



Государственное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования

ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
Краснодарского края



Решение логарифмических неравенств в заданиях с развернутым ответом ЕГЭ по математике профильного уровня. Анализ типичных ошибок.

Власова Александра Анатольевна
Старший преподаватель кафедры МИТО
ГБОУ ИРО Краснодарского края

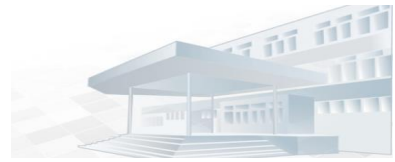


ЕГЭ-2023, 01.06.2023 (основная волна)

Решить неравенство $\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,25}(x - 3)^4$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,5}^2(x - 3)^4$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,5}(x - 3)^2$$



$y = \log_{0,5} t$ убывает, т.к. $0 < 0,5 < 1$

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 27 \geq (x - 3)^2 & (1) \\ (x - 3)^2 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

1) $x^2(x - 3) - 9(x - 3) - (x - 3)^2 \geq 0$

2) $(x - 3)^2 > 0$

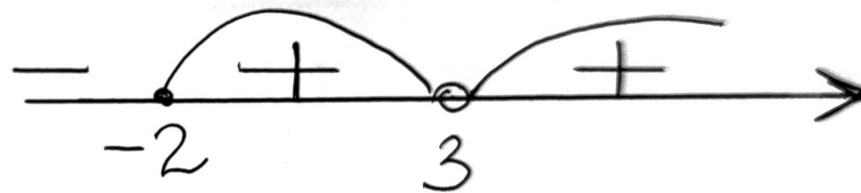
$(x - 3)(x^2 - 9 - x + 3) \geq 0$

$x \neq 3$

$(x - 3)(x^2 - x - 6) \geq 0$

$(x - 3)(x - 3)(x + 2) \geq 0$

$(x - 3)^2(x + 2) \geq 0$



Ответ: $[-2; 3) \cup (3; +\infty)$



В исходном неравенстве при использовании аббревиатуры «ОДЗ» выписаны не все условия – 0 баллов.

Правильно:

ОДЗ:

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 27 > 0 \\ (x - 3)^4 > 0 \end{cases}$$

Ошибка:

ОДЗ:

$$x^3 - 3x^2 - 9x + 27 > 0$$



**Снятие четной степени с аргумента логарифма без модуля
(даже с последующим возвращением к квадрату
аргумента) – 0 баллов.**

Правильно:

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,25}(x - 3)^4$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq 4\log_{0,5}^2|x - 3|$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq 2\log_{0,5}|x - 3|$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,5}|x - 3|^2$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,5}(x - 3)^2$$

Ошибка:

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,25}(x - 3)^4$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq 4\log_{0,5}^2(x - 3)$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq 2\log_{0,5}(x - 3)$$

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,5}(x - 3)^2$$



Использование метода рационализации не требует обоснования.

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,5}(x - 3)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^3 - 3x^2 - 9x + 27 > 0 \\ (x - 3)^2 > 0 \\ (0,5 - 1)(x^3 - 3x^2 - 9x + 27 - ((x - 3)^2)) \leq 0 \end{array} \right.$$

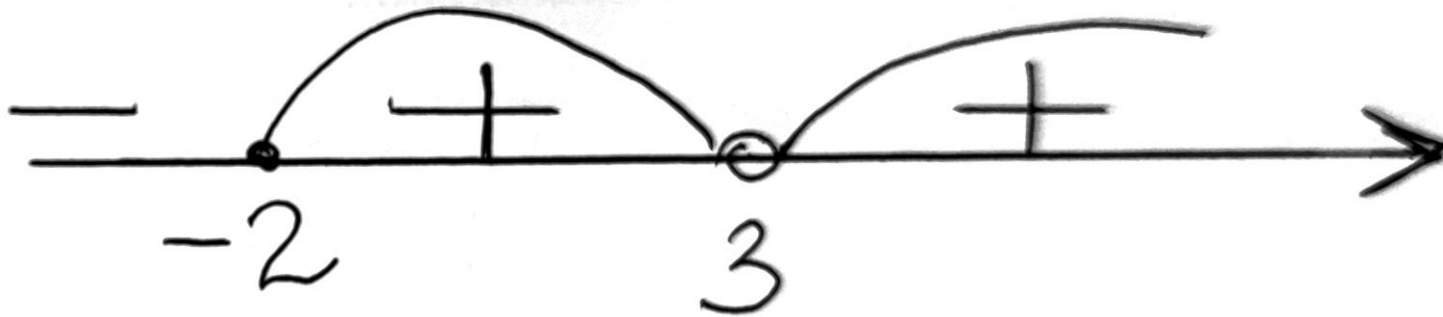


Государственное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования

ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
Краснодарского края



Расстановка знаков методе интервалов не требует обоснования.





ЕГЭ-2023, 28.06.2023

Задание №14

Решить неравенство

$$\frac{\log_2(32x)}{\log_2 x - 5} + \frac{\log_2 x - 5}{\log_2(32x)} \geq \frac{\log_2 x^{16} + 18}{\log_2^2 x - 25}$$

Т.к. $x > 0$, то

$$\frac{\log_2 32 + \log_2 x}{\log_2 x - 5} + \frac{\log_2 x - 5}{\log_2 32 + \log_2 x} \geq \frac{16 \log_2 x + 18}{\log_2^2 x - 25};$$



$$\log_2 x = t$$

$$\frac{5 + t^{5+t}}{t - 5} + \frac{t - 5^{t-5}}{5 + t} - \frac{16t + 18}{t^2 - 25} \geq 0;$$

$$\frac{(5 + t)^2 + (t - 5)^2 - 16t - 18}{(t - 5)(t + 5)} \geq 0;$$

$$\frac{25 + 10t + t^2 + t^2 - 10t + 25 - 16t - 18}{(t - 5)(t + 5)} \geq 0;$$



$$\frac{2t^2 - 16t + 32}{(t - 5)(t + 5)} \geq 0;$$

$$\frac{t^2 - 8t + 16}{(t - 5)(t + 5)} \geq 0;$$

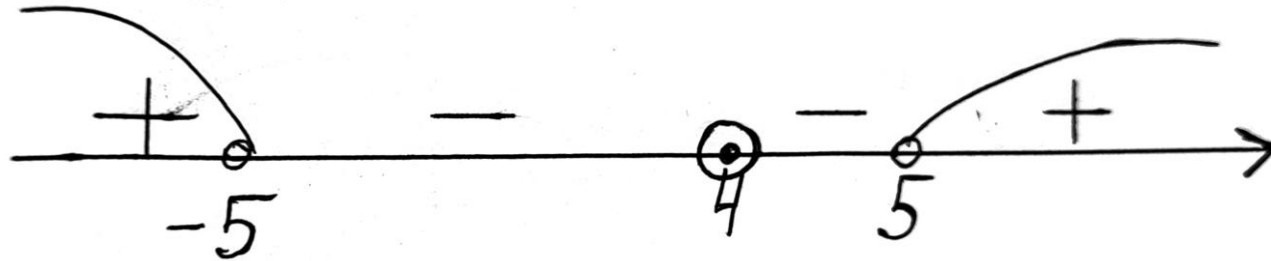
$$\frac{(t - 4)^2}{(t - 5)(t + 5)} \geq 0;$$



$$f(t) = \frac{(t - 4)^2}{(t - 5)(t + 5)};$$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-5; 5\}$$

Ноль функции: 4



$$\begin{cases} t < -5, \\ t = 4, \\ t > 5, \end{cases}$$



$$\begin{cases} \log_2 x < -5, \\ \log_2 x = 4, \\ \log_2 x > 5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x < \log_2 \frac{1}{32}, \\ \log_2 x = \log_2 16, \\ \log_2 x > \log_2 32, \end{cases}$$

$y = \log_2 t$ возрастает на $D(y)$

$$\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{32}, \\ x = 16, \\ x > 32, \end{cases}$$

Ответ: $\left(0; \frac{1}{32}\right) \cup \{16\} \cup (32; +\infty)$