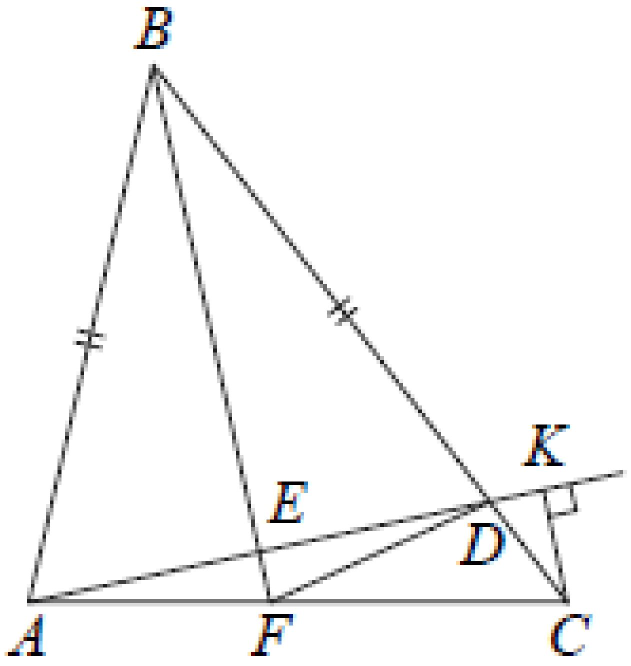
б) Найдите отношение площади треугольника ABE к площади четырёхугольника $CDEF$, если $BD : DC = 5 : 2$.

а) В равнобедренном треугольнике ABD биссектриса BE является медианой и высотой. Следовательно, прямые BF и CK перпендикулярны прямой AK, а значит, параллельны. По свойству биссектрисы треугольника $AB:BC = AF:FC$, а по теореме Фалеса $AF:FC = AE:EK$. Таким образом, $AB:BC = AE:EK$.



б) Прямоугольные треугольники BED и CKD подобны по острому углу ($\angle BDE = \angle CDK$), откуда получаем:

$$BE : CK = BD : CD = 5 : 2.$$



Прямоугольные треугольники AEF и AKC подобны по общему острому углу A, откуда:

$$\frac{EF}{KC} = \frac{AE}{AK} = \frac{AE}{AE+EK} = \frac{1}{1+\frac{EK}{AE}} = \frac{1}{1+\frac{BC}{AB}} = \frac{1}{1+\frac{BC}{BD}} = \frac{1}{1+\frac{7}{5}} = \frac{5}{12};$$

$$BE : EF = \frac{BE}{CK} \cdot \frac{CK}{EF} = \frac{5}{2} \cdot \frac{12}{5} = 6.$$

Обозначим площади многоугольников ABE, BDE, DEF, BFD, CFD и $CDEF$ через S, S_{BDE}, S_{DEF}, S_{BFD}, S_{CFD} и S_{CDEF} соответственно. Треугольники BFD и CFD имеют общую высоту, проведённую из вершины F; треугольники ABE и DBE равны; треугольники BDE и DEF имеют общую высоту, проведённую из вершины D. Следовательно, получаем:

$$S_{BDE} = S;\ S_{DEF} = \frac{EF}{BE} \cdot S_{BDE} = \frac{S}{6};\ S_{BFD} = S_{BDE} + S_{DEF} = S + \frac{S}{6} = \frac{7S}{6};$$

$$S_{CFD} = \frac{CD}{BD} \cdot S_{BFD} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7S}{6} = \frac{7S}{15};\ S_{CDEF} = S_{CFD} + S_{DEF} = \frac{7S}{15} + \frac{S}{6} = \frac{19S}{30},$$

откуда $\dfrac{S}{S_{CDEF}} = \dfrac{30}{19}$.

17	Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$$

имеет четыре различных корня.

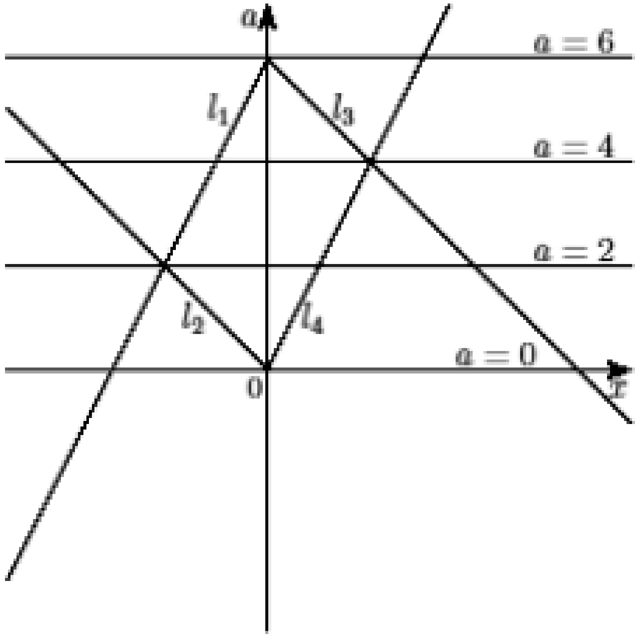
Решение.

При $x \le 0$ уравнение

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$$

принимает вид:

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x - 9x = 0;$$
$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a - 6x = 0;$$
$$(a - 2x)(a + x) - 6(a + x) = 0;$$
$$(a - 2x - 6)(a + x) = 0.$$



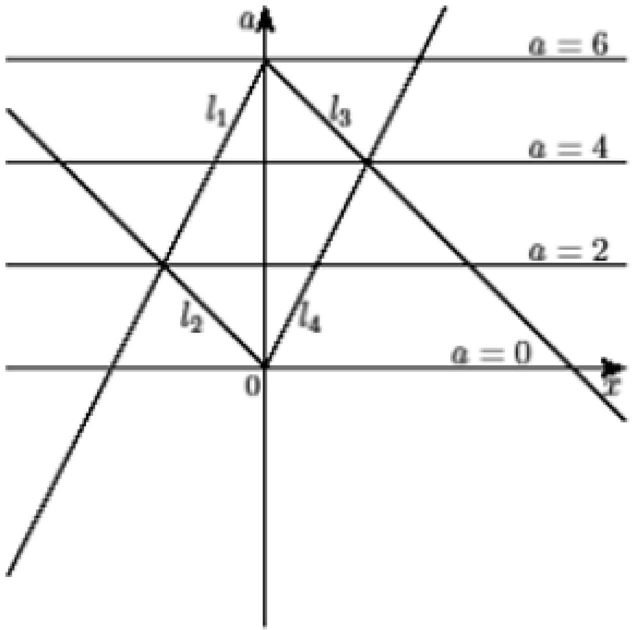
Получившееся уравнение задаёт на плоскости Oxa пару лучей: луч l_1 с началом в точке $(0; 6)$, совпадающий с прямой $a = 2x + 6$ при $x \le 0$, и луч l_2 с началом в точке $(0; 0)$, совпадающий с прямой $a = -x$ при $x \le 0$. Лучи l_1 и l_2 пересекаются в точке $(-2; 2)$.

При $x \ge 0$ уравнение $a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$ принимает вид:

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9x = 0; \; a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 12x = 0;$$

$$(a-2x)(a+x)-6(a-2x)=0;\ (a-2x)(a+x-6)=0.$$

Получившееся уравнение задаёт на плоскости Oxa пару лучей: луч l_3 с началом в точке $(0;6)$, совпадающий с прямой $a=6-x$ при $x\geq 0$, и луч l_4 с началом в точке $(0;0)$, совпадающий с прямой $a=2x$ при $x\geq 0$. Лучи l_3 и l_4 пересекаются в точке $(2;4)$.



Число корней исходного уравнения равно числу точек пересечения прямой $a=c$ с объединением лучей l_1, l_2, l_3 и l_4.

Каждый из лучей l_1 и l_3 пересекается с прямой $a=c$ в одной точке при $c\leq 6$ и не пересекается при $c>6$.

Каждый из лучей l_2 и l_4 пересекается с прямой $a=c$ в одной точке при $c\geq 0$ и не пересекается при $c<0$.

Следовательно, при $a<0$ и $a>6$ исходное уравнение имеет два различных корня.

При $c=0$, $c=2$, $c=4$ и $c=6$ прямая $a=c$ проходит через общую точку лучей l_2 и l_4, l_1 и l_2, l_3 и l_4, l_1 и l_3 соответственно.

Следовательно, при $a=0$, $a=2$, $a=4$ и $a=6$ исходное уравнение имеет ровно три корня, а при $0<a<2$, $2<a<4$ и $4<a<6$ имеет четыре различных корня.

Ответ: $0<a<2$; $2<a<4$; $4<a<6$.

18 Есть три коробки: в первой коробке 97 камней, во второй — 104, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 97 камней, во второй — 89, а в третьей — 15?

б) Мог ли в третьей коробке оказаться 201 камень?

в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

а) Пусть 10 раз из первых двух коробок переложили камни в третью. Тогда в первой коробке оказалось 87 камней, во второй — 94 камня, а в третьей — 20 камней. Если после этого 5 раз переложить камни из второй и третьей коробок в первую, то в первой коробке окажется 97 камней, во второй — 89, а в третьей — 15.

б) Если в третьей коробке оказался 201 камень, то в первой и во второй коробках не осталось камней.

Пусть в какой-то момент в коробках оказалось a, b и c камней соответственно. Тогда после одного хода в коробках могло оказаться либо $a-1$, $b-1$ и $c+2$ камня, либо $a-1$, $b+2$ и $c-1$ камень, либо $a+2$, $b-1$ и $c-1$ камень соответственно. Заметим, что разность между числами камней во второй и в первой коробках либо не изменилась, либо изменилась на 3. Сначала разность чисел камней во второй и в первой коробках равнялась 7. Следовательно, ни в какой момент она не могла стать равной 0. Значит, в этих двух коробках всегда разное число камней. Следовательно, в третьей коробке не мог оказаться 201 камень.

в) В любой момент разность чисел камней во второй и в первой коробках равна $3k+7$, где k — целое число. Следовательно, если в первой коробке 1 камень, то во второй коробке $3k+8$ камней. Значит, во второй коробке оказалось не меньше 2 камней, а в третьей коробке не больше 198 камней.
Покажем, как в третьей коробке могло оказаться 198 камней. Пусть 97 раз из первых двух коробок переложили камни в третью. Тогда в первой коробке оказалось 0 камней, во второй — 7 камней, а в третьей — 194 камня. Если после этого 2 раза переложить камни из второй и третьей коробок в первую, то в первой коробке окажется 4 камня, во второй — 5, а в третьей — 192. Если после этого 3 раза переложить камни из первых двух коробок в третью, то в первой коробке окажется 1 камень, во второй — 2 камня, а в третьей — 198 камней.
Ответ: а) да; б) нет; в) 198.

Рекомендации

- при решении тригонометрического уравнения №12 стоит обратить внимание учащихся работу со знаками, т.е. на четность тригонометрических функций;
- особое внимание обратить на важность корректного отбора корней тригонометрического уравнения №12. Возможно использовать различные способы отбора, а также графическую иллюстрацию интервала или отрезка, на котором необходимо отобрать корни. При этом, если корни отбираются путем подстановки значений *n*, помимо нахождения значений при котором корни лежат в заданном отрезке, необходимо указать и те, значения, при которых корни впервые выходят за границы отрезка. Это считается необходимым обоснованием того, что других корней в заданном **отрезке не существует**;
- на наш взгляд, необходимо продолжать работу с доказательством геометрических утверждений (задания №14 и №16). Учащиеся должны быть обучены выстраивать утверждения при доказательстве таким образом, чтобы каждое последующее прямо следовало из предыдущего до полного доказательства, при этом следует особое внимание обращать, что доказательству подлежат все «неочевидные» факты;

Рекомендации

- при анализе КИМ 2022 года было выявлено, что в части с кратким ответом, достаточно большое количество ошибок были допущены из-за вычислительных ошибок. Таким образом, необходимо продолжать развивать вычислительные навыки учащихся на уроках, строго запрещать использование калькуляторов при работе на уроках алгебры и геометрии;
- особое внимание обратить на тему: «Фигуры вращения»;
- при подготовке к ЕГЭ 2023 году, следует уходить от «натаскивания» на определенные типы задач: так при анализе работ этого года, красной линией прослеживается то, что учащиеся в недостаточной мере уделяют внимание вдумчивому смысловому чтению задач, с выделением важных элементов;
- обратить внимание учащихся, на необходимость работы с КИМ (подчеркивать важные элементы, выделять вопрос, делать дополнительные построения);
- при решении задания №15 особое внимание уделить обоснованности построения математической модели, при этом у учащихся необходимо выработать навык составления математической модели по тексту, а не написание по шаблону;

Рекомендации

- периодически организовывать уроки обобщающего повторения пройденного материала за курс геометрии, алгебры и начал анализа, это позволит актуализировать полученные ранее знания. Особенно это касается некоторых нечасто используемых формул и свойств при решении геометрических задач. Например, свойства вписанных углов, или задачи на физический и геометрический смысл производной, которое встретилось в КИМ этого года;
- необходимо, в обязательном порядке, проводить анализ демонстрационного варианта ЕГЭ 2023 года по математике. Это позволит учителям и учащимся иметь представление об уровне трудности и типах заданий предстоящей экзаменационной работы, обращая внимание на изменения в структуре экзамена в будущем учебном году;

2022	2023
Уравнение	Геометрия
Теор. вер. (лёгк)	Стереометрия
Геометрия	Теор. вер. (лёгк)
Преобразования	Теор. вер. (слож)
Стереометрия	Уравнение
Смысл. производной	Преобразования
Практ. задача	Смысл. производной
Текст. задача	Практ. задача
График	Текст. задача
Теор. вер. (слож)	График
Экстремумы	Экстремумы

Демоверсия 2023 часть с развернутым ответом БЕЗ ИЗМЕНЕНИЙ