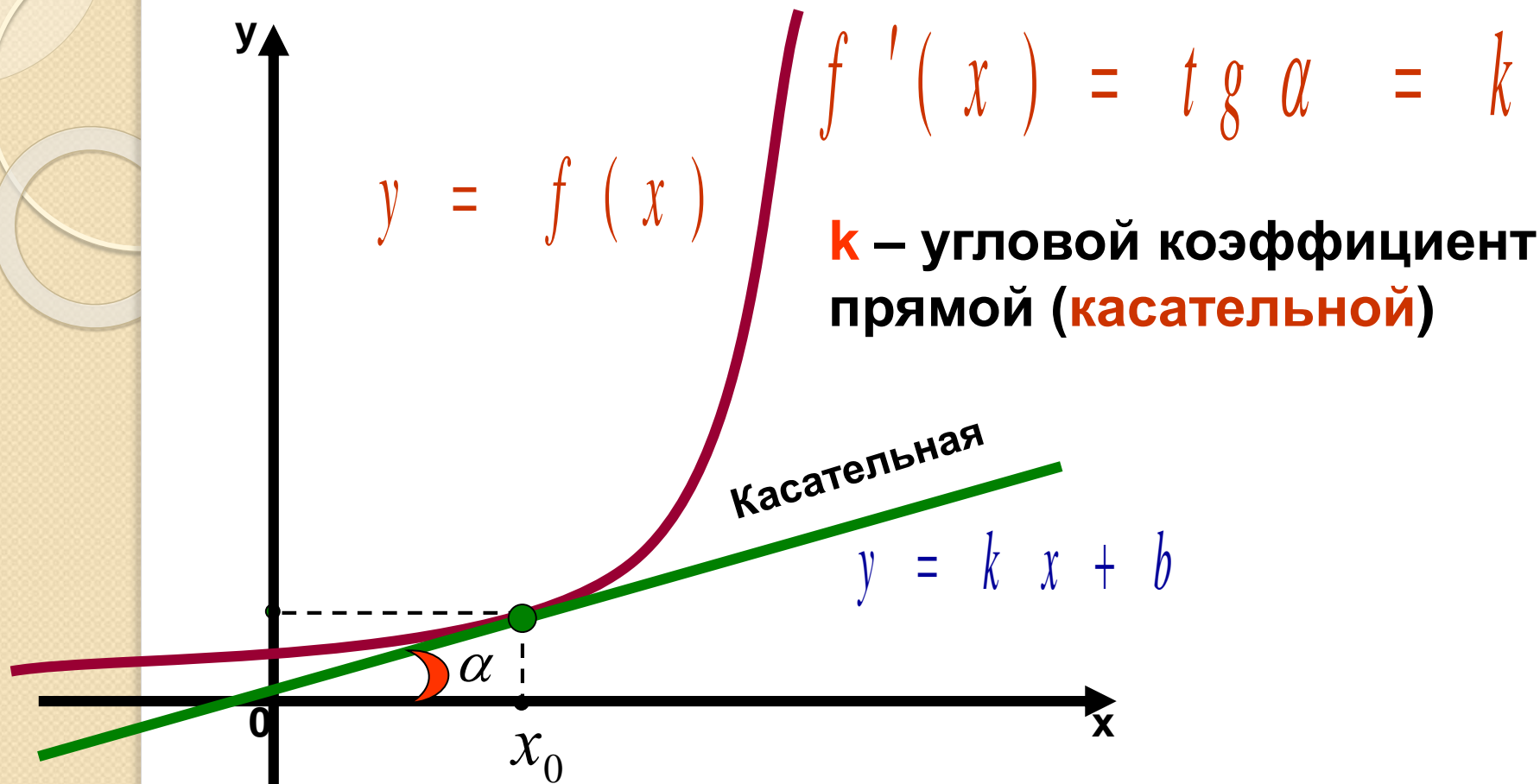


**Применение свойств производной  
в заданиях  
ЕГЭ по математике  
базового и  
профильного уровня**

**Медведева Е.В.  
МБОУ СОШ №32  
Белоглинский р-н**

**2023 год**



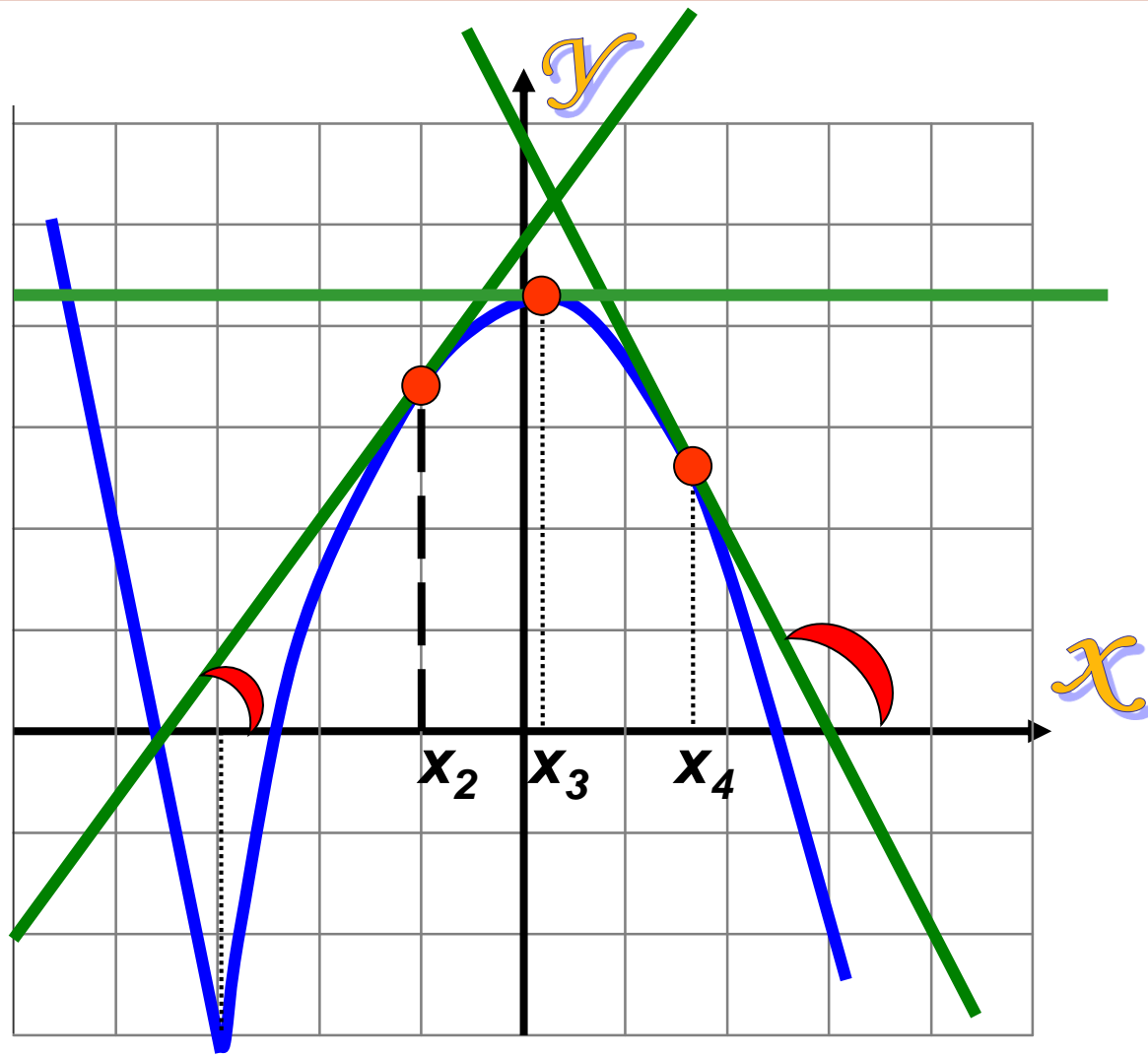
## Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow k < 0$$

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow k > 0$$

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow k = 0$ , касательная параллельна  $Ox$

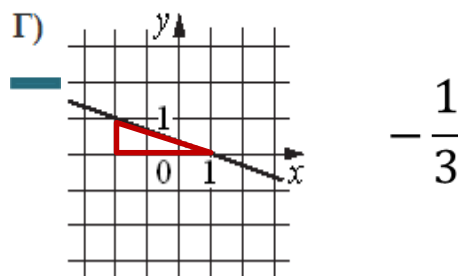
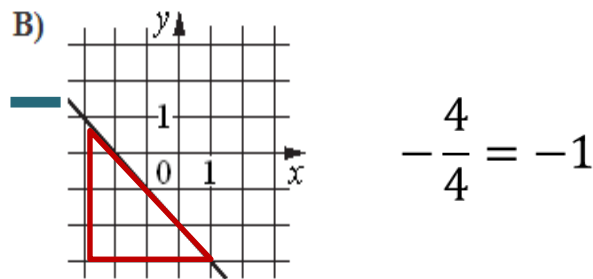
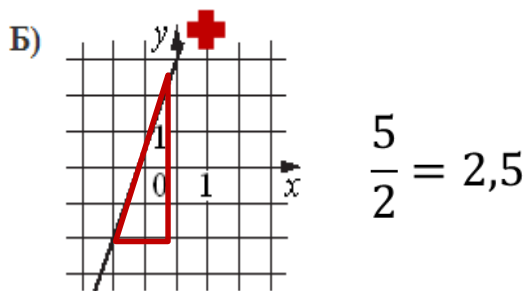
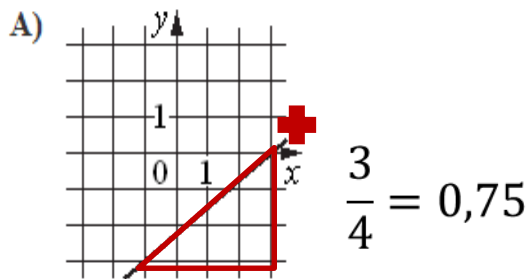


Установите соответствие и впишите ответ.

На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и угловыми коэффициентами прямых.

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

### ГРАФИКИ



### УГЛОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

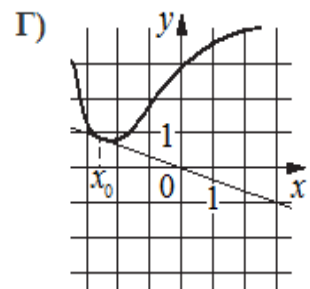
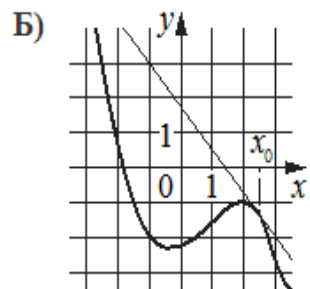
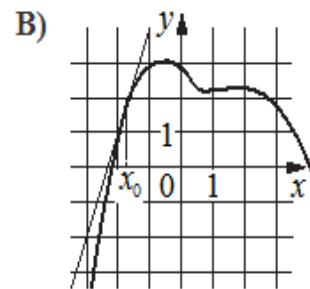
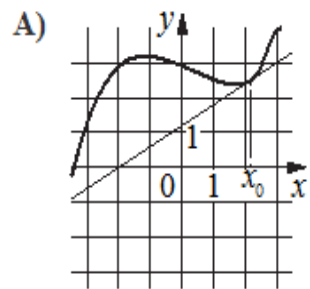
- 1) 0,75
- 2)  $-\frac{1}{3}$
- 3) -1
- 4) 2,5

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Установите соответствие и впишите ответ.

На рисунках изображены графики функций и касательные, проведённые к ним в точках с абсциссой  $x_0$ . Установите соответствие между графиками функций и значениями производной этих функций в точке  $x_0$ .

### ГРАФИКИ



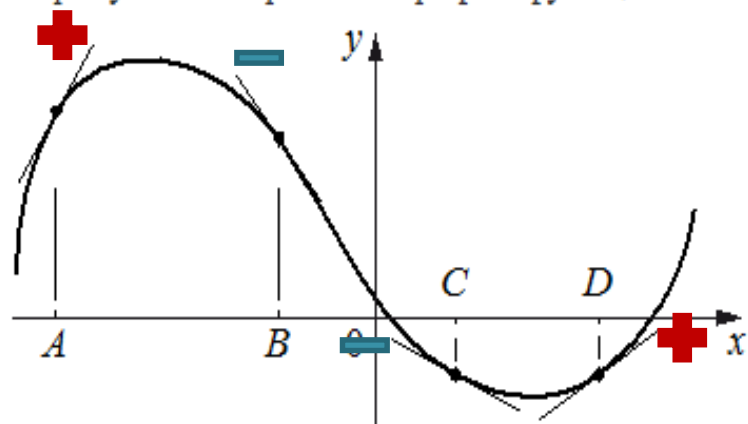
### ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

- 1)  $-\frac{1}{3}$
- 2)  $-1,25$
- 3)  $0,6$
- 4)  $3$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Установите соответствие и впишите ответ.

На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



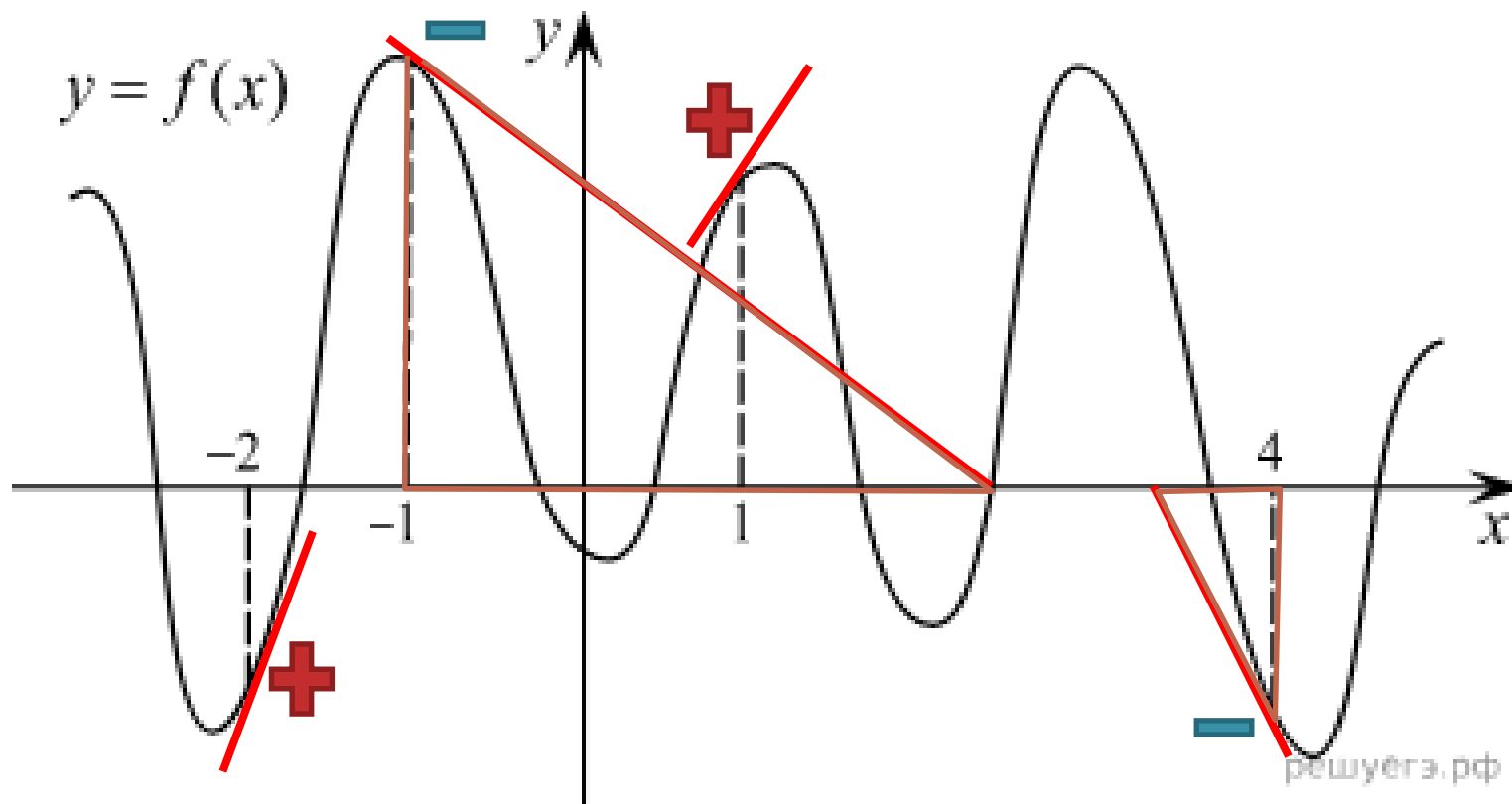
В правом столбце указаны значения производной функции в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

**ТОЧКИ**      **ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ**

$A$	1) $\frac{2}{3}$
$B$	2) $-\frac{1}{2}$
$C$	3) $-1\frac{1}{3}$
$D$	4) $1\frac{2}{3}$

В таблице для каждой точки укажите номер соответствующего значения производной.

На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 4$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



$$|tg(4)| > |tg(-1)|$$

$f'(4)$  – наименьшее

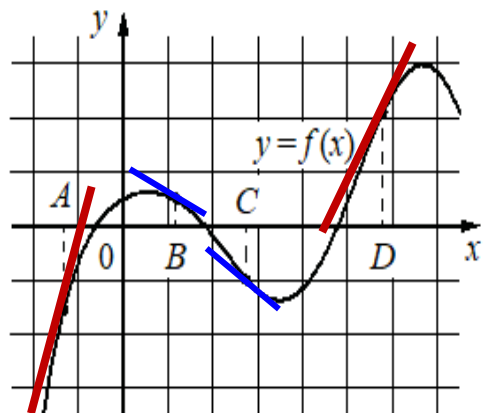
**Ответ:**

В 5

4

Установите соответствие и напишите ответ.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  на оси  $Ox$ . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и её производной.



Место для уравнения.

	<u>ТОЧКИ</u>	
	$f(x)$	$f'(x)$
$A$	—	+
$B$	+	—
$C$	—	—
$D$	+	+

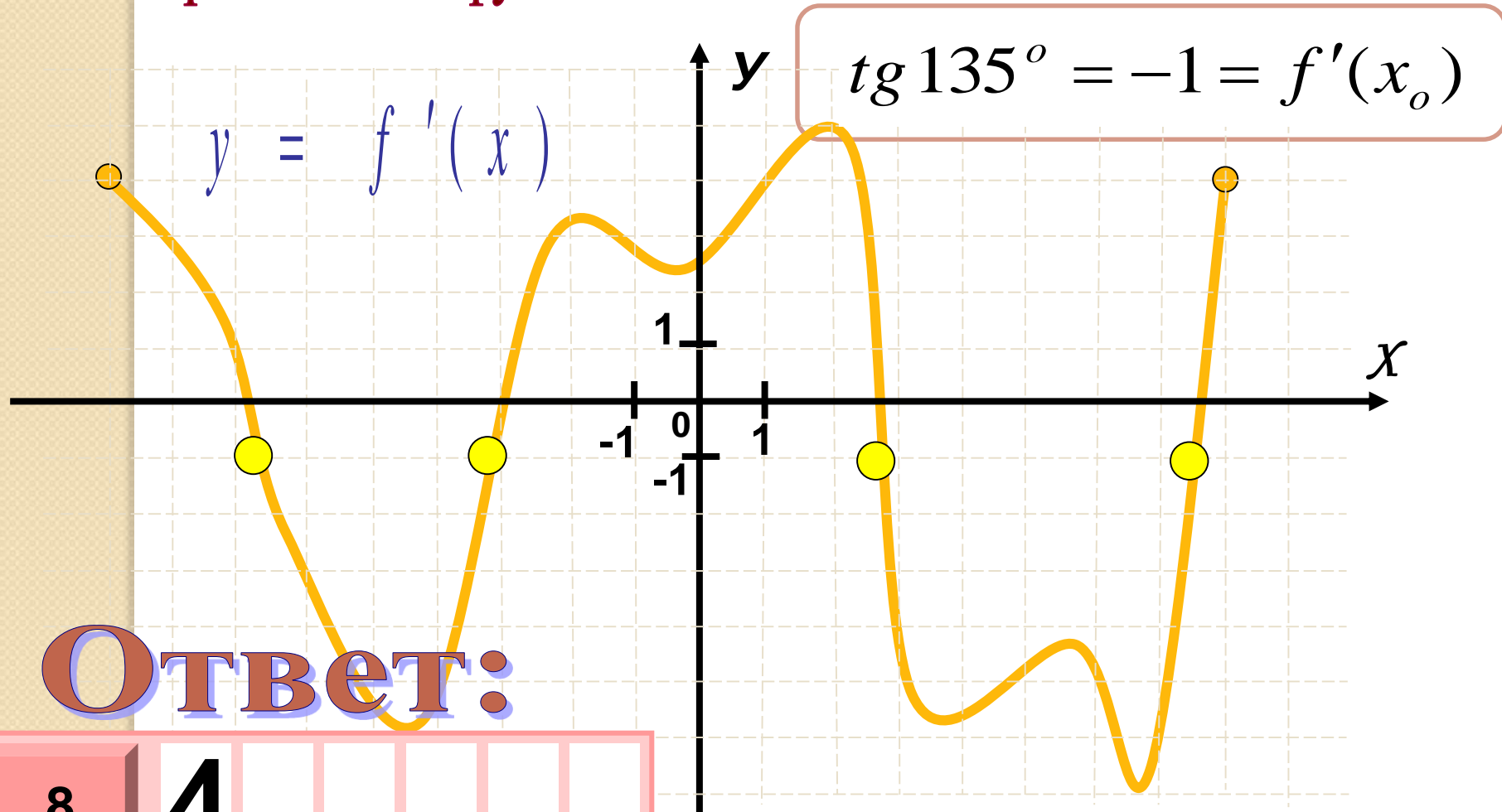
### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) значение функции в точке положительно,  
а значение производной функции в точке отрицательно
- 2) значение функции в точке отрицательно  
и значение производной функции в точке отрицательно
- 3) значение функции в точке положительно  
и значение производной функции в точке положительно
- 4) значение функции в точке отрицательно,  
а значение производной функции в точке положительно

В таблице для каждой точки укажите номер соответствующей характеристики.



К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные под углом  $135^\circ$  к положительному направлению оси  $Ox$ . На рисунке изображен график производной функции. Укажите количество точек касания.



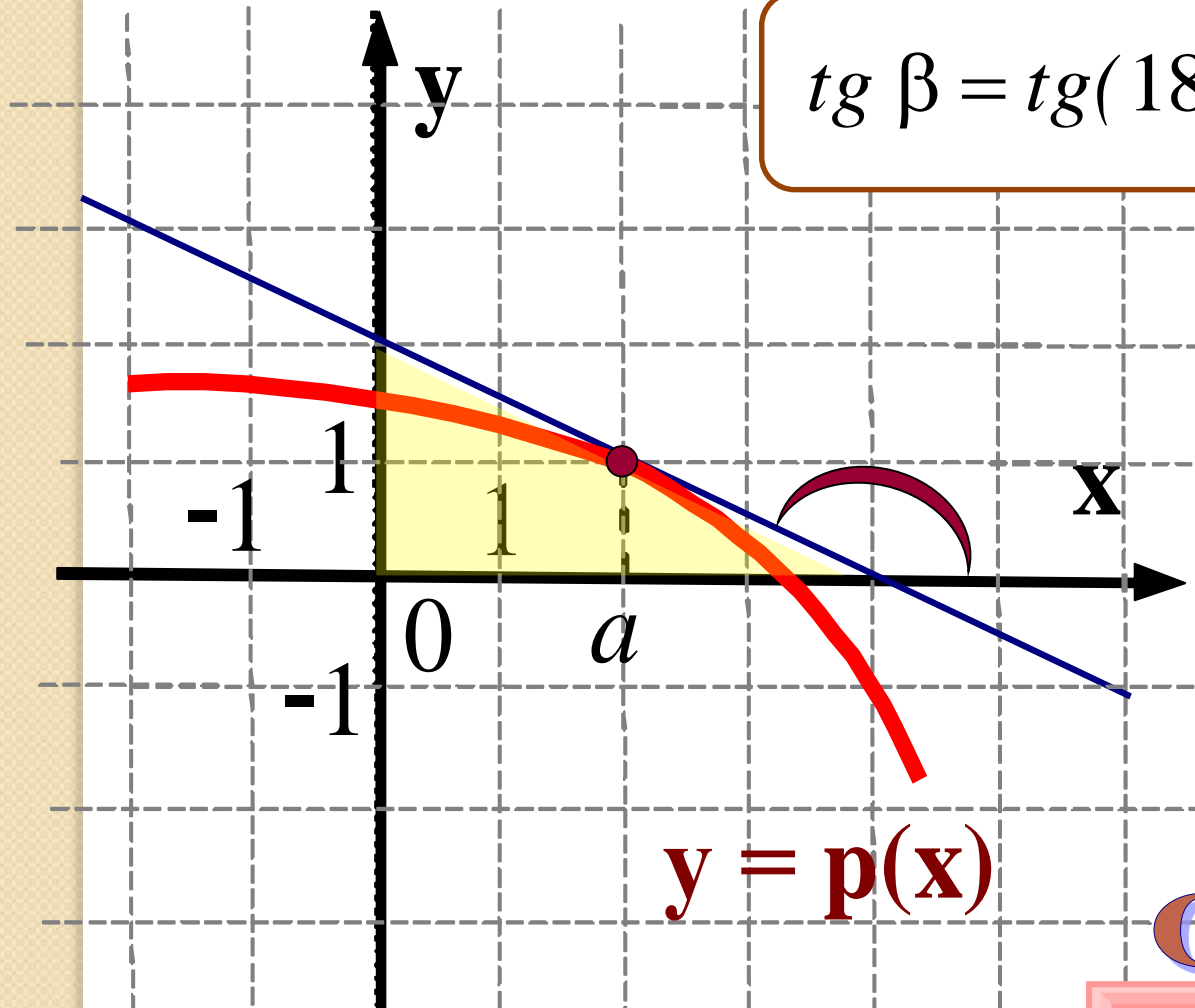
Ответ:

8

4

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



**Ответ:**

8	-	0	,	5		
---	---	---	---	---	--	--

На рисунке изображен график производной функции  $y = f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику параллельна оси абсцисс или совпадает с ней. В ответе укажите наименьшую из данных точек.

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} 0$$

$$y = f'(x)$$

$$f'(x) = 0$$

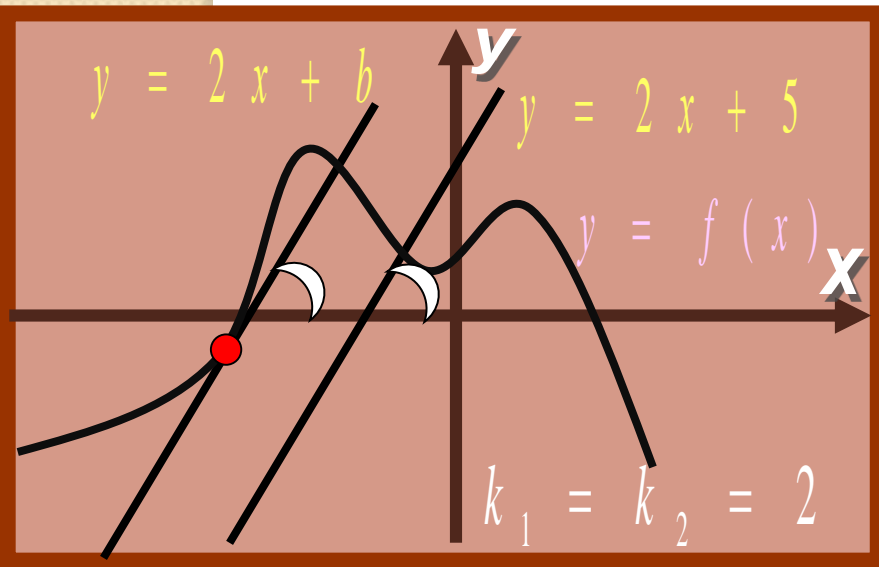
Ответ:

8

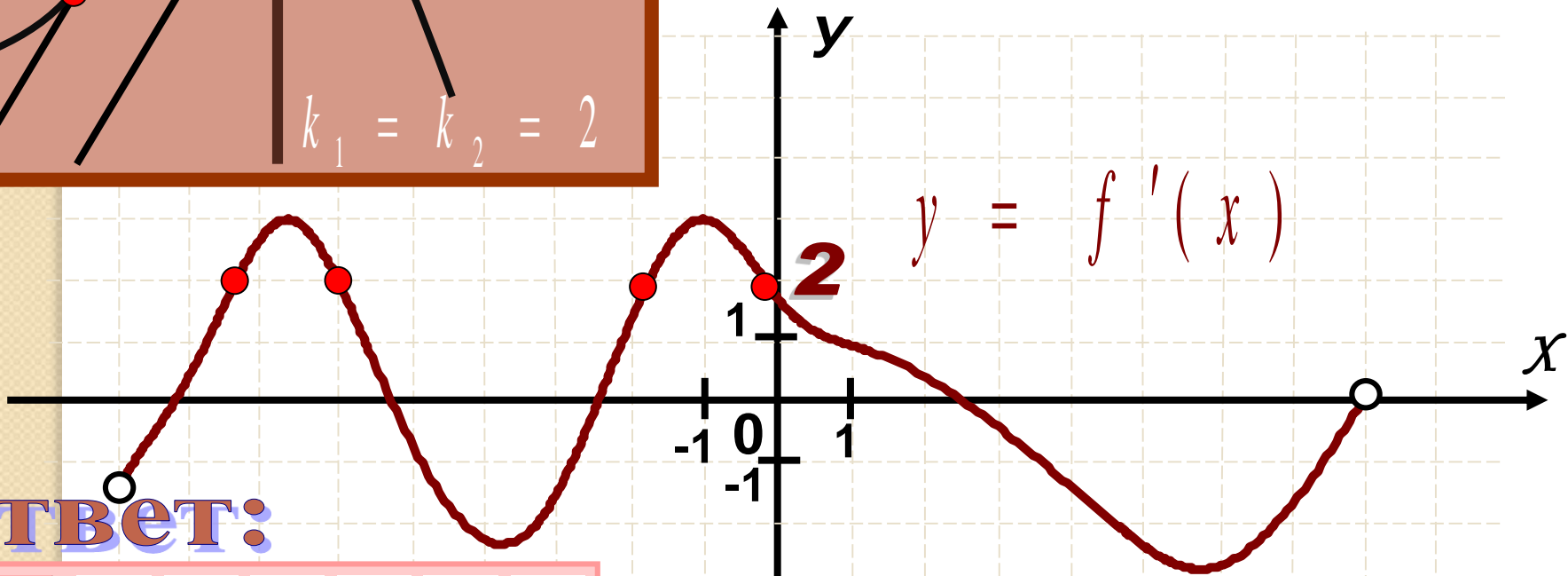
2

--	--	--	--	--	--

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y=f(x)$  параллельна прямой  $y=2x+5$  или совпадает с ней.



$$k = f'(x_0) = 2$$



Ответ:

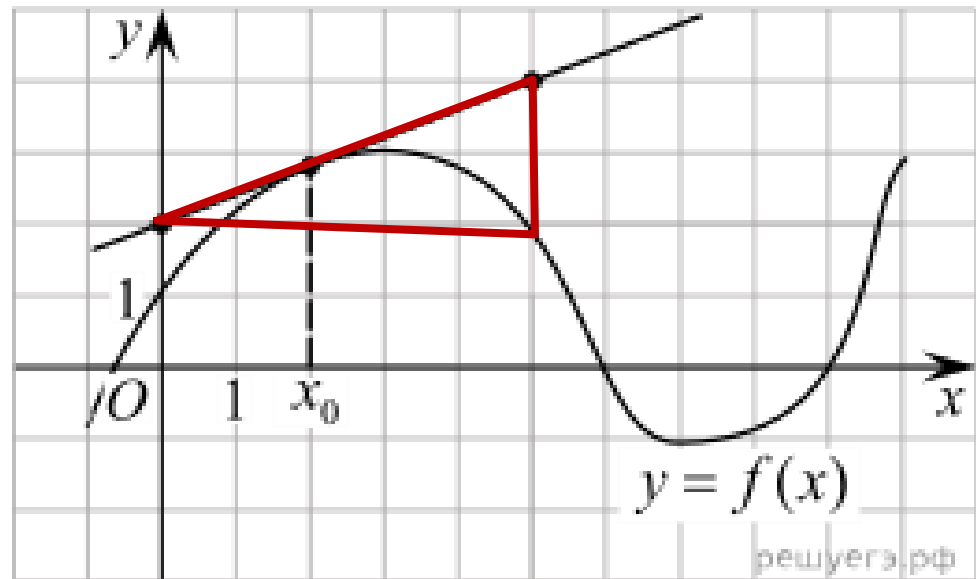
8	4				
---	---	--	--	--	--

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0 = 2$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = x^2 - f(x) + 1$  в точке  $x_0$ .

$$g'(x) = 2x - f'(x)$$

$$f'(x) = \frac{2}{5}$$

$$g'(2) = 2 \cdot 2 - \frac{2}{5} = 4 - 0,4 = 3,6$$



**Ответ:**

8

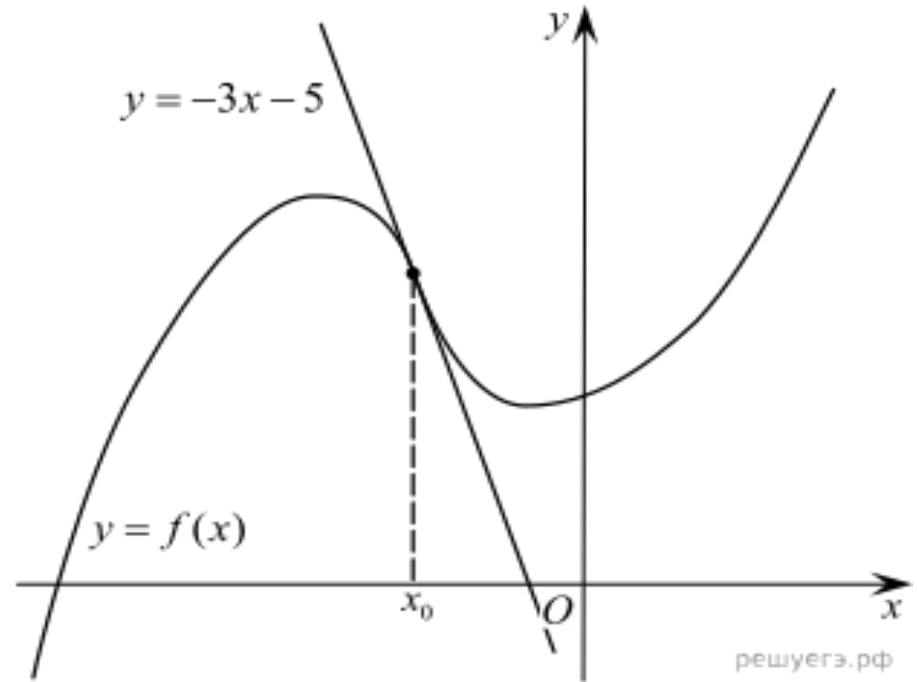
**3,6**

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции  $g(x) = -7f(x) + 21x + \frac{1}{441}$  в точке  $x_0$ .

$$g'(x) = -7f'(x) + 21$$

$$f'(x) = -3$$

$$g'(x) = -7 \cdot (-3) + 21 = 42$$

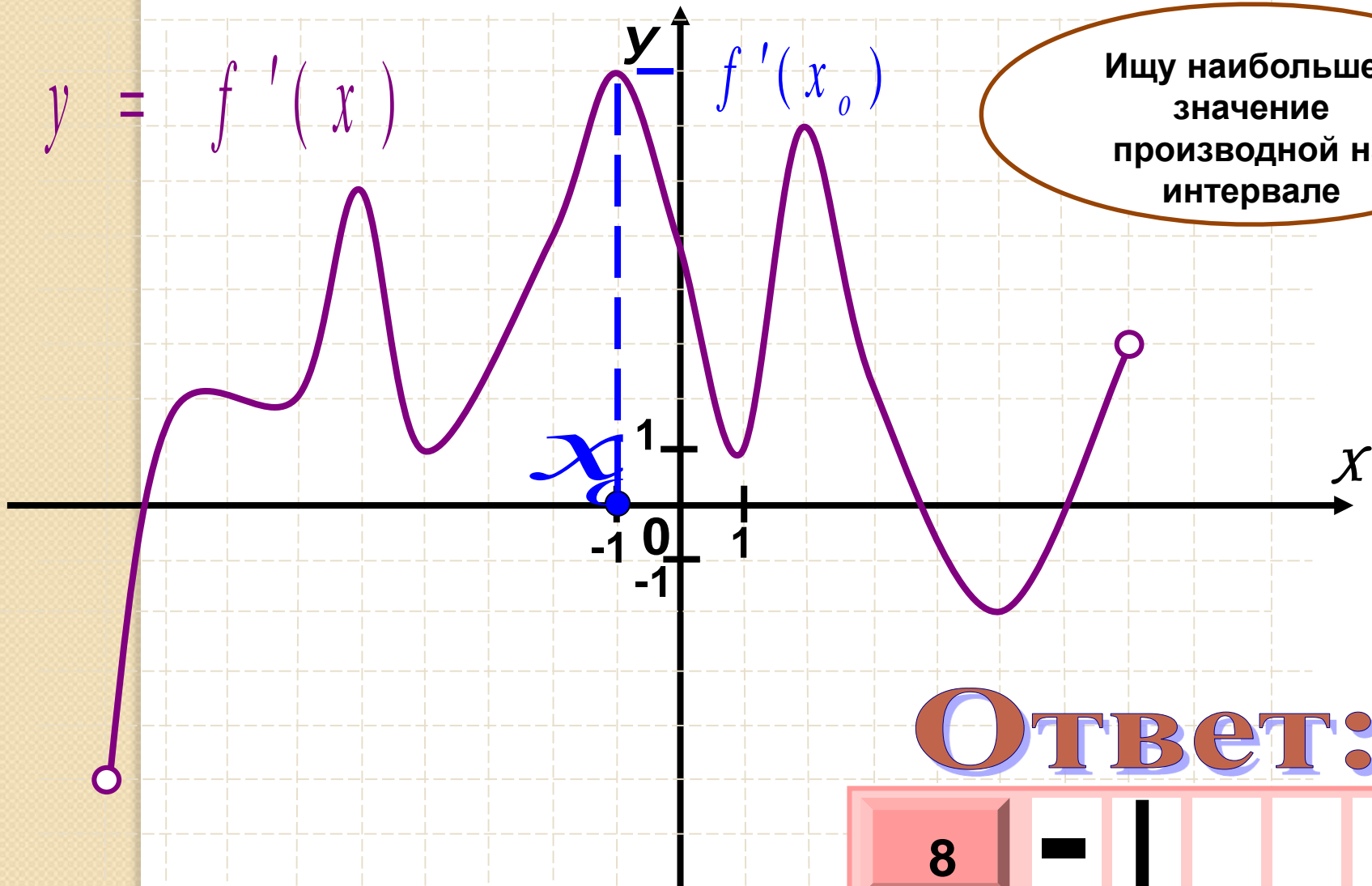


**Ответ:**

8

4 2

Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  имеет наибольший угловой коэффициент



Ищу наибольшее значение производной на интервале

Ответ:

8	-					
---	---	--	--	--	--	--

Прямая  $y=7x - 5$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 6x - 8$ . Найдите абсциссу точки касания.

$$y' = 7 \quad y' = 2x + 6 \quad 2x+6=7$$
$$x=0,5$$

Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

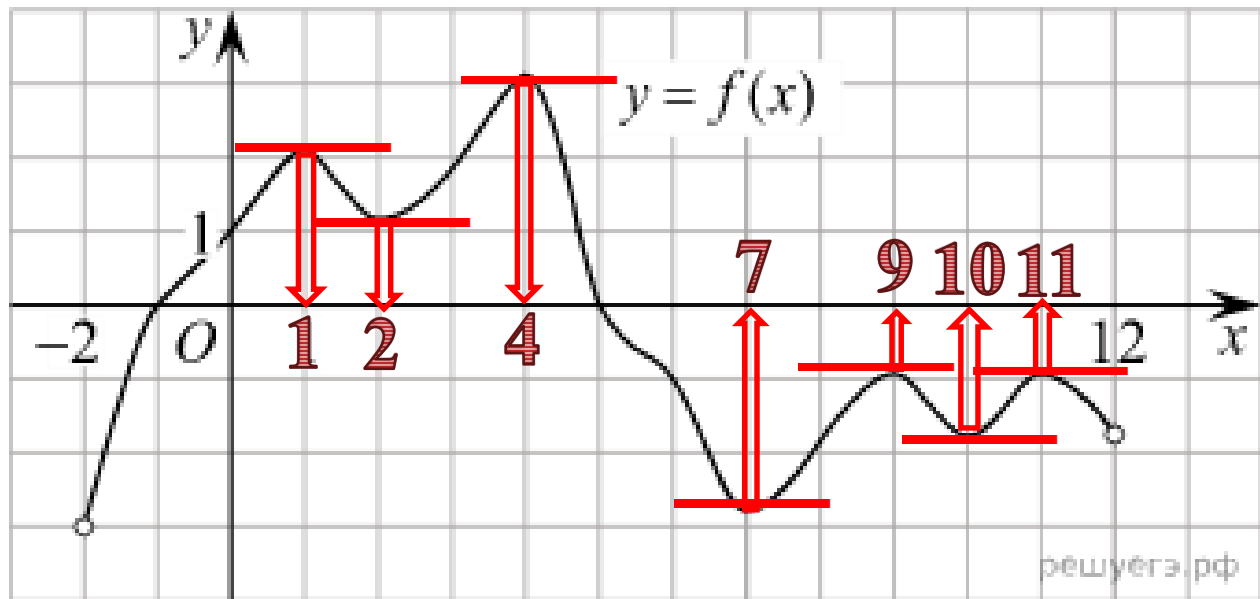
$$y' = -4 \quad y' = 3x^2 + 14x + 7$$

$$3x^2 + 14x + 7 = -4$$

$$x = -\frac{11}{3} \quad x = -1$$



На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



$$1+2+4+7+9+10+11=45$$

Ответ:

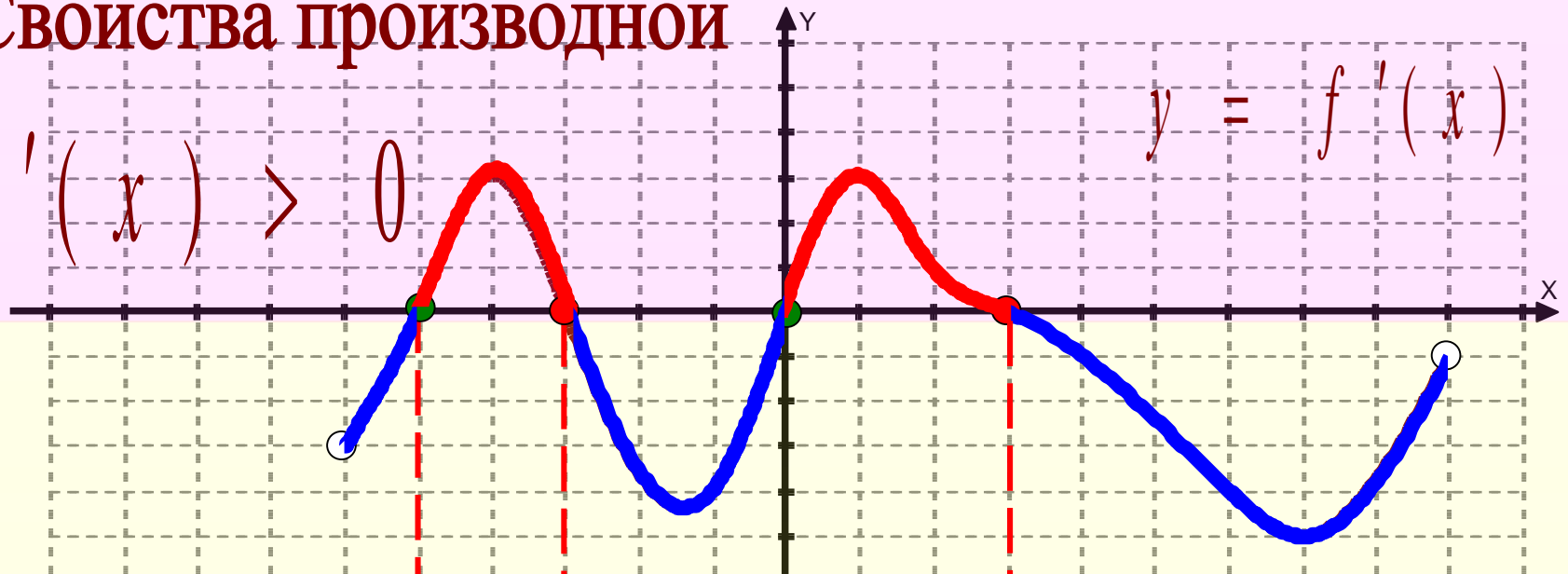
8

45

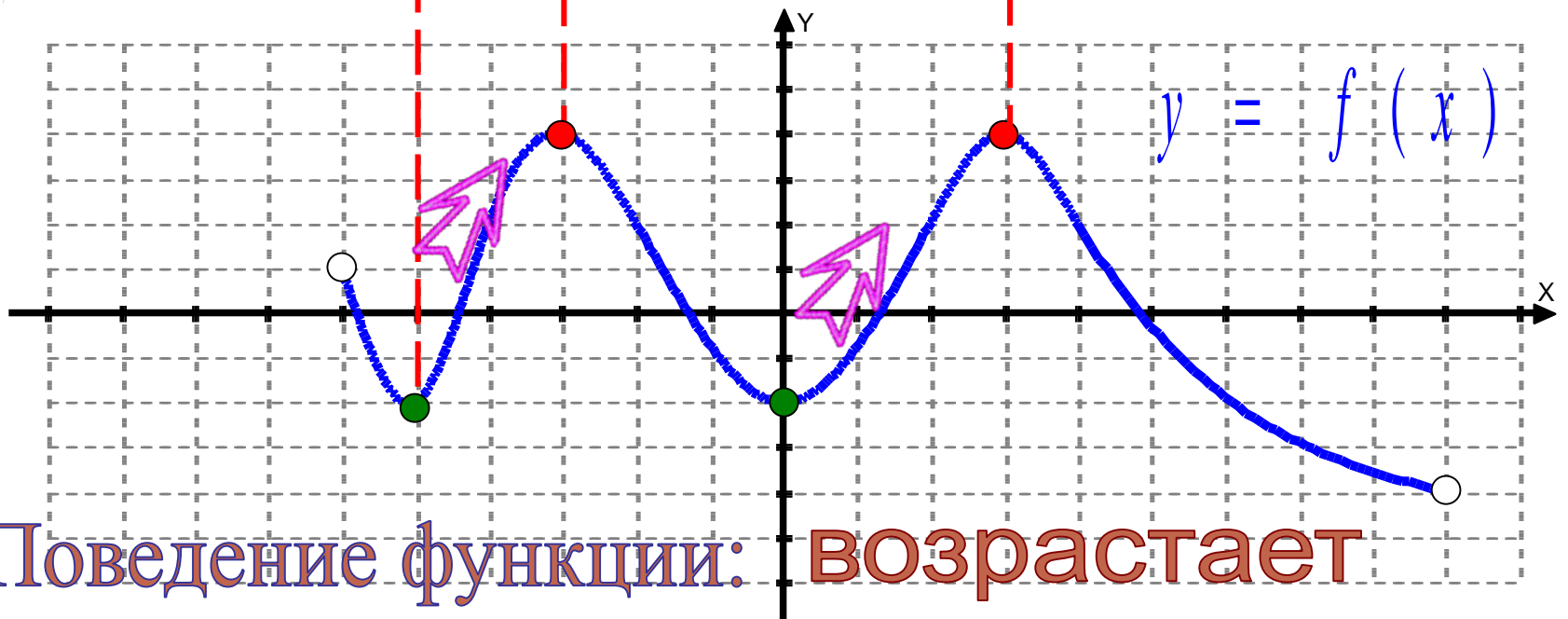
# Свойства производной

$$f'(x) > 0$$

$$y = f'(x)$$

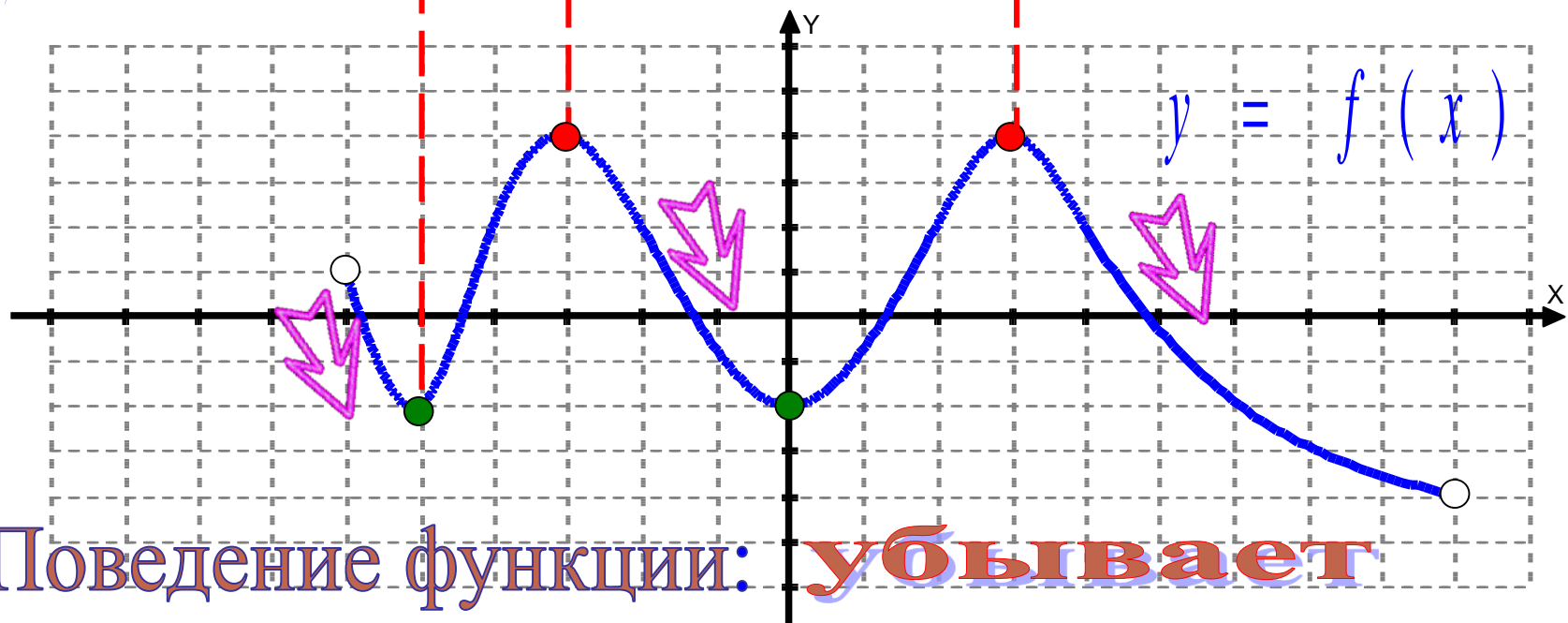
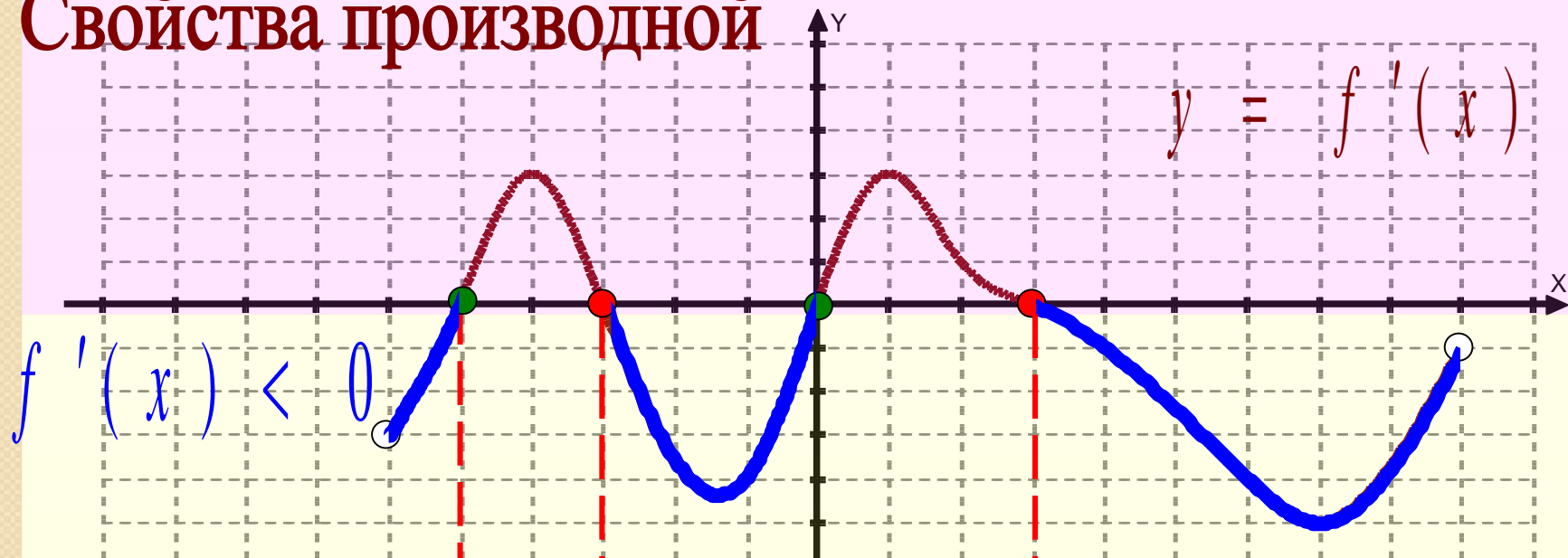


$$y = f(x)$$



Поведение функции: **возрастает**

# Свойства производной

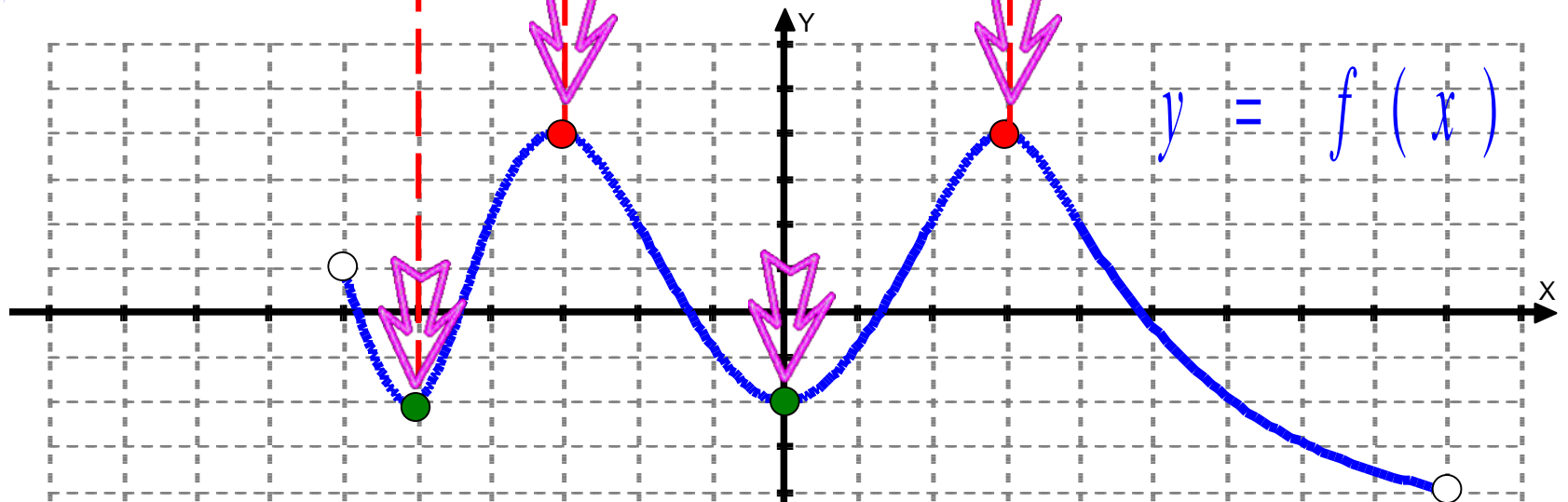
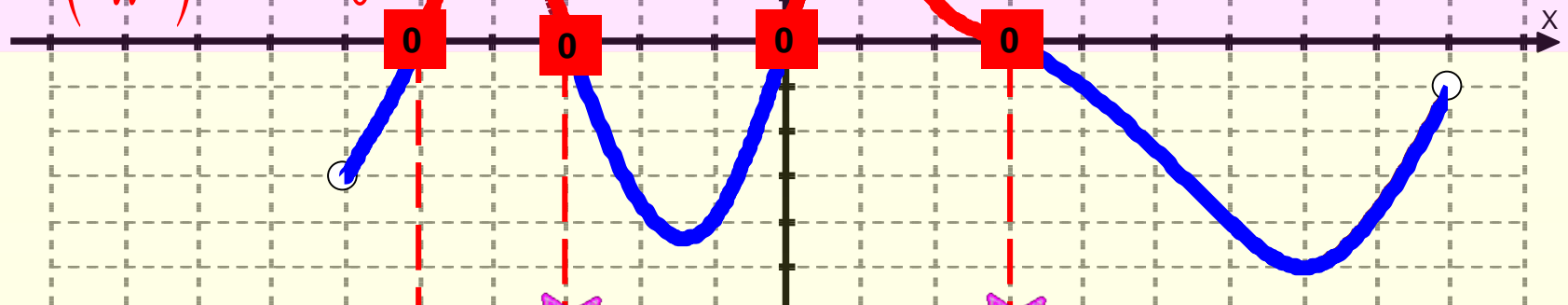


Поведение функции: **убывает**

# Свойства производной

$$f'(x) = 0$$

$$y = f'(x)$$



Поведение функции: **экстремумы**

Функция  $y = f(x)$  задана на отрезке  $[a; b]$ .  
На рисунке изображен график ее производной.

1. Сколько промежутков убывания и возрастания у функции ?

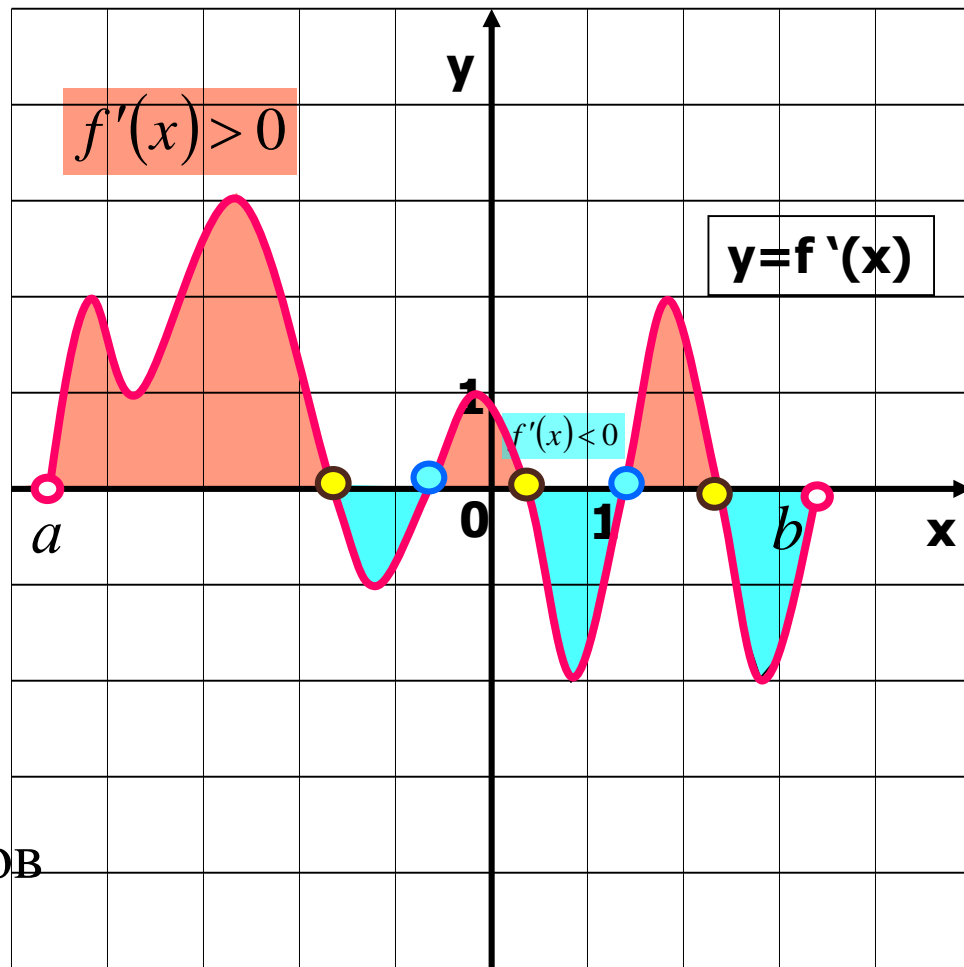
Укажите промежутки убывания функции.

Укажите промежутки возрастания функции.

2. Сколько у функции точек экстремума?

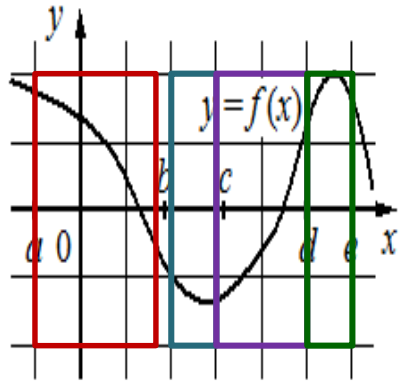
Назовите точки

максимумов и минимумов функции.



Установите соответствие и впишите ответ.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Числа  $a, b, c, d$  и  $e$  задают на оси  $Ox$  интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ

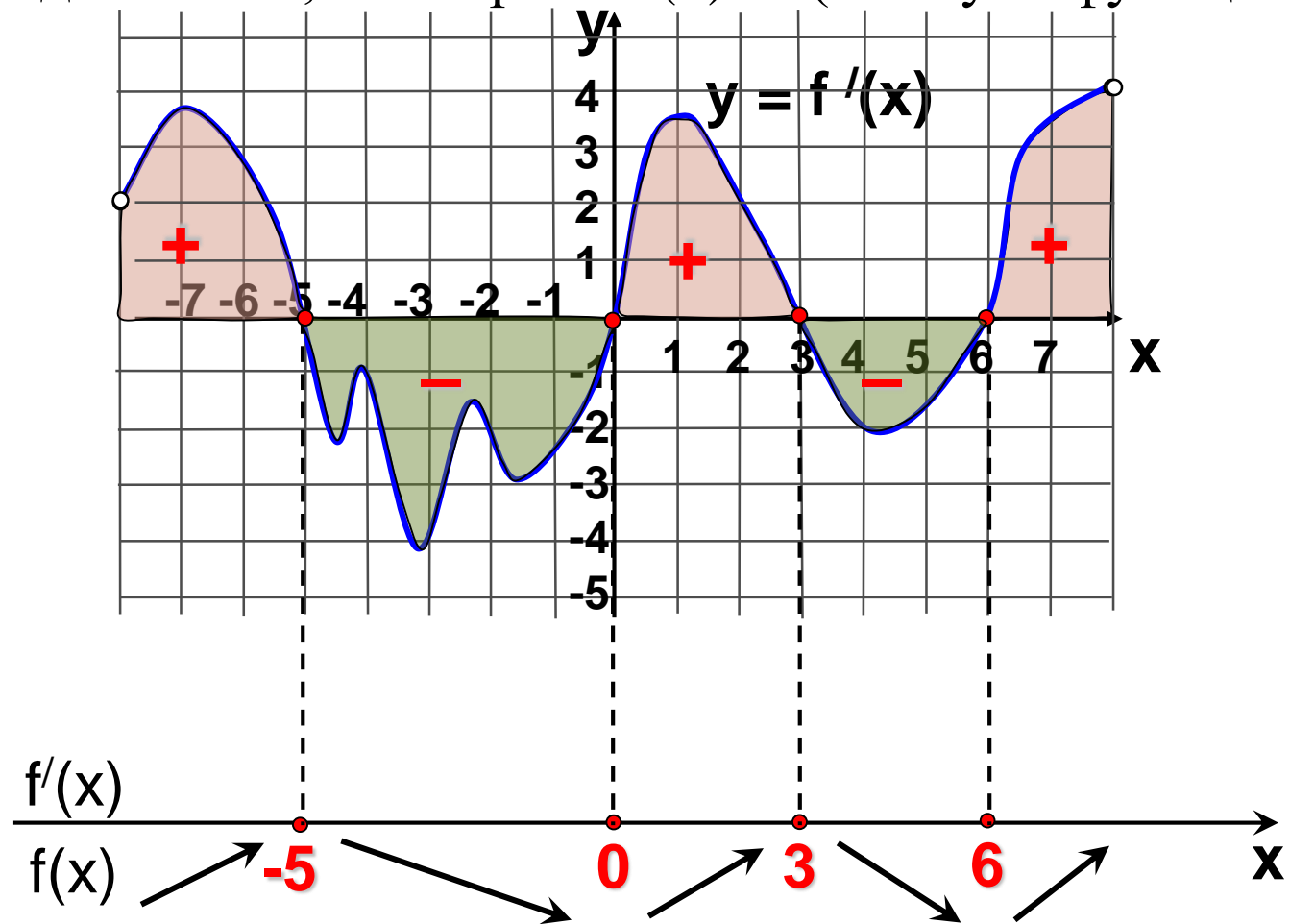
ХАРАКТЕРИСТИКИ

- А)  $(a; b)$  ↗ 1) значение производной функции положительно в каждой точке интервала
- Б)  $(b; c)$  ↘ 2) значение производной функции отрицательно в каждой точке интервала
- В)  $(c; d)$  ↘ 3) значение функции отрицательно в каждой точке интервала
- Г)  $(d; e)$  ↘ 4) значение функции положительно в каждой точке интервала

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

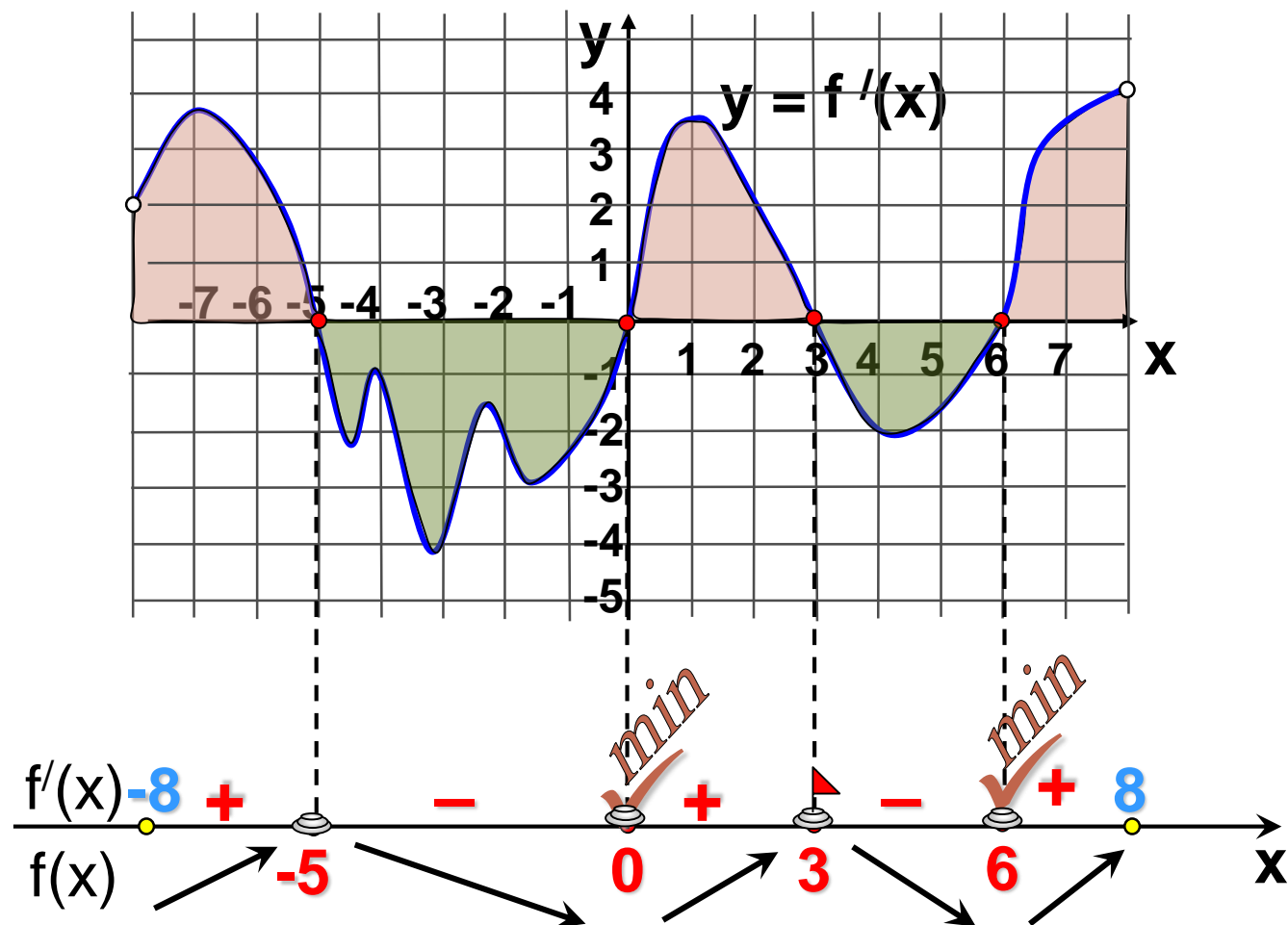
На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-8; 8)$ . Исследуем свойства графика и мы можем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!

Найдем точки, в которых  $f'(x) = 0$  (это нули функции).



# По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы

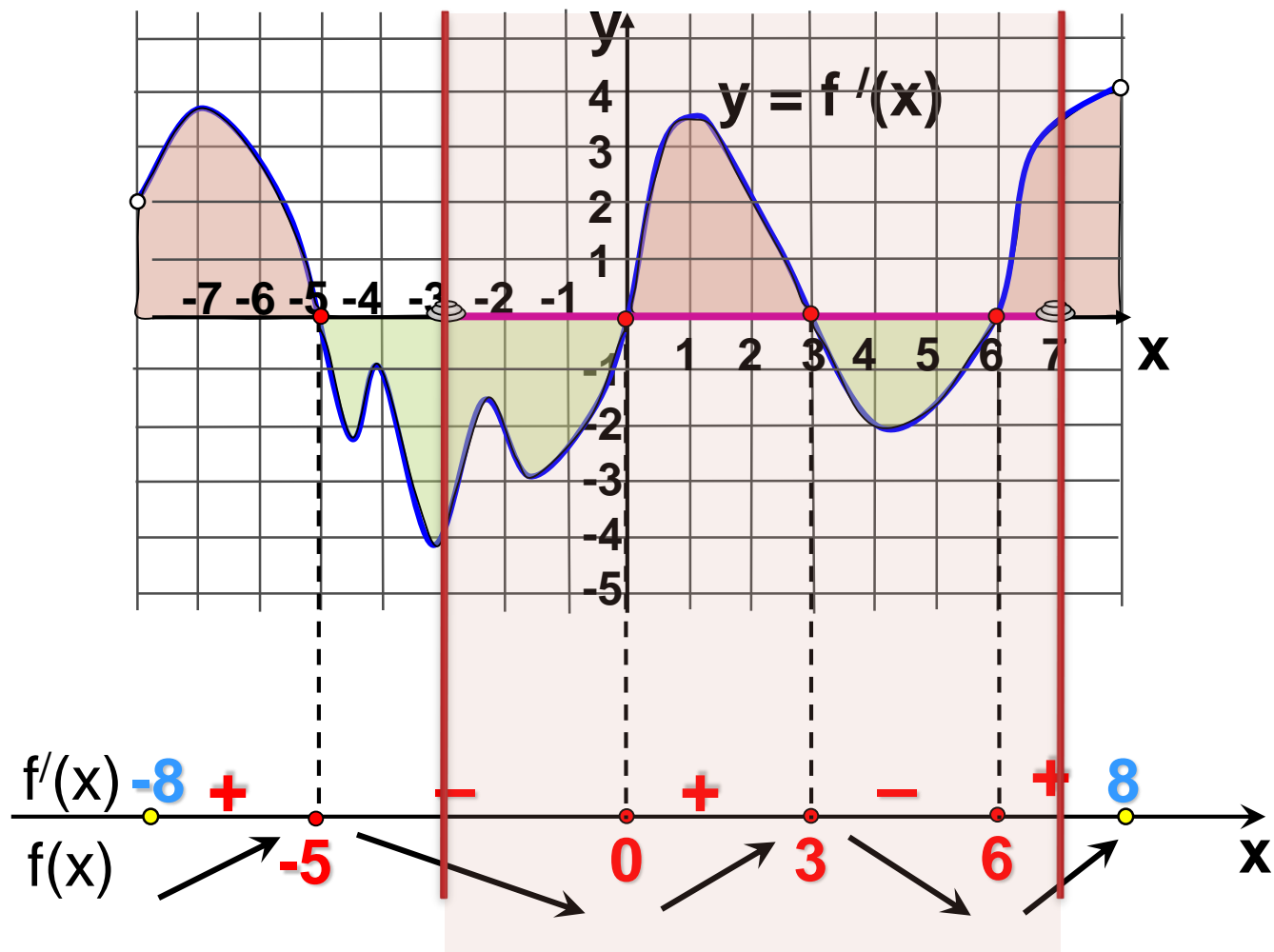
Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек минимума.



Ответ: 2 точки минимума

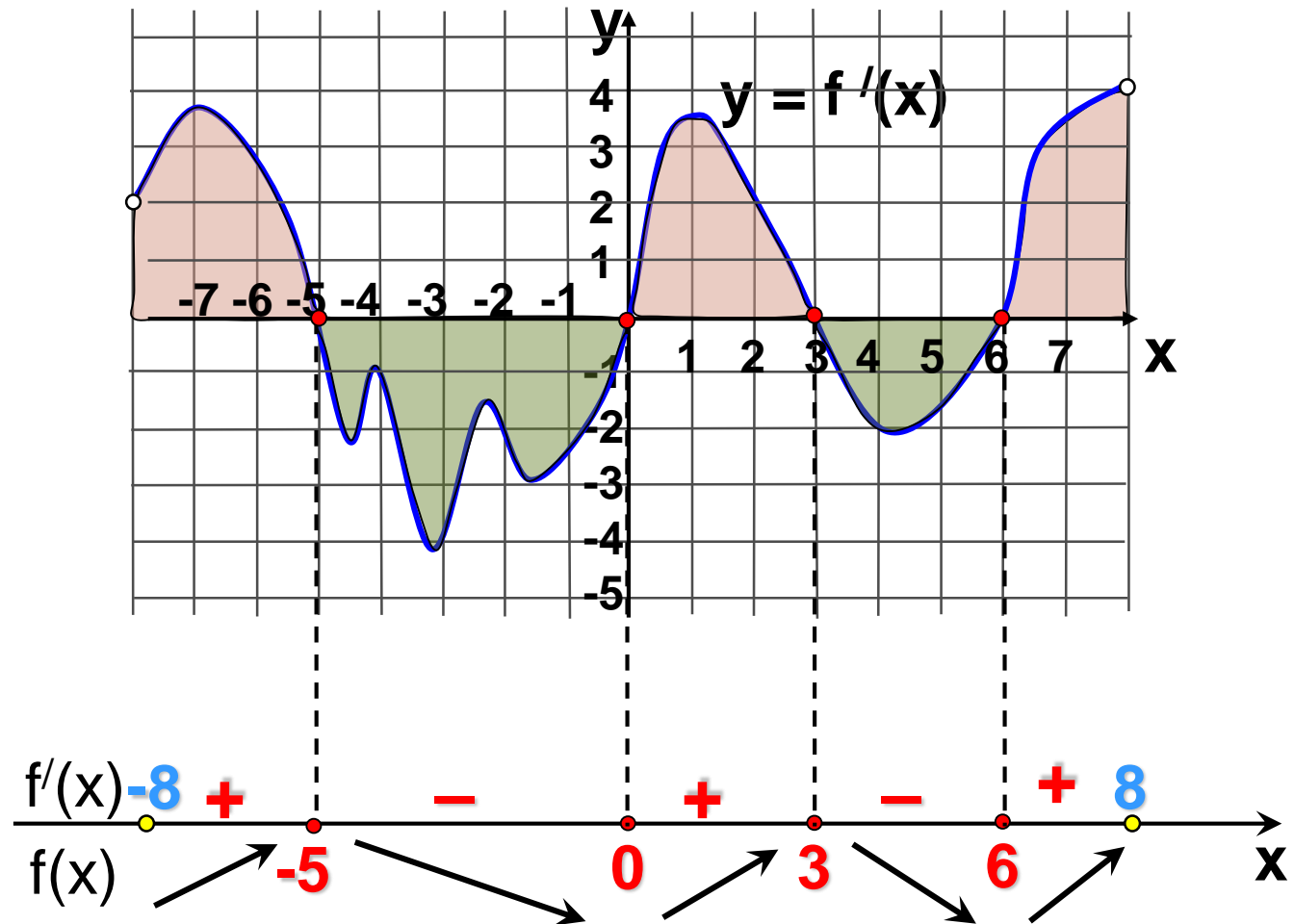


Найдите количество точек экстремума функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-3; 7]$



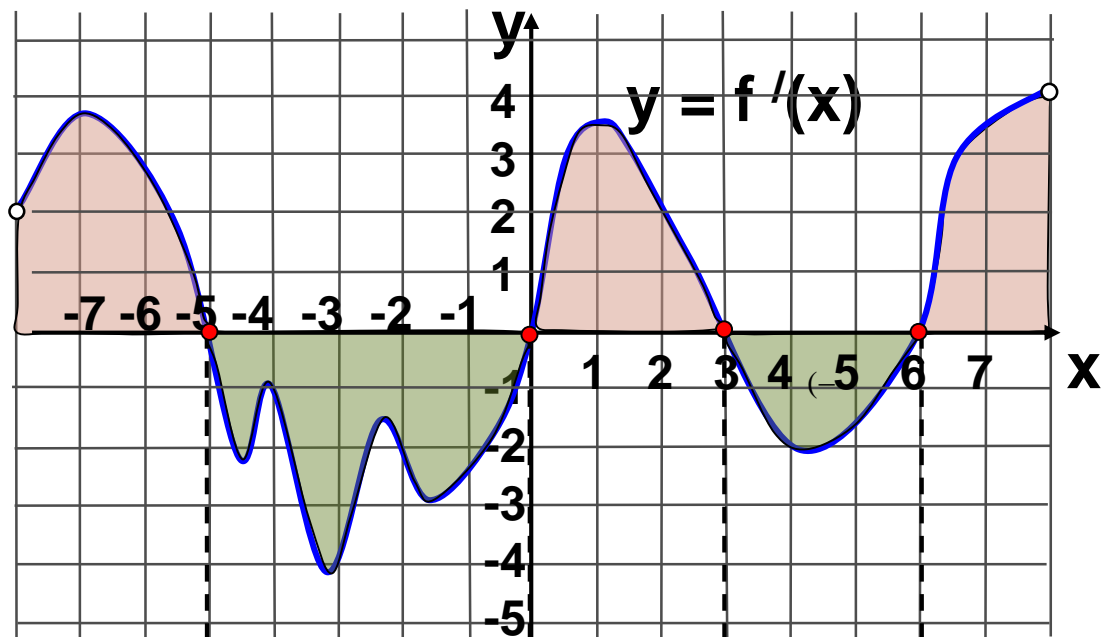
Ответ: 3.

Найдите промежутки убывания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



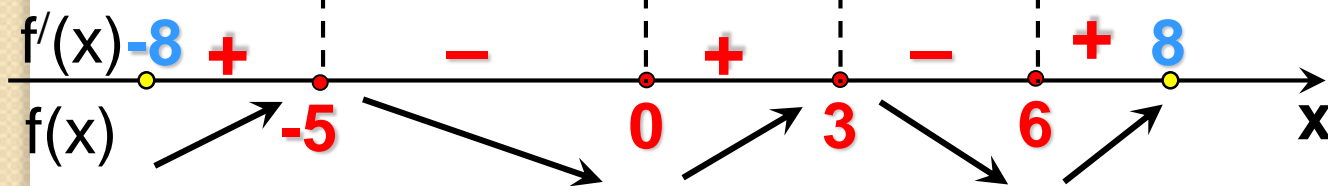
Ответ: 5.

Найдите промежутки возрастания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



В точках  $-5, 0, 3$  и  $6$  функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

$(-8; -5], [0; 3], [6; 8)$

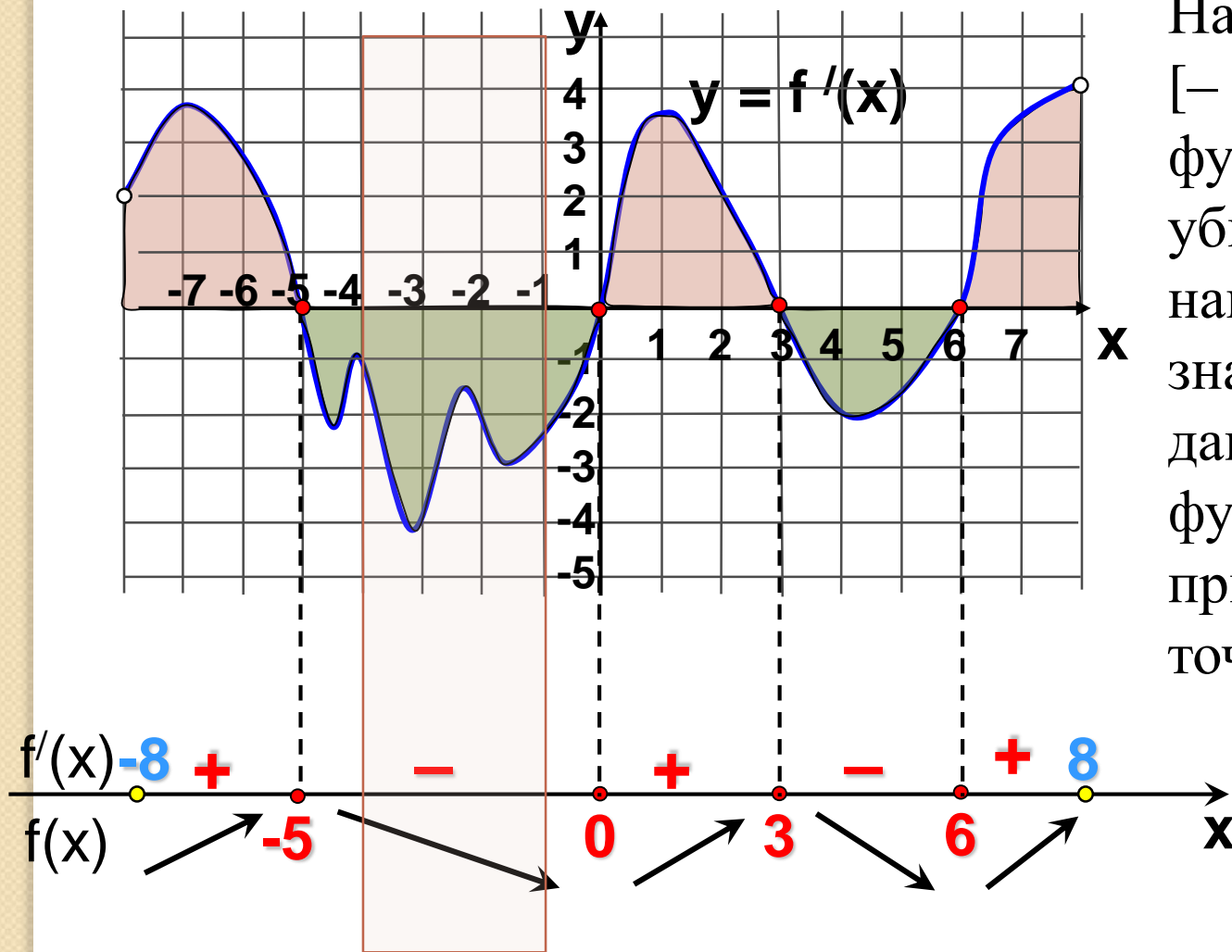


Сложим целые числа:

~~-7, -6, -5, 0, 1, 2, 3, 6, 7~~

Ответ: 1

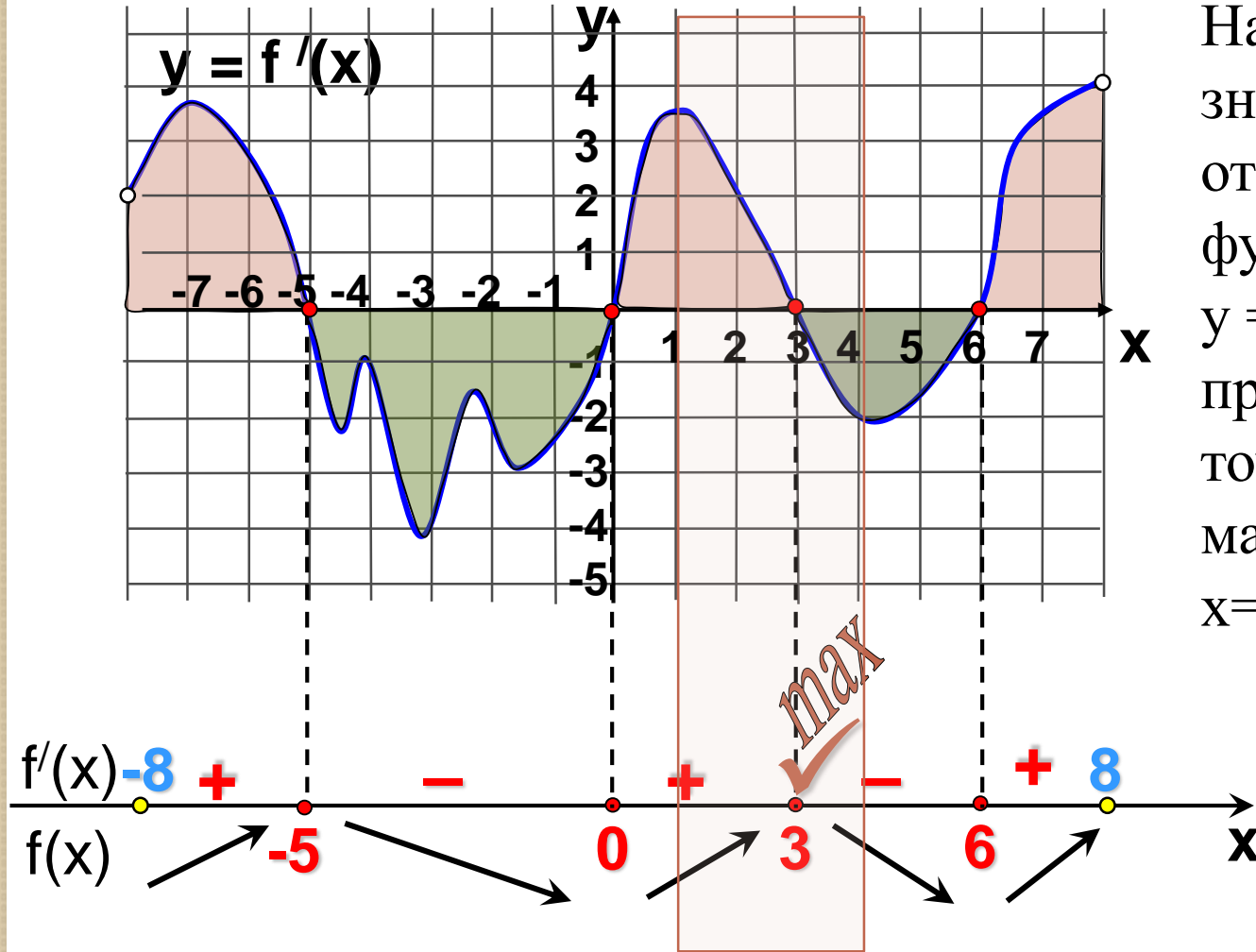
В какой точке отрезка  $[-4; -1]$  функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение?



На отрезке  $[-4; -1]$  функция  $y = f(x)$  убывает, значит, наибольшее значение на данном отрезке функция будет принимать в точке  $-4$ .

Ответ:  $-4$ .

В какой точке отрезка  $[1; 4]$  функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение?



Наибольшее значение на отрезке  $[1; 4]$  функция  $y = f(x)$  будет принимать в точке максимума  $x = 3$ .

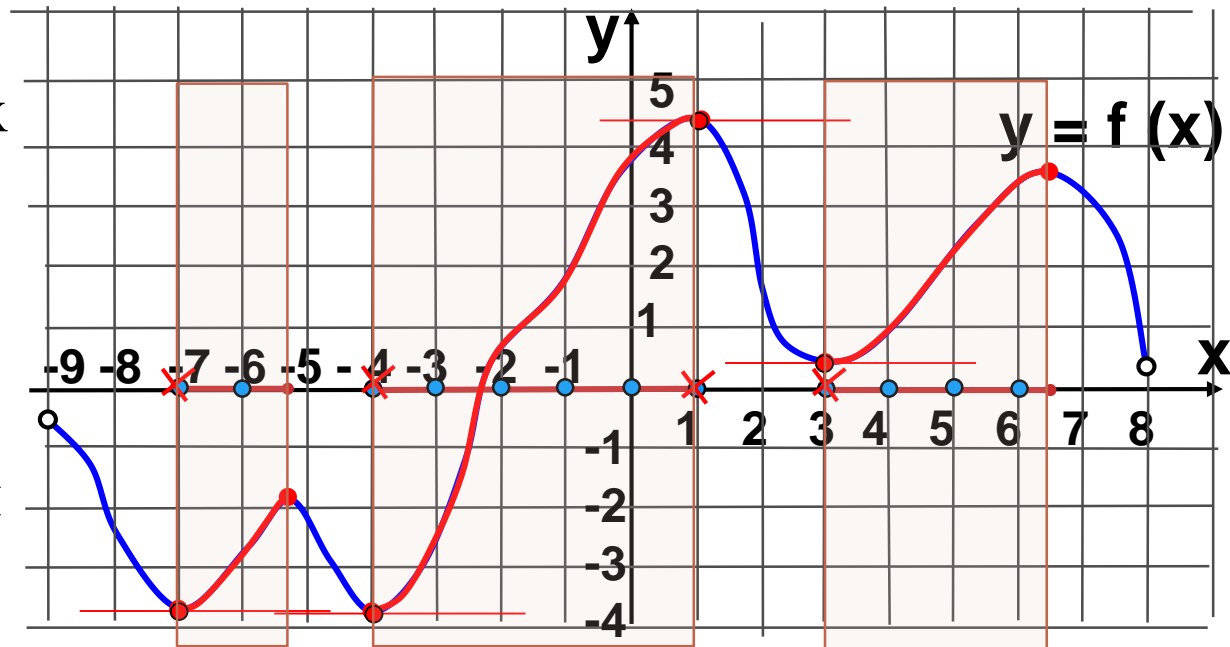
Ответ: 3.

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

1).  $f'(x) > 0$ , значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси  $Ox$ )



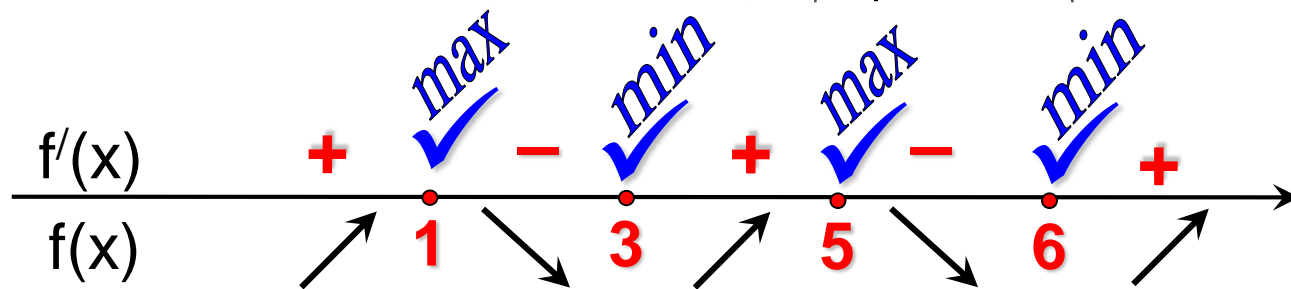
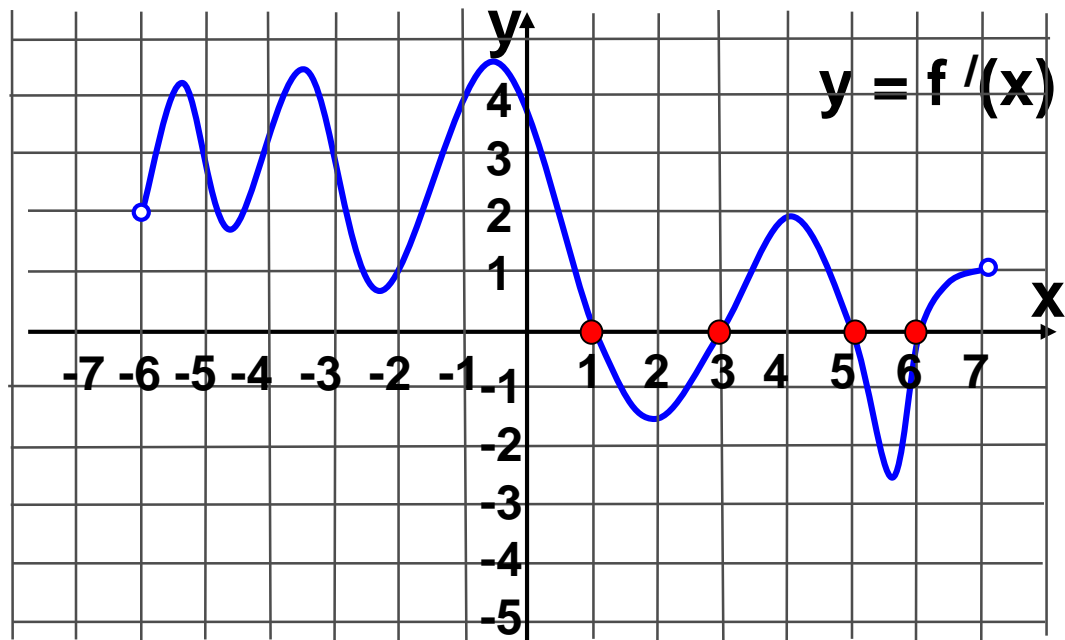
**Ответ:**

8

8



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 7)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек экстремума.



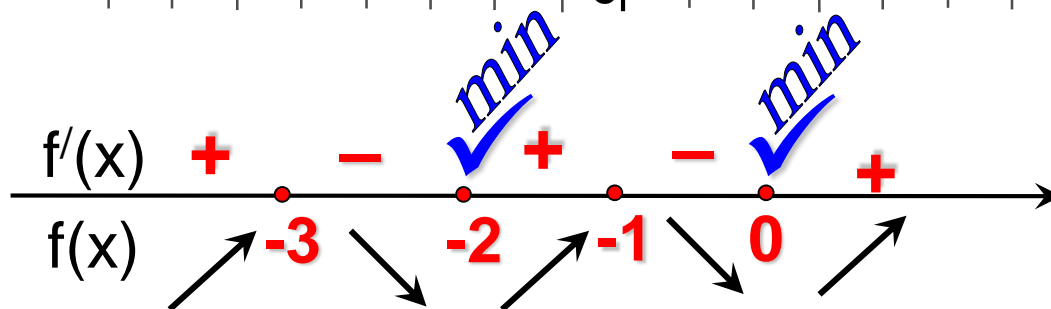
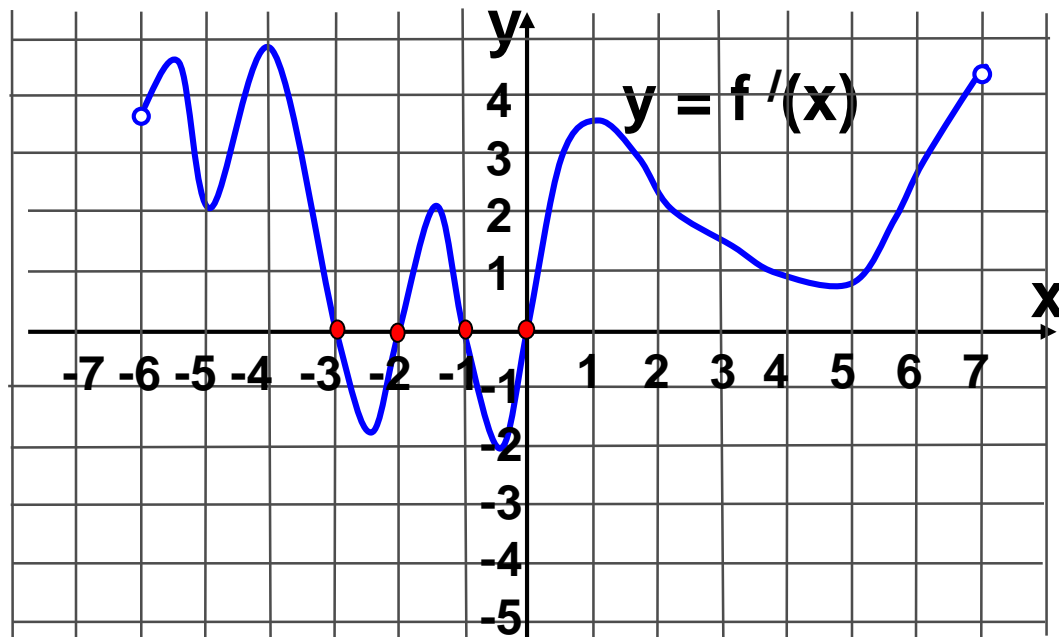
**Ответ:**

B 5

4



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 7)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

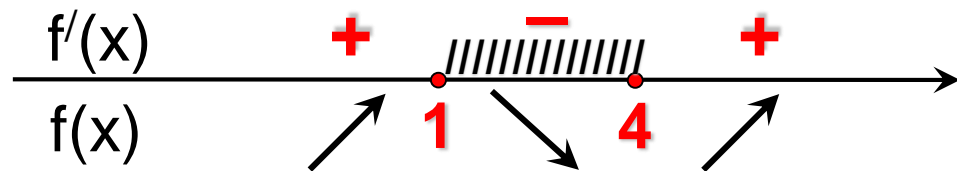
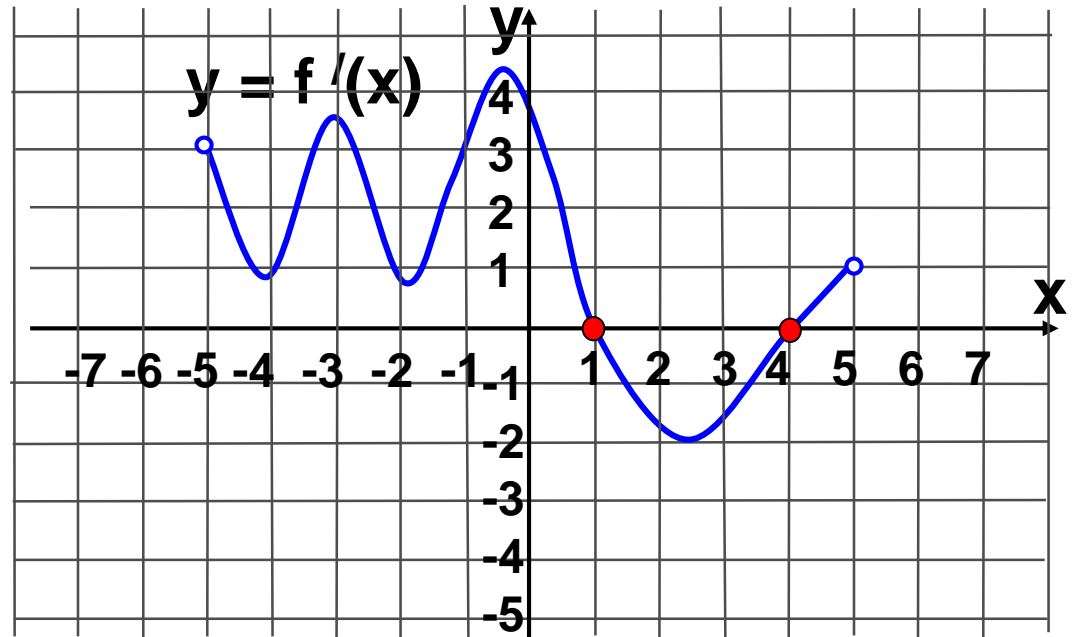


**Ответ:**

В 5

2

На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-5; 5)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.

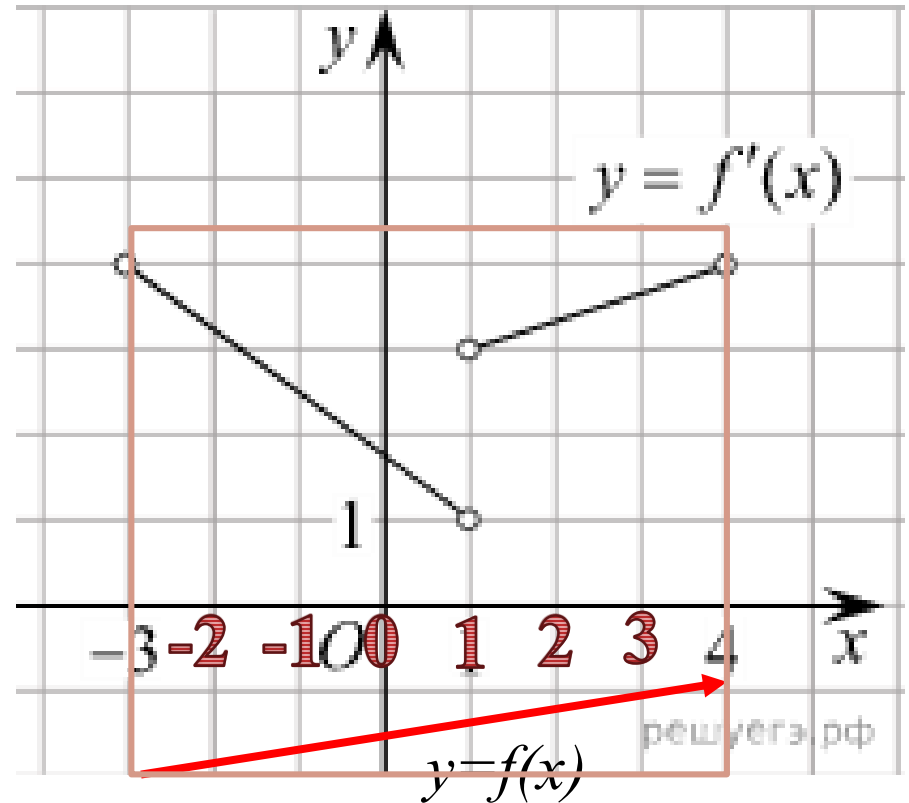


**Ответ:**

В 5

1

Функция  $f(x)$  определена и непрерывна на интервале  $(-3; 4)$ . На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



**Ответ:**

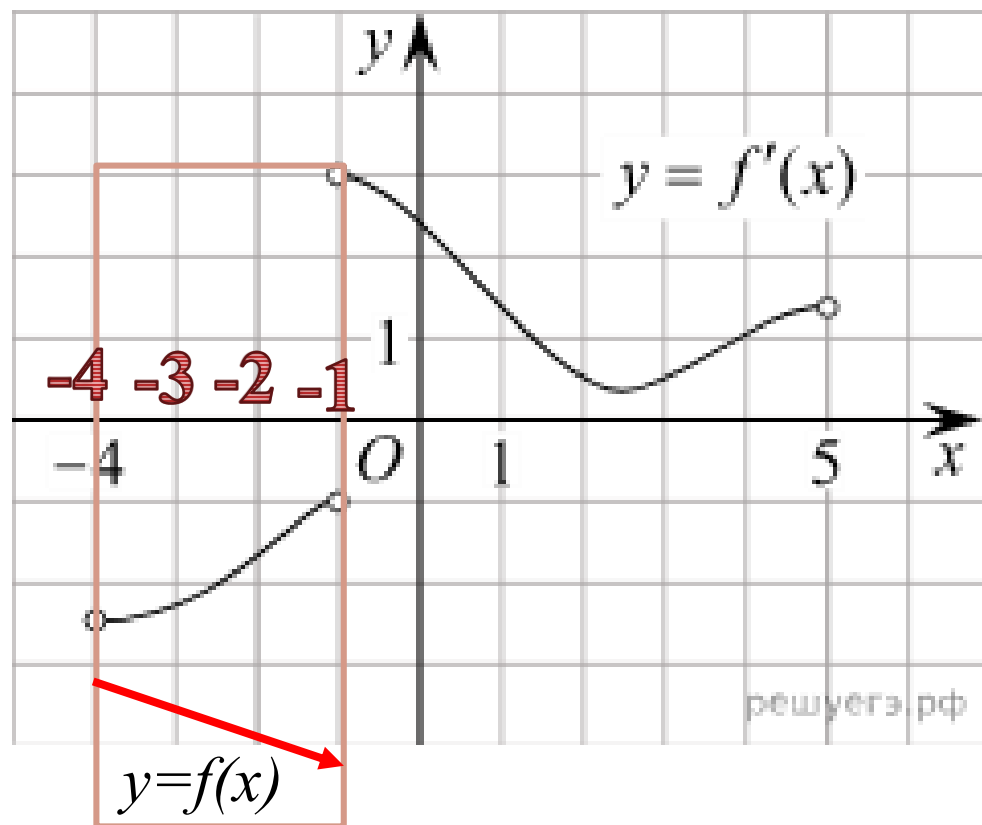
В 5

**3**

$$-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 3$$

Функция  $f(x)$  определена и непрерывна на полуинтервале  $[-4; 5)$ . На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

$$-4-3-2-1 = -10$$



**Ответ:**

В 5 - 1 0

**Спасибо за внимание**