Теория «Обыкновенные дроби».

Дробные числа можно записать с помощью обыкновенных дробей $ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{ 3}, \frac{3}{10} .$

Обыкновенные дроби записывают с помощью двух натуральных чисел и **черты дроби**.

Число, записанное над чертой, называют **числителем дроби;** число, записанное под чертой, называют **знаменателем дроби.** Черта дроби обозначает **деление.**

Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют **правильной**. Дроби $\frac{1 }{2}, \frac{7}{12}, \frac{17}{584}$ - правильные.

Дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют **неправильной.** Дроби $\frac{7}{5 }, \frac{31 }{15}, \frac{3}{3} $ - неправильные.

Число $2\frac{5}{7}$ называют **смешанным числом. В этом смешанном числе**  натуральное число 2 называют **целой частью смешанного числа, а дробь** $\frac{5}{7}$ **- его дробной частью.** Дробная часть смешанного числа – это всегда правильная дробь.

Для того чтобы неправильную дробь преобразовать в смешанное число, надо числитель разделить на знаменатель: полученное неполное частное записать, как целую часть смешанного числа, а остаток как числитель его дробной части, знаменатель остается тот же.

Если числитель неправильной дроби делится нацело на знаменатель, то эта дробь равна натуральному числу.

Например, $\frac{2 9}{7}=4\frac{1}{7} , \frac{67}{9}= 7\frac{4}{9} , \frac{17}{17}=1. $

Чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь, надо целую часть числа умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части: эту сумму записать как числитель неправильной дроби, а в знаменатель записать знаменатель дробной части смешанного числа.

Приведем пример $5\frac{4}{9}= \frac{5 ∙ 9 + 4}{9}= \frac{49}{9} . $

Следующее утверждение выражает **основное свойство дроби.**

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля, то получим дробь, равную данной:

$$\frac{a}{b }= \frac{a ∙ n}{b ∙ n} ; \frac{a : m}{b : m }= \frac{a }{b }$$

Например, равенство $\frac{35}{14}=\frac{35 : 7}{14 : 7} = \frac{5}{2} $означает, что дробь $\frac{35}{14}$ сократили на 7, т.е. разделили числитель и знаменатель на 7 или наоборот $\frac{5}{2}= \frac{5 · 7}{2 · 7}= \frac{35}{14}$

 означает, что числитель и знаменатель домножили на 7.

С помощью основного свойства дроби любые две дроби можно **привести к общему знаменателю.**

Например, приведём дроби $\frac{3}{4} и \frac{5}{6}$ к общему знаменателю **12**. Получим:

 $\frac{3}{4}=\frac{3 ∙ 3}{4 ∙ 3}=\frac{9}{12} $ и $\frac{5}{6}= \frac{5 ∙ 2}{6 ∙ 2}= \frac{10}{12}$

При сложении и вычитании дробей с одинаковыми знаменателями мы числители складываем или вычитаем, а знаменатель остается без изменения:

$\frac{a}{c}+ \frac{b}{c}= \frac{a + b}{c} $ , $\frac{a}{c}- \frac{b}{c}= \frac{a - b}{c} $ .

Чтобы сложить (или вычесть) две дроби с **разными знаменателями**, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения ( или вычитания) дробей с равными знаменателями.

Например, $ \frac{3}{8}+ \frac{1}{6}= \frac{9}{24}+ \frac{4}{24}= \frac{9 + 4}{24}= \frac{13}{24} $.

Произведением двух дробей является дробь, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель – произведению знаменателей:

$$\frac{a}{b } ∙ \frac{c}{d}= \frac{a ∙ c}{b ∙ d}$$

Например, $\frac{4}{7 } ∙ \frac{2}{3}= \frac{4 · 2}{7 · 3}= \frac{8}{21}$ .

Два числа, **произведение** которых **равно 1**, называют **взаимно обратными**.

Например, числа $\frac{4}{9} и \frac{9}{4}$ являются взаимно обратными, так как при умножении ответ равен 1.

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю:

$\frac{a}{b } : \frac{c}{d}= \frac{a}{b } ∙ \frac{d}{c}$ .

Например, $ \frac{6}{35 } : \frac{2}{5}= \frac{6}{35 } ∙ \frac{5}{2}= \frac{6 · 5}{35 · 2 }= \frac{3 · 1}{7 · 1}= \frac{3}{7} $ .

Теперь перейдем к решению заданий ОГЭ:

1. $\frac{1}{20}+ \frac{1}{50}= \frac{5}{100 }+ \frac{2}{100}= \frac{7}{100}=0,07$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | , | 0 | 7 |

 2) $ \frac{3}{2}- \frac{9}{5}= \frac{15}{10 }- \frac{18}{10}=- \frac{3}{10}=- 0,3$

Мы помним, для того чтобы из меньшего числа вычесть большее, надо из большего вычесть меньшее и перед ответом поставить минус.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| -  | 0 | , | 3 |

3) $ \frac{6}{5 } ∙ \frac{3}{4}= \frac{6 ∙ 3}{5 ∙ 4}=\frac{18 }{20 }=\frac{9}{10}=0,9 $

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 | , | 9 |

4) $\frac{12}{5 } : \frac{15}{2}= \frac{12}{5} ∙ \frac{2}{15}= \frac{12 ∙ 2 }{5 ∙ 15}= \frac{4 ∙ 2}{5 ∙ 5}= \frac{8}{25}= \frac{8 ∙ 4}{25 ∙ 4}= \frac{32}{100}=0, 32$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | , | 3 | 2 |

5) $\frac{1}{\frac{1}{36}+ \frac{1}{45}}=1 :\left( \frac{1}{36}+ \frac{1}{45} \right)=1 :\left( \frac{1}{4 ∙ 9}+ \frac{1}{5 ∙ 9} \right)=$

**=** $1 : \left( \frac{5}{4 ∙ 9 ∙ 5}+ \frac{4}{5 ∙ 9 ∙ 4} \right)=1 : \left( \frac{5}{180}+ \frac{4}{180} \right)=1 : \frac{9}{180}$ =

$=1 ∙ \frac{20}{1}= \frac{20}{1}=20$

|  |  |
| --- | --- |
| 2 | 0 |

6) $\left( \frac{3}{4}- \frac{1}{6} \right) ∙3= \left( \frac{3}{2 ∙2}- \frac{1}{2 ∙3} \right) ∙3= $

$$\left( \frac{3}{2 ∙ 2 ∙ 3}- \frac{1}{2 ∙ 3 ∙ 2} \right) ∙3= \left( \frac{9}{12}- \frac{2}{12} \right) ∙3= \frac{7}{12} ∙3= $$

$\frac{7}{12 } ∙ \frac{3}{1}= \frac{7 ∙ 3}{12 ∙ 1}= \frac{7 ∙ 1}{4 ∙ 1}= \frac{7}{4}=1\frac{3}{4}=1\frac{3 ∙ 25}{4 ∙ 25}=1\frac{75}{100}=1,75$

Зная распределительное свойство умножение относительно вычитания $ \left(a-b\right)c=ac-bc $

Данный пример можно решить другим способом

$$\left( \frac{3}{4}- \frac{1}{6} \right) ∙3= \frac{3}{4} ∙ 3 – \frac{1}{6} ∙3= \frac{3}{4} ∙ \frac{3}{1} – \frac{1}{6} ∙\frac{3}{1} = $$

$\frac{9}{4}- \frac{1}{2}= \frac{9}{4 }- \frac{2}{4}= \frac{7}{4}=1\frac{3}{4}=1\frac{3 ∙ 25}{4 ∙ 25}=1\frac{75}{100}=1,75$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1  | , | 7 | 5 |

Применив распределительное свойство умножение относительно сложения

 $\left(a+b\right)c=ac+bc,$ решим этот пример.

 **7)** $\left( \frac{10}{13}+ \frac{15}{4} \right) ∙ \frac{26}{5}= \frac{10}{13} ∙ \frac{26}{5}+ \frac{15}{4} ∙ \frac{26}{5}= $

$$\frac{10 ∙ 26}{13 ∙ 5}+ \frac{15 ∙ 26}{4 ∙ 5}= \frac{2 ∙ 2}{1 ∙ 1}+ \frac{3 ∙ 13}{2 ∙ 1}= \frac{4}{1 }+ \frac{39}{2}= $$

$$ 4 +19\frac{1}{2}=23\frac{1}{2}=23\frac{1 ∙ 5}{2 ∙ 5}=23\frac{5}{10}=23,5$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2  | 3 | , | 5 |

Для того чтобы сложить обыкновенную и десятичную дроби необходимо привести их к одному виду десятичных или обыкновенных дробей, затем выполнять вычисления.

8) $\frac{1}{4 }+ 0,7= \frac{1 ∙ 25}{4 ∙ 25}+ 0,7= \frac{25}{100}+ 0,7=0,25+0,7=0,95$

или

$$\frac{1}{4 }+ 0,7= \frac{1 }{4 }+ \frac{7}{10}= \frac{1}{2 ∙ 2}+ \frac{7}{5 ∙ 2}=\frac{1 ∙ 5}{2 ∙ 2 ∙ 5} + \frac{7 ∙ 2}{5 ∙ 2 ∙ 2}$$

$=\frac{5}{20} +\frac{14}{20}= \frac{19}{20}= \frac{19 ∙ 5}{20 ∙ 5}=\frac{95}{100}=0,95$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0  | , | 9 | 5 |