

ЕГЭ 2023 № 16

Процедуры и функции.

Рекурсивные алгоритмы.

Цель: сформировать представления о рекурсивном алгоритме, освоить приёмы применения рекурсивных функций при составлении программ на языке программирования Pascal, Python.

Рекурсивные алгоритмы — это алгоритмы, которые решают поставленные задачи с помощью приведения их к разрешению одной или более аналогичных задач, но в более коротком их представлении.

Определите, что выведет на экран программа при вызове F(8).

```
def F(n):
    if n > 0:
        print(F(n//3))
    print(n)
```

```
s=""
def F(n):
    global s
    if n > 0:
        F(n//3)
    F(8)
    print(s)
```

F8	F5	F2	F1	F0	F-1	F-2
F5	F2	F-1	F-2	-	-	-
8	5	2	1			
F2	F1	F0	F0			
F8	F5	F2	F1	F0	F-1	
8	2	-	-	-	-	
8	5	2	1			
2	1	-	-			
<u>18</u>	8	2	1			

B-1

1. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n - натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1; F(2) = 2;$$

$$F(n) = 5 \cdot F(n-1) - 6 \cdot F(n-2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(7)$?

2. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n - натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(2) = 3$$

$$F(n) = F(n-1) \cdot F(n-2) + (n-2), \text{ при } n > 2$$

Чему равно значение функции $F(5)$?

3. Определите, что выведет на экран программа при вызове $F(9)$.

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  if n > 0 then begin
```

```
    F(n - 3);
```

```
    write(n);
```

```
    F(n div 3);
```

```
  end
```

```
end;
```

4. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  if n > 0 then begin
```

```
    writeln('*');
```

```
    F(n-2);
```

```
    F(n-1);
```

```
    F(n-1);
```

```
  end;
```

```
  writeln('*');
```

```
end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова $F(5)$?

B-2

1. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = F(n-1) + 3 \cdot F(n-2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(7)$? В ответе запишите только натуральное число.

2. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n - натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) \cdot (n+2), \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$? В ответе запишите только натуральное число.

3. Запишите подряд без пробелов и разделителей все числа, которые будут показаны на экране при выполнении вызова $F(1)$.

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  if n < 10 then begin
```

```
    F(n + 3);
```

```
    write(n);
```

```
    F(3 * n);
```

```
  end
```

```
end;
```

4. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  writeln('*');
```

```
  if n > 0 then begin
```

```
    writeln('*');
```

```
    F(n-2);
```

```
    F(n div 2);
```

```
    F(n div 2);
```

```
  end
```

```
end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова $F(7)$?

Самостоятельная работа "Рекурсивные алгоритмы"

В-3

1. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими рекуррентными соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = F(n-1) \cdot n \text{ при } n \geq 2.$$

Чему равно значение функции $F(6)$?

В ответе запишите только натуральное число.

2. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 1, F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) \cdot F(n-2) + 2, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$? В ответе запишите только целое число.

3. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
begin
  writeln(n);
  if n < 7 then begin
    F(n+2);
    F(n+3)
  end
end;
```

Найдите сумму чисел, которые будут выведены при вызове $F(1)$.

4. Запишите подряд без пробелов и разделителей все числа, которые будут напечатаны на экране при выполнении вызова $F(9)$. Числа должны быть записаны в том же порядке, в котором они выводятся на экран.

```
procedure F(n: integer);
begin
  if n > 0 then begin
    F(n-3);
    write(n);
    F(n div 3);
  end
end;
```

Самостоятельная работа "Рекурсивные алгоритмы"

В-4

1. Алгоритм вычисления значения функции $F(w)$, где w - натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1; F(2) = 2;$$

$$F(w) = 3 \cdot F(w-1) - 2 \cdot F(w-2) \text{ при } w > 2.$$

Чему равно значение функции $F(7)$?

2. Алгоритм вычисления значений функций $F(w)$ и $Q(w)$, где w - натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1; Q(1) = 1;$$

$$F(w) = F(w-1) + 2 \cdot Q(w-1) \text{ при } w > 1$$

$$Q(w) = Q(w-1) - 2 \cdot F(w-1) \text{ при } w > 1.$$

Чему равно значение функции $F(5) + Q(5)$?

3. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
begin
  writeln('*');
  if n > 0 then begin
    F(n-3);
    F(n-2);
    F(n div 2);
  end
end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова $F(6)$?

4. Определите, что выведет на экран программа при вызове $F(5)$.

```
procedure F(n: integer);
begin
  if n > 0 then begin
    F(n-1);
    write(n);
    F(n div 4)
  end
end;
```


Python

```
def F( n ) :  
    print('*')  
    if n >= 1:  
        print('*')  
        F(n-1)  
        F(n//2)
```

```
k=0  
def f(n)  
    global k  
    k+=1  
    if n>=1:  
        k+=1  
        f(n-1)  
        f(n//2)  
f(140)  
print(k)
```


**Алгоритм вычисления функции $F(n)$
задан следующими соотношениями:**

$$F(n) = 2 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = F(n-1) + 5n, \text{ если } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(39)$?

```
program rrr5;  
function F( n: integer ): integer;  
begin  
  IF n=1 then F:=2;  
  IF n>1 then F:=F(n-1)+5*n*n;  
end;  
begin  
  writeln( F(39) ) ;  
end.
```

```
def f(n):  
  if n==1:  
    return 1  
  if n>1:  
    return f(n-  
1)+5*n*n  
print(f(39))
```

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n - 3 \text{ при } n > 16$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n+1) + 2n + 3, \text{ если } n \leq 16$$

Чему равно значение функции $F(2)$?

```
program rrr9;  
function F( n: integer ):  
integer;  
begin  
if n>16 then f:=n-3;  
if n<=16 then  
f:=2*f(n+1)+2*n+3;  
end  
begin  
  writeln(F(2)) ;  
end.
```

```
PROGRAM FF6;  
FUNCTION F( N: INTEGER): iNTEGER;  
  VAR A: ARRAY[0..100] of integer; i: integer;  
  begin  
    A[1]:=1; A[2]:=1;  
    For i:=3 to n do  
      A[i]:=A[i-1]*i-2*A[i-2];  
    Result := a[n];  
  END;  
  begin  
    writeln (F(6));  
  END.
```

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 + 2n \text{ при } n < 5$$

$$F(n) = 2 \cdot (n + 1) \cdot F(n - 2), \text{ если } n \text{ делится на } 3,$$

$$F(n) = 2 \cdot n + 1 + F(n - 1) + 2 \cdot F(n - 2), \text{ если } n \text{ не}$$

делится на 3. Чему равно значение функции $F(15)$?

```
program r15;
function F(n:integer): integer;
begin
  If n<5 then F:=1+2*n;
  If (n mod 3=0) and (n>=5) then f:=2*(n+1)*f(n-2);
  If (n mod 3<>0) and (n>=5) then f:=2*n+1 +f(n-1)+2*f(n-2);
end;
begin
  writeln (F(15));
end.
```

**Алгоритм вычисления
функций $F(n)$ и $G(n)$ задан
следующими
соотношениями:**

$$F(1) = G(1) = 1$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2n,$$

если $n > 1$

$$G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1) + n,$$

если $n > 1$

**Чему равно значение $F(14) +$
 $G(14)$?**

```
program r;  
function G(n:integer): integer;forward;  
function F(n:integer): integer;forward;  
function F(n:integer): integer;  
begin  
  if n=1 then F:=1;  
  if n>1 then F:=2*f(n-1)+G(n-1)-2*n;  
end;  
function G(n:integer): integer;  
begin  
  if n=1 then G:=1;  
  if n>1 then G:=F(n-1)+2*G(n-1)+n;  
end;  
begin  
  writeln (F(14)+G(14));  
end.
```

Определите наименьшее значение n , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 1000000. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

```
procedure F(n:integer);  
Begin  
  s := s+n+1;  
  if n>1 then begin  
    F(n-1);  
    F(n-2);  
  end;
```

```
var s, n: integer;  
procedure F(n:integer);  
begin  
  s := s+n+1;  
  if n>1 then begin  
    s := s+n+5;  
    F(n-1);  
    f(n-2);  
  end;  
end;  
begin  
  n := 0;  
  repeat  
    n := n + 1;  
    s := 0;  
    F(n);  
  until s > 1000000;  
  writeln( n, ' ', s);  
end.
```

Определите наименьшее значение n , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 3200000. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

```
procedure F ( n: integer );  
Begin  
writeln(n*n);  
if n > 1 then begin  
writeln(2*n+1);  
F(n-2);  
F(n div 3);  
end;
```

```
var s, n: integer;  
procedure F ( n: integer );  
begin  
s:=s+n*n;  
if n > 1 then begin  
s:=s+2*n+1;  
F(n-2);  
F(n div 3);  
end;  
end;  
begin  
clrscr;  
n := 0;  
repeat  
n := n + 1;  
s := 0;  
F(n);  
until s > 3200000;  
writeln(n, ' ', s);  
end.
```

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 3, \text{ при } n \leq 18$$

$$F(n) = (n // 3) \cdot F(n // 3) + n - 12, \text{ при } n > 18, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n-1) + n \cdot n + 5, \text{ при } n > 18, \text{ не кратных } 3$$

Здесь «//» обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 800]$, для которых все цифры значения $F(n)$ чётные.

```
def f(n):
    if n<=18:
        return n + 3
    if n>18 and n % 3 == 0:
        return (n//3)*f(n//3) +
n - 12
    if n>18 and n % 3 != 0:
        return f(n-1) + n*n +
5
k=0
for n in range(1, 801):
    t=f(n)
    p=1
    while t>0:
        if (t % 10)%2!=0:
            p=0
        t=t//10
```



```
Var i, k, t, x, p:integer;
function F( n: integer ): integer;
begin
  if n<=18 then F:=n+3;
  if (n>18) and (n mod 3=0) then F:=(n div 3)*F(n div 3)+n-12;
  if (n>18) and (n mod 3<>0) then F:=F(n-1)+n*n+5;
End;
Begin
k:=0; t:=0;
for i:=1 to 800 do
begin
  p:= f(i);
  while p>0 do
  begin
    x:=p mod 10; p:=p div 10;
    if (x mod 2<> 0) then k:=k+1;
  end;
  if k=0 then t:=t+1; k:=0;
end;
writeln(t);
end.
```

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n + 4 \cdot n + 3, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = F(n+1) + 2 \cdot F(n+4), \text{ при } n \leq 25, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n+2) + 3 \cdot F(n+5), \text{ при } n \leq 25, \text{ не кратных } 3$$

Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых сумма цифр значения $F(n)$ равна 24.

```
def f(n):
    if n>25:
        return n * n + 4 * n + 3
    if n<=25 and n % 3 == 0:
        return f(n+1) + 2 * f(n+4)
    if n<=25 and n % 3 != 0:
        return f(n+2) + 3 * f(n+5)

k=0
for n in range(1, 1001):
    t=f(n)
    s=0
    while t>0:
        s = s + t % 10
        t = t // 10
    if s == 24:
        k+=1

print(k)
```