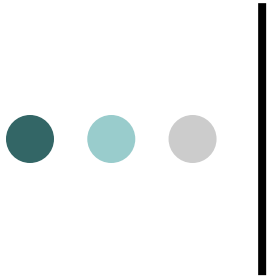




# Организация изучения заданий геометрического блока в рамках подготовки к профильному уровню ЕГЭ

Андряфанова Наталия Владимировна  
Кубанский казачий кадетский корпус  
имени атамана М.П.Бабыча, г. Краснодар  
учитель математики



*«Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать»*

Галилео Галилей

# ОГЭ по математике (геометрический блок)\*

№ задания	Уровень сложности	Средний процент выполнения	Проверяемый элемент содержания/умения
15	Б	74,2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
16	Б	77,5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
17	Б	70,3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
18	Б	86,9	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
19	Б	73,5	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения
23	П	0,2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
24	П	0,1	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения
25	В	0,0	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

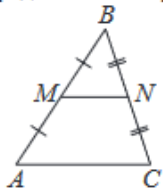
\* Данные из статистико-аналитического отчета за 2023 год по Краснодарскому краю

# Справочные материалы по математике

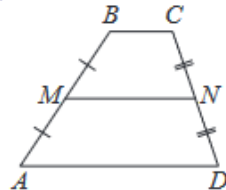
## Геометрия

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

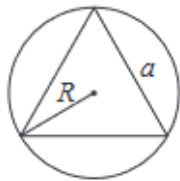


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$



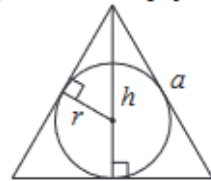
$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



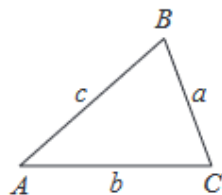
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



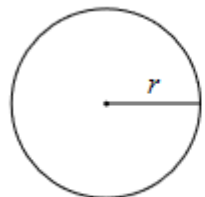
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

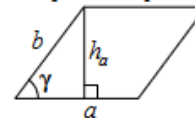


Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

Площади фигур

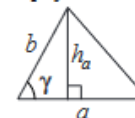
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

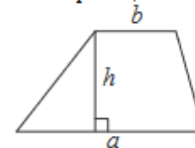
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

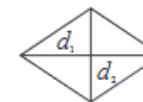
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

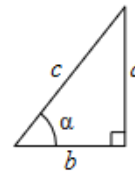
Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

# Профильный уровень ЕГЭ по математике

- 1\*.Справочные материалы по геометрии не предусмотрены.
- 2.Выполнение заданий части 1 геометрического блока (1-3) проверяют умение ориентироваться в простейших геометрических конструкциях *планиметрии* и стереометрии.
- 3.Задания части 2 проверяют умения на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике (задание 14, стереометрия).
- 4.Задание 17 (*планиметрия*) предназначено для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

\* Из спецификации КИМ ЕГЭ 2024 г.

# ЕГЭ по математике, профильный уровень (геометрический блок)\*

№ задания	Уровень сложности	Средний процент выполнения	Проверяемый элемент содержания/умения	Примерное время выполнения (в мин)
1	Б	78,7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3
2	Б	71,5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3
13	П	2,1	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	20
16	П	3,2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	35

- Данные из методических рекомендаций для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике

# Математика. Геометрия 10-11 класс

## (стереометрия)

### Углубленный уровень

3 часа в неделю

*Повторение планиметрии (10 класс).*

1. При изучении построения сечений (2 часа):

теорема о пропорциональных отрезках;

подобие треугольников;

теорема Менелая.

2. При изучении куба, прямоугольного

параллелепипеда (2 часа):

теорема Пифагора на плоскости;

тригонометрия прямоугольного

треугольника.

### Базовый уровень

2 часа в неделю

*Повторение планиметрии.*

Отдельно часы не выделены.



# Некоторые сведения из планиметрии

(глава VIII\*, учебник Л.С.Атанасян и др.)

## 1. Углы и отрезки, связанные с окружностью (4 часа)

Угол между касательной и хордой

Две теоремы об отрезках, связанных с окружностью

Углы с вершинами и вне круга

Вписанный четырехугольник

Описанный четырехугольник

## 2. Решение треугольников (4 часа)

Теорема о медиане

Теорема о биссектрисе угла

Формулы площади треугольника

Формула Герона

Задача Эйлера

## 3. Теоремы Менелая и Чебы (2 часа)

## 4. Эллипс, гипербола и парабола (2 часа)

Глава VIII\*

Некоторые сведения из планиметрии

§ 1

Углы и отрезки,  
связанные с окружностью

### 85 Угол между касательной и хордой

Мы знаем, что вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается. Докажем теорему об угле между касательной и хордой.

**Теорема**

Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется половиной заключенной в нем дуги.

**Доказательство**

Пусть  $AB$  — данная хорда,  $CC_1$  — касательная, проходящая через точку  $A$ . Если  $AB$  — диаметр (рис. 196, а), то заключенная внутри угла  $BAC$  (и также угла  $BAC_1$ ) дуга является полуокружностью. С другой стороны, углы  $BAC$  и  $BAC_1$  в этом случае — прямые, поэтому утверждение теоремы верно.

Пусть теперь хорда  $AB$  не является диаметром. Ради определенности будем считать, что точки  $C$  и  $C_1$  на касательной выбраны так, что угол  $CAB$  — острый, и обозначим буквой  $\alpha$  величину заключенной в нем дуги (рис. 196, б). Проведем диаметр  $AD$  и заметим, что треугольник  $ABD$  — прямоугольный, поэтому  $\angle ADB = 90^\circ - \angle DAB = \angle BAC$ . Поскольку угол  $ADB$  — вписанный, то  $\angle ADB = \frac{\alpha}{2}$ , а значит, и  $\angle BAC = \frac{\alpha}{2}$ . Итак, угол  $BAC$  между касательной  $AC$  и хордой  $AB$  измеряется половиной заключенной в нем дуги.

Аналогичное утверждение верно в отношении угла  $BAC_1$ . Действительно, углы  $BAC$  и  $BAC_1$  — смежные, поэтому  $\angle BAC_1 = 180^\circ - \alpha = \frac{360^\circ - \alpha}{2}$ . С другой стороны,  $(360^\circ - \alpha)$  — это величина дуги  $ADB$ , заключенной внутри угла  $BAC_1$ . Теорема доказана.

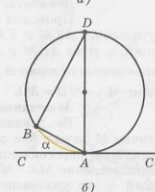
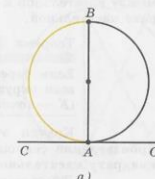


Рис. 196

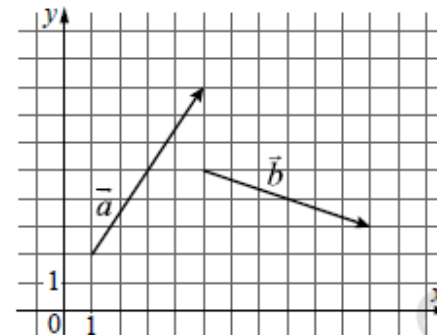


# Новое геометрическое задание в 2024\*

9 класс (12 часов)	10 класс (углубленный уровень, 12 часов)	11 класс (базовый уровень, 10 часов)
Векторы (на плоскости)	Векторы в пространстве	Векторы и координаты в пространстве

№ задания	Уровень сложности	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы	Примерное время выполнения
2	Б	Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	3 мин

На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



# Организация изучения заданий

## геометрического блока, 10-11 класс

### *Урочное время*

Математика. Геометрия 2 часа

(стереометрия, задание 2, 13)

### *Внеурочное время*

1. Программа внеурочной деятельности  
1 час в неделю 34/34

*“Математическая лаборатория  
по решению избранных задач”*

(планиметрия, задание 1, 16)

2. Консультации 1 час в неделю

3. Тематическая работа в формате ЕГЭ  
по геометрии (на неделю)

# Математическая лаборатория по решению избранных задач, 10-11 класс

## 10 класс

<i>Избранные задачи по геометрии:</i> треугольник	<b>11</b>
Равнобедренный треугольник	2
Прямоугольный треугольник	2
Вписанные, описанные окружности	2
Замечательные точки треугольника. Замечательные линии треугольника	2
Теорема синусов. Теорема косинусов	1
Теорема Менелая. Теорема Чебы	2
<i>Избранные задачи по геометрии:</i> трапеция	<b>10</b>
Равнобедренная трапеция	2
Прямоугольная трапеция	2
Произвольная трапеция	2
Описанная окружность	2
Вписанная окружность	2
<i>Избранные задачи по геометрии:</i> окружность	<b>8</b>
Вписанный и центральный углы	1
Угол с вершинами внутри и вне круга	1
Угол между касательной и хордой	1
Вписанный четырехугольник	1
Описанный четырехугольник	1
Касание двух окружностей	1
Пересечение двух окружностей	2
<i>Геометрические преобразования</i>	<b>5</b>
Подобные фигуры	1
Центральная симметрия	1
Осевая симметрия	1
Параллельный перенос	1

## 11 класс

<i>Замечательные точки треугольника</i>	<b>7</b>	
Основные замечательные точки треугольника	1	
Точка Торричелли	1	
Точка Жергонна	1	
Точка Нагеля	1	
Прямая Симсона	1	
Теорема Стюарта	1	
Теорема Жордана	1	
<i>Избранные задачи по геометрии:</i> окружность Эйлера	<b>9</b>	
Ортотреугольник и его свойства	1	
Серединный треугольник и его свойства	1	
Педальный треугольник и его свойства	1	
Прямая Эйлера	1	
Окружность девяти точек	1	
Теорема Мавло	1	
Применение GeoGebra для решения задач	3	
<i>Кривые второго порядка</i>	<b>12</b>	
Парабола. Эллипс	1	
Гипербола	1	
Кривые как траектории движения точек	2	
Кривые, заданные уравнениями в полярных координатах	2	
Спираль	2	
Кривые, заданные параметрическими уравнениями	2	<i>Геометрические преобразования в пространстве</i>
Построение кривых с помощью компьютерных инструментов	2	Движение в пространстве. Виды движений
		Центральная симметрия
		Осевая симметрия
		Зеркальная симметрия
		Зависимость между различными видами симметрии в пространстве
		<b>6</b>
		1
		1
		1
		2

# Вебинары

1. ИРО Краснодарского края, кафедра математики, информатики и технологического образования: методические материалы кафедры МиИ → подготовка в итоговой аттестации

2. Издательство Легион <https://www.legionr.ru/webinars/matematika/>

## Архив вебинаров

09.10.2023 Новая задача на векторы в профильном ЕГЭ по математике 2024 года (задание 2), Кривенко Виктор Михайлович

20.09.2023 ОГЭ по математике 2024 года: обзор заданий КИМ, Иванов Сергей Олегович

14.09.2023 ЕГЭ по математике 2024 года: обзор новых демонстрационных вариантов, Кулабухов Сергей

3. Мнемозина <https://mnemozina.ru/>

**ВЕБИНАРЫ** Узнайте больше об учебниках из нового федерального перечня

ВЕБИНАРЫ Архив вебинаров

19 мая 2023 15:00  
Посмотреть запись

**Подготовка к ОГЭ по математике: содержание и критерии оценивания заданий по геометрии части 2**

На вебинаре будут рассмотрены вопросы отбора задач повышенного и высокого уровней сложности; требования к обоснованию и записи решений; критерии оценивания заданий по геометрии 23–25 с целью организации уроков итогового повторения при подготовке к ОГЭ-2023.

Ведущий: АЛЕКСАНДРОВА ЛИДИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, учитель математики ГБОУ Школы № 1317 г. Москвы, отличник народного просвещения, член авторского коллектива А.Г. Мордковича.

# Учебная литература

## Издательство МЦНМО



## Издательство Легион





# Учебная литература

Издательство ИЛЕКСА



# Интернет-ресурсы



Интернет-ресурсы, используемые для подготовки к экзамену:

1. Сайт ФИПИ: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

2. Сайт <http://egemath.ru/>

3. Сайт Александра Ларина <https://alexlarin.net/>

4. Сайт И.В.Яковлева <https://mathus.ru/math/>

5. Сайт И.В.Фельдман <https://ege-ok.ru/>

# Информационный стенд

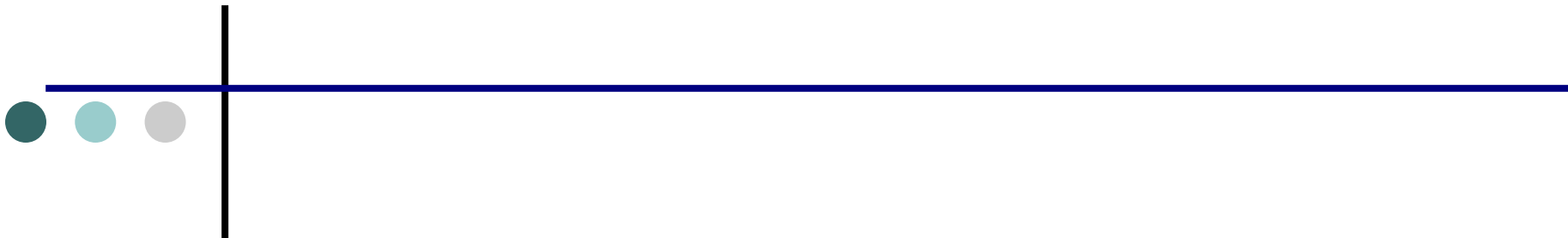
1. Демонстрационный вариант КИМ ЕГЭ 2024 (профильный и базовый уровень), кодификатор, спецификация КИМ.

2. Справочная литература

3. Сборники тестов







СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!