



Геометрия.

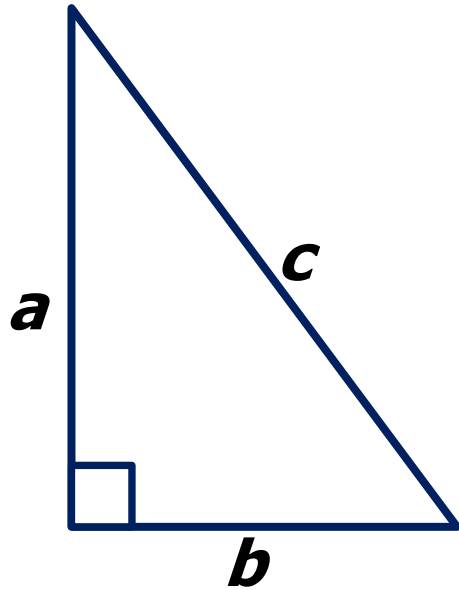
Прямоугольный треугольник.

Задание № 1 профильного ЕГЭ по математике.

Наумова Надежда Андреевна
учитель математики, МБОУСОШ № 18
Апшеронского района

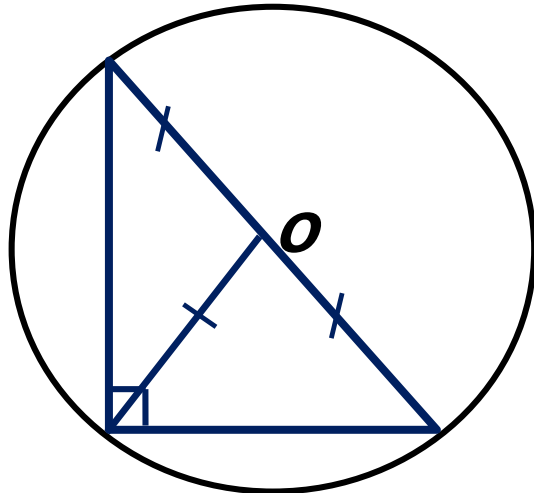
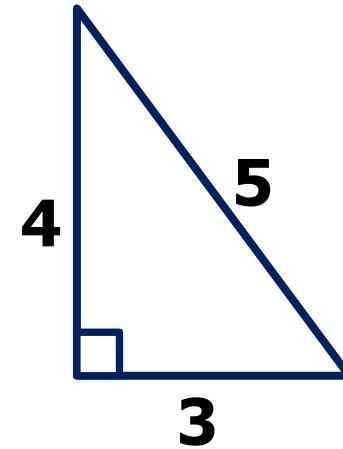
Теория

Теорема Пифагора



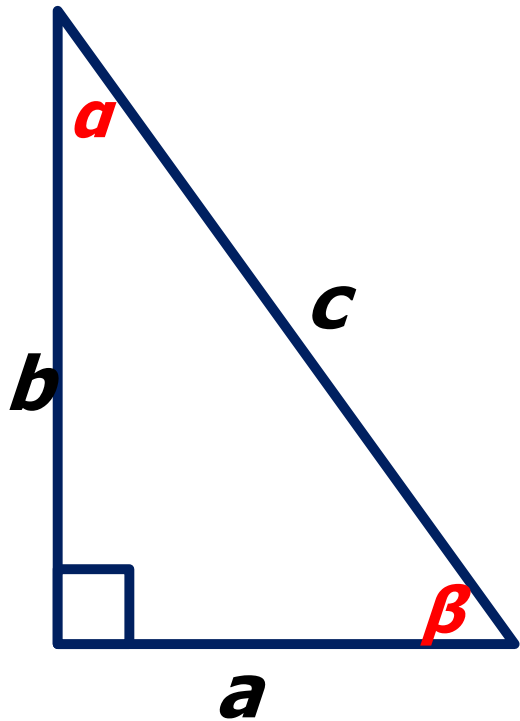
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Египетский треугольник



В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы

Теория



$$\sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{a}{c}$$

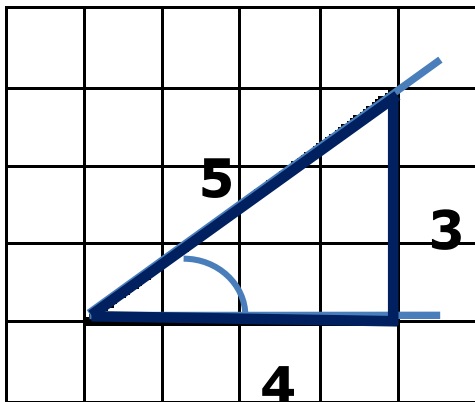
$$\cos \beta = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin \alpha = \cos \beta, \quad \cos \alpha = \sin \beta$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

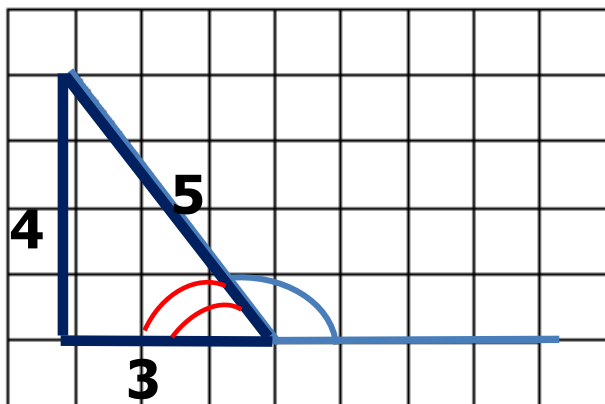
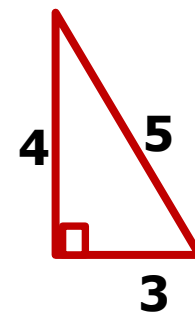
Устная работа

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол.
Найдите синус этого угла.



$$\sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

0, 6

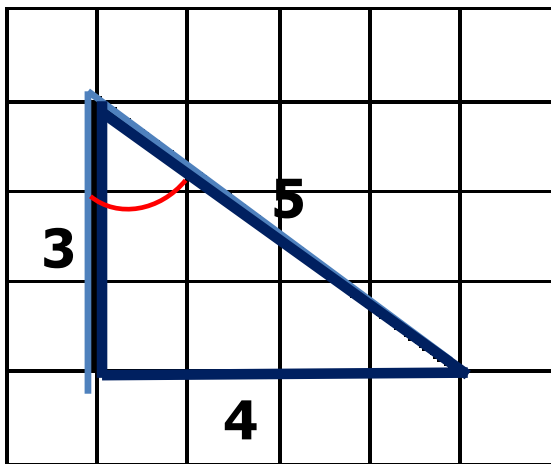


$$\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$$

0, 8

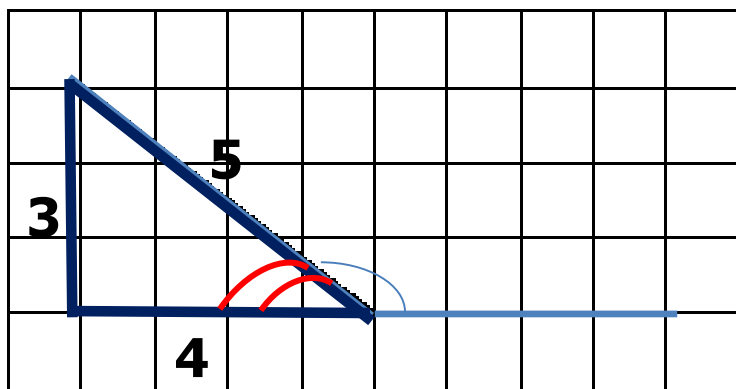
Устная работа

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите косинус этого угла.



$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

0,6



$$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 4/5 = 0,8$$

-0,8

Задача № 1.

В треугольнике ABC $AC=BC$, высота CH равна $9,6$, $\cos \angle A = \frac{7}{25}$.

Найдите AC .

Решение:

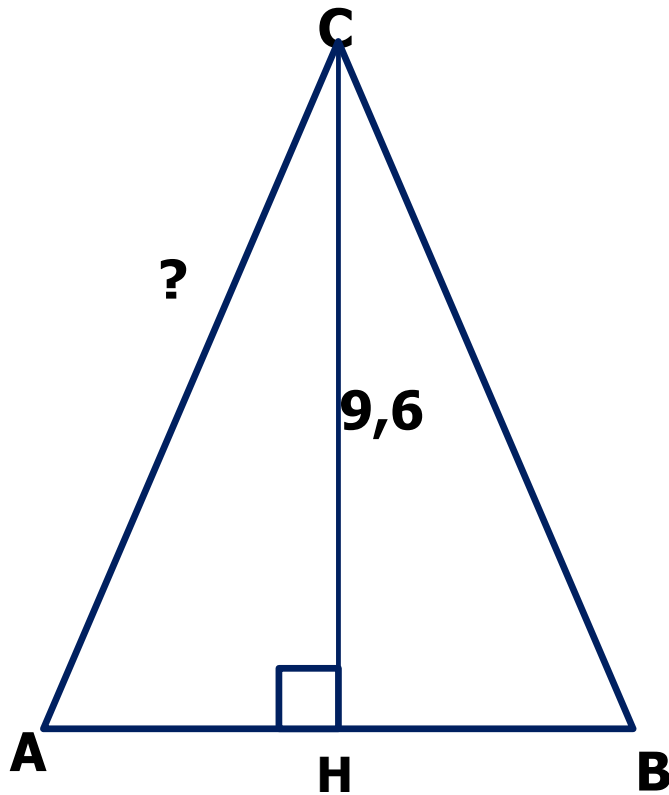
$$\cos \angle A = \frac{AH}{AC} = \frac{7}{25},$$

$$\sin \angle A = \frac{CH}{AC}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\begin{aligned} \sin^2 A &= 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{49}{625} = \frac{576}{625} \end{aligned}$$

$$\sin \angle A = \frac{24}{25}, \quad \frac{9,6}{AC} = \frac{24}{25}, \quad AC = \frac{9,6 \cdot 25}{24} = 10$$



$$\cos \angle A = \frac{7}{25}$$

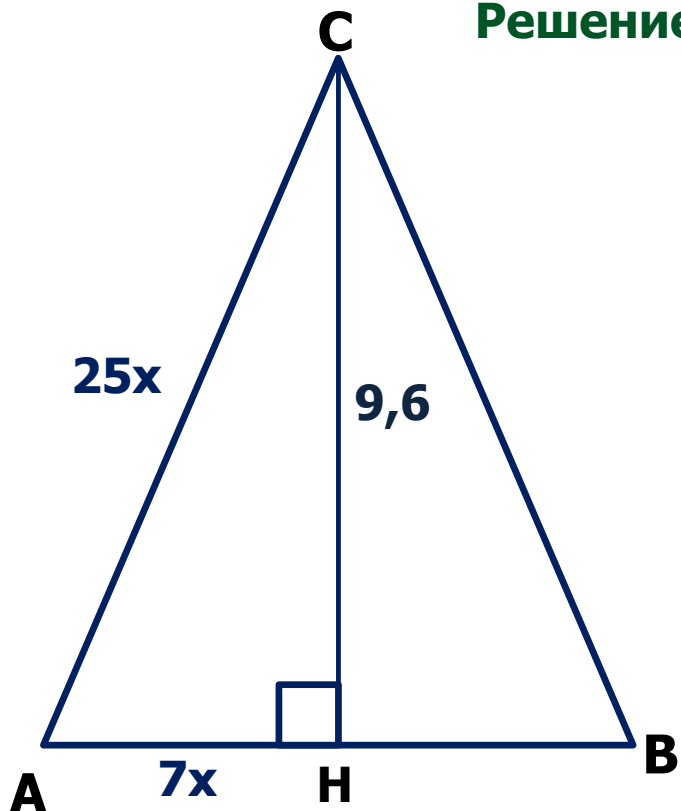
1	0				
---	---	--	--	--	--

Задача № 1 (решение 2 способ)

В треугольнике ABC $AC=BC$, высота CH равна $9,6$, $\cos \angle A = \frac{7}{25}$.

Найдите AC .

Решение:



$$\cos \angle A = \frac{AH}{AC} = \frac{7x}{25x}$$

Используем теорему Пифагора

$$(25x)^2 - (7x)^2 = 9,6^2$$

$$625x^2 - 49x^2 = 9,6^2$$

$$576x^2 = 9,6^2$$

$$x^2 = 9,6^2 / 576$$

$$x = 9,6 / 24$$

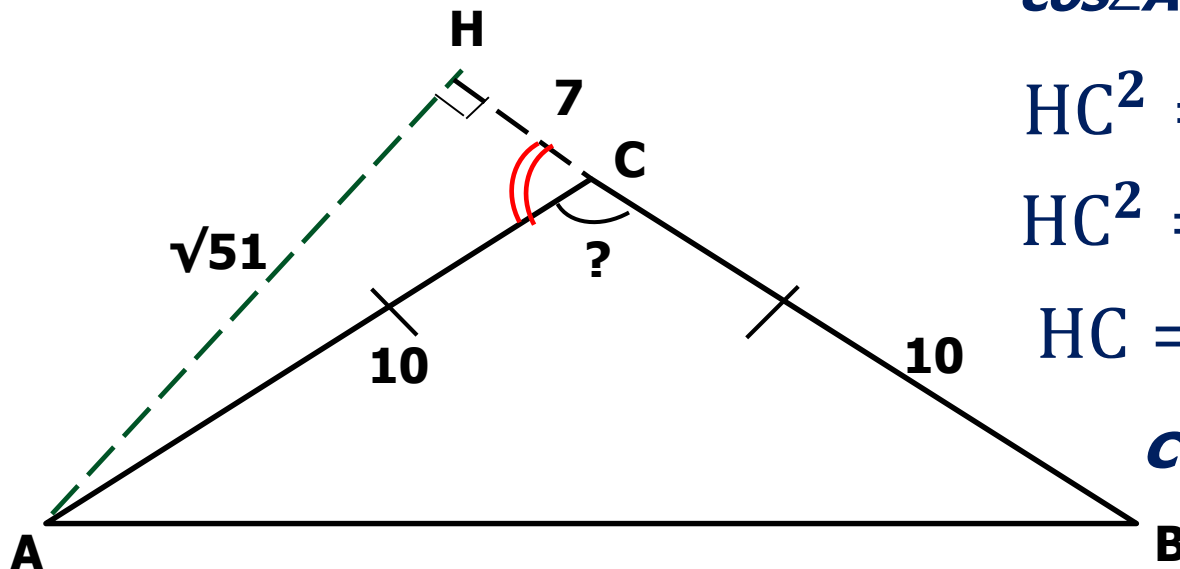
$$x = 0,4$$

$$AC = 25 \cdot 0,4 = 10$$

1	0				
---	---	--	--	--	--

Задача № 2.

В тупоугольном треугольнике ABC известно, что $AC=BC=10$, высота $AH = \sqrt{51}$. Найдите косинус угла ACB. **Решение:**



$$\cos \angle ACB = -\cos \angle ACH, \quad \frac{CH}{AC} = ?$$

$$HC^2 = AC^2 - AH^2$$

$$HC^2 = 10^2 - (\sqrt{51})^2 = 49$$

$$HC = 7$$

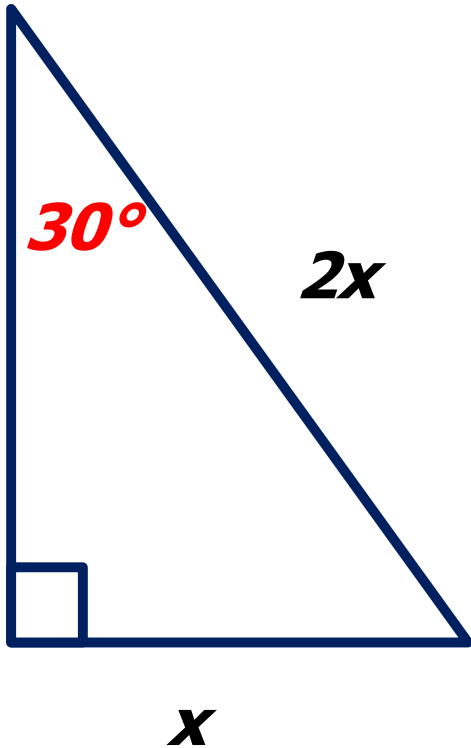
$$\cos \angle ACH = \frac{CH}{AC} = \frac{7}{10}$$

$$\cos \angle ACB = -\cos \angle ACH = -0,7$$

- 0 , 7

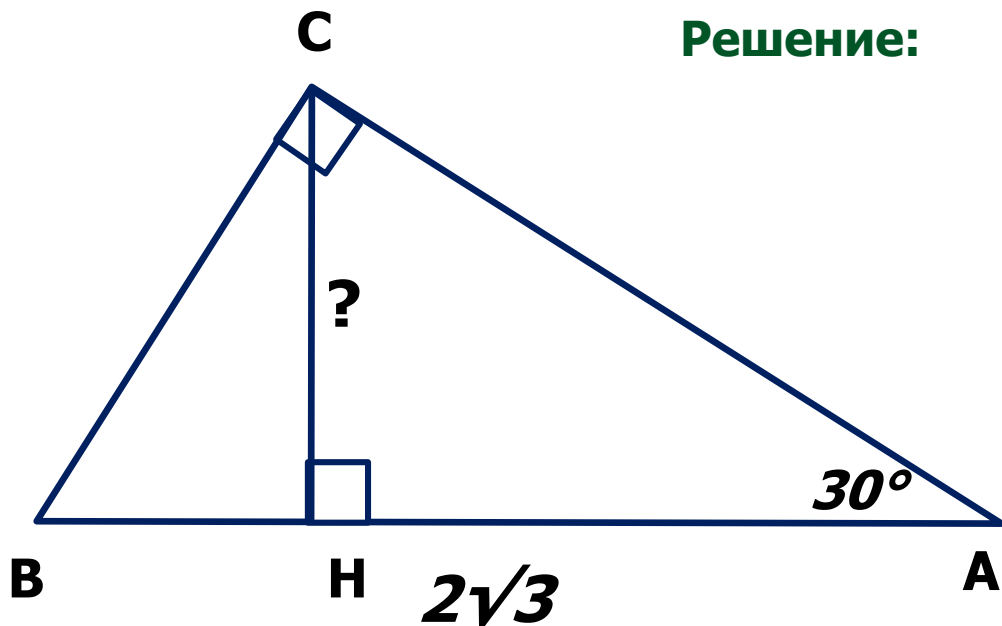
Теория

В **прямоугольном**
треугольнике **катет,**
лежащий против угла в 30
градусов равен половине
гипотенузы.



Задача № 3.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 30° . $AB = 2\sqrt{3}$. Найдите высоту CH.



Решение:

Треугольник ABC

$$CB = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3}$$

по т. Пифагора

$$AB^2 - CB^2 = CA^2$$

$$(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2 = 9$$

$$CA = 3$$

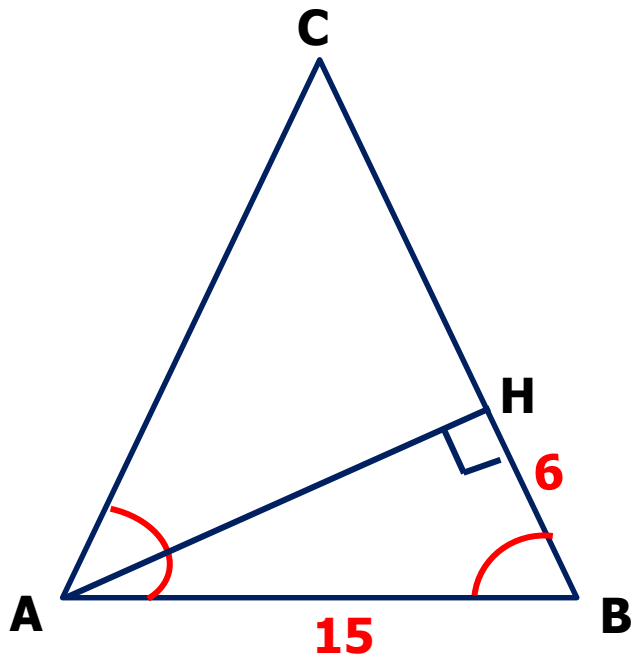
В треугольнике ACH

CH- катет, лежащий против угла в 30° , значит равен половине гипотенузы AC

1, 5

Задача № 4.

*В треугольнике ABC AC=BC, AB=15, AH — высота, BH=6.
Найдите косинус угла BAC.*



Решение:

*В треугольнике ABC
 $\cos \angle BAC = \cos \angle ABC$,*

В треугольнике ABH

$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

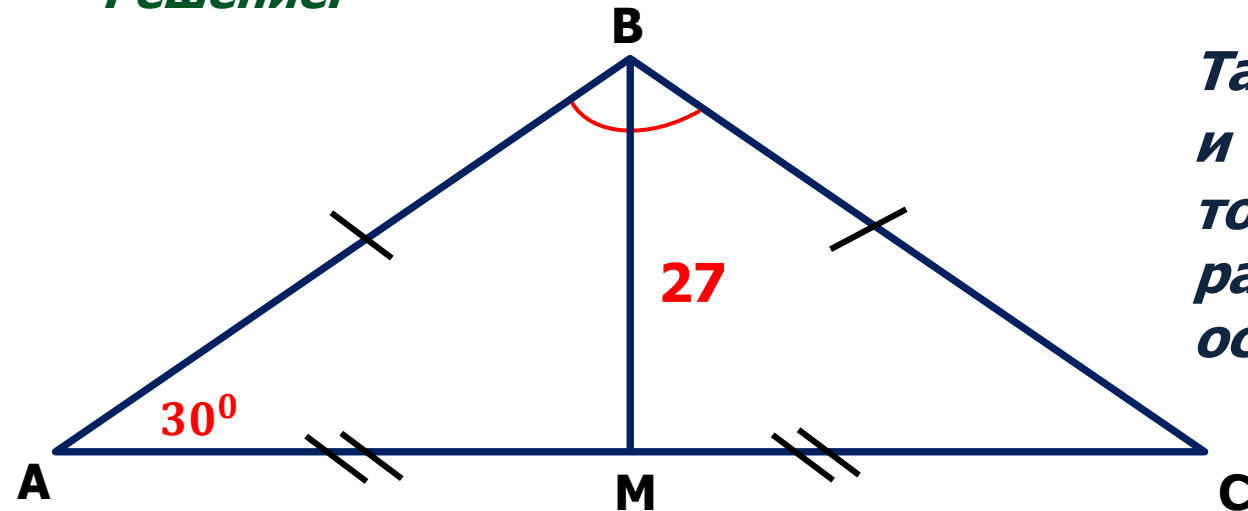
$$\cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

0,4

Задача № 6.

В треугольнике ABC угол B равен 120° . Медиана BM делит угол B пополам и равна 27. Найдите длину стороны AB.

Решение.



Так как BM - медиана и биссектриса $\angle B$, то треугольник ABC равнобедренный с основанием AC.

$$\angle A = \angle C = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$$

$$AB = 2BM$$

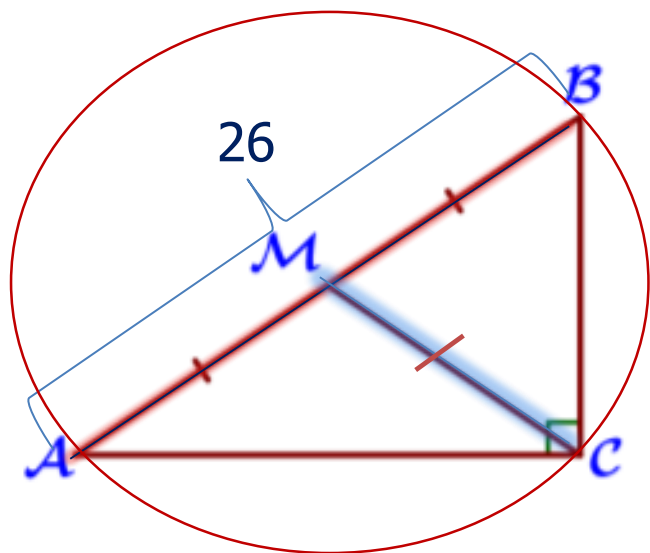
$$AB = 2 \cdot 27 = 54$$

Катет BM прямоугольного треугольника ABM, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы.

5	4				
---	---	--	--	--	--

Устно

*В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
M – середина стороны AB, $AB=26$. Найдите CM.*

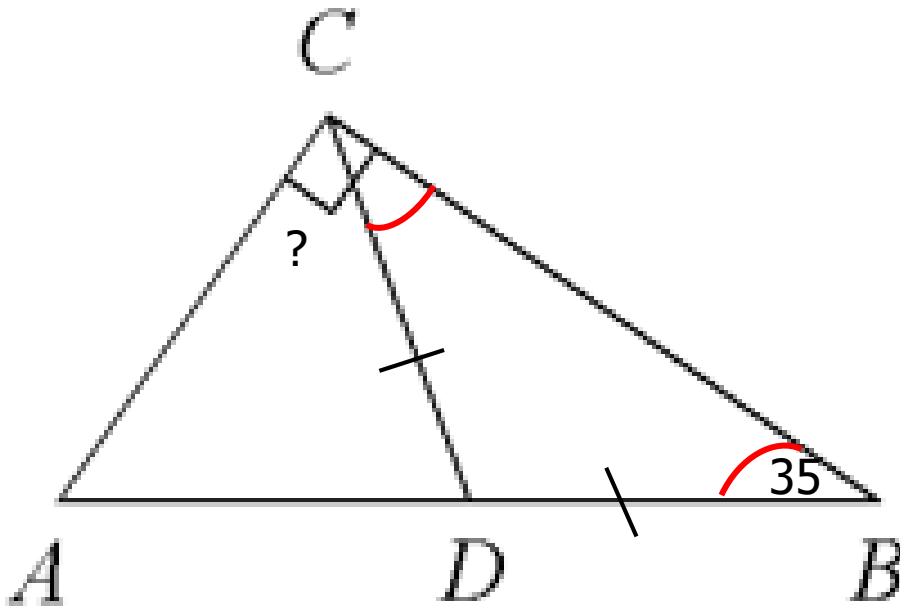


**Медиана прямоугольного
треугольника,
проведенная из вершины
прямого угла, равна
половине гипотенузы.**

1 3

Задача № 7.

В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90° , угол B равен 35° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle BCD = \angle DBC = 35^\circ$$

$$\angle ACD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы, т. е. треугольник CDB равнобедренный с основанием CB .

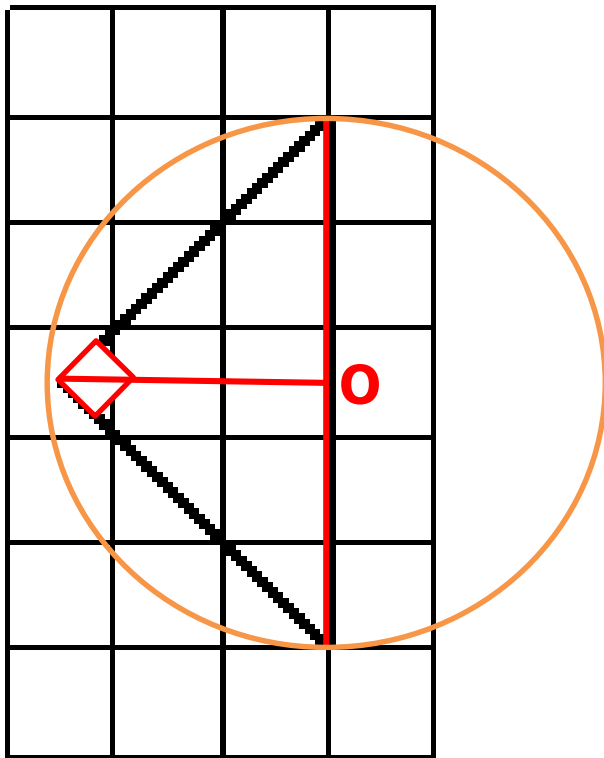
5	5				
---	---	--	--	--	--

Устно

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник.

Найдите

- 1) длину медианы, проведенной из вершины прямого угла,*
- 2) радиус описанной около треугольника окружности.*



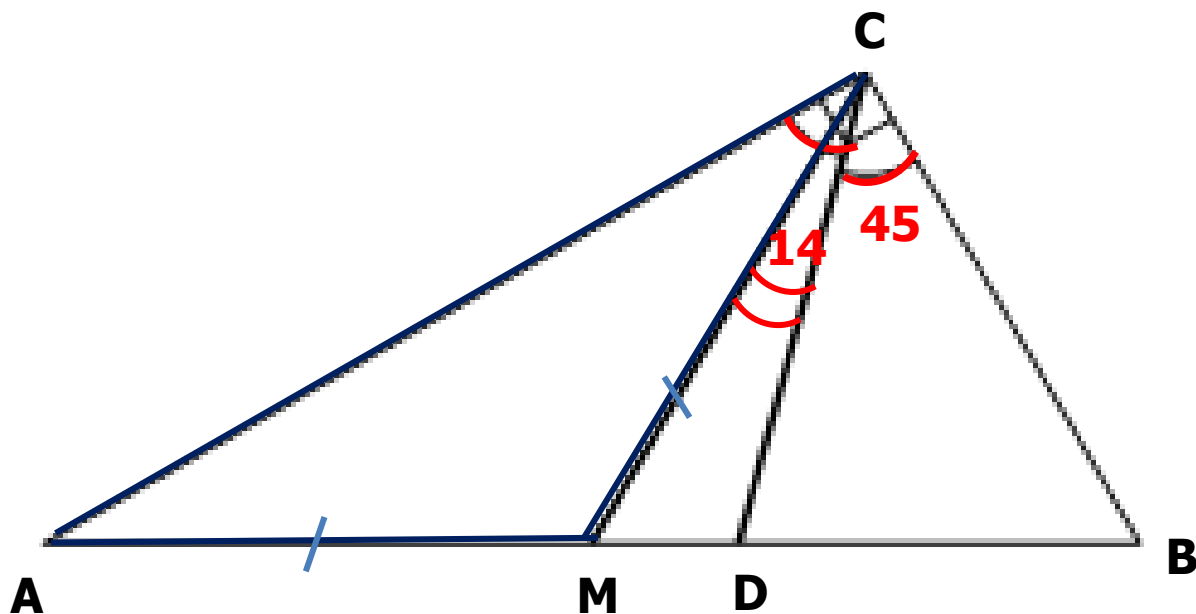
Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы и радиусу описанной окружности.

2, 5

Задача № 8.

Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение:



*CM – медиана, прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе
 $CM=AM$. Треугольник AMC равнобедренный*

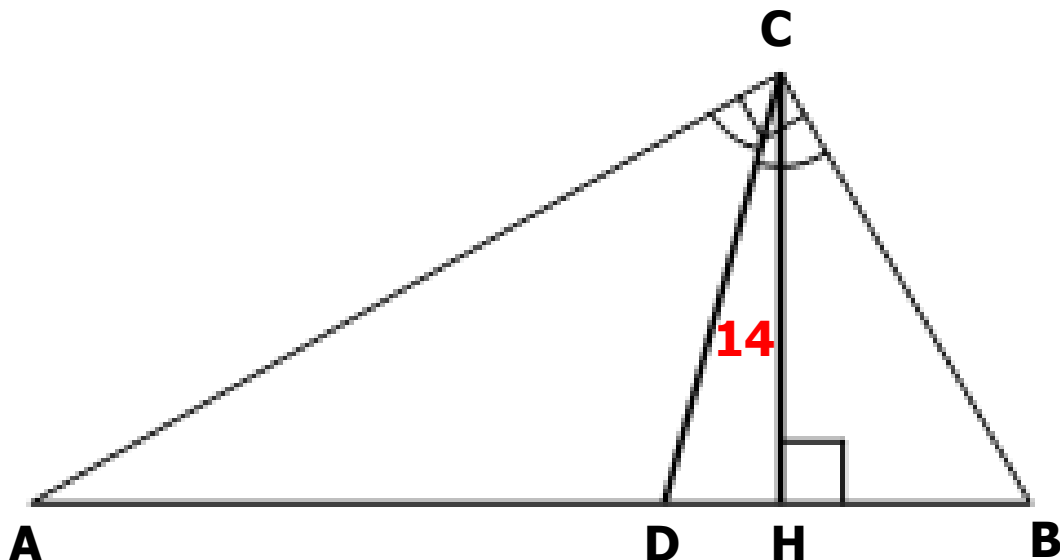
$$\begin{aligned}\angle A &= \angle ACM = \\ &90^\circ - (14^\circ + 45^\circ) = 31^\circ \\ \angle A &= 31^\circ, \angle B = 59^\circ\end{aligned}$$

3 1

Задача № 9.

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение:



CD – биссектриса, т.е.

$$\angle BCD = 45^\circ,$$

$$\angle BCH = 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ$$

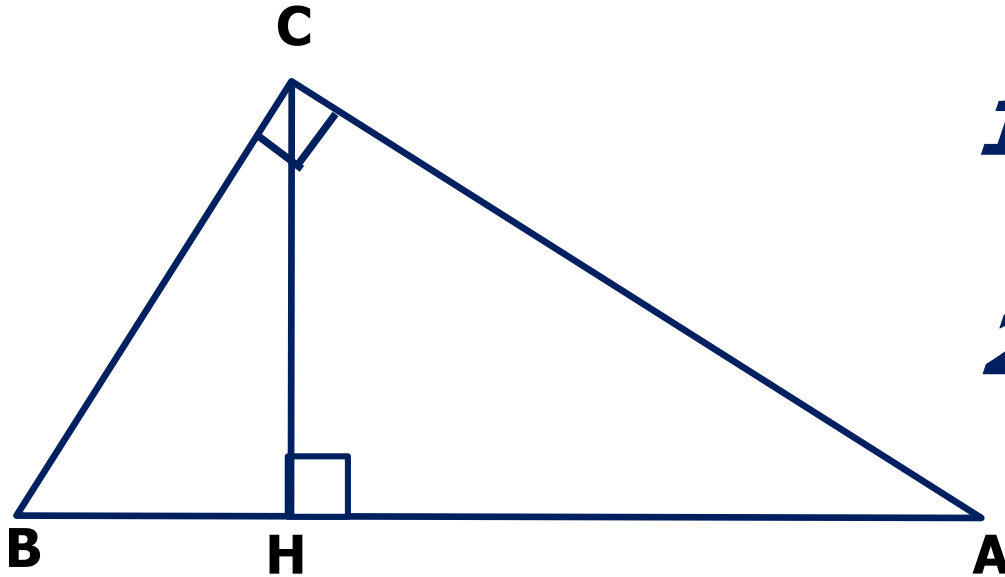
$$\angle B = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$\angle A = 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$$

3	1				
---	---	--	--	--	--

Теория



$$1) S_{\Delta} = \frac{1}{2} BC \cdot AC$$

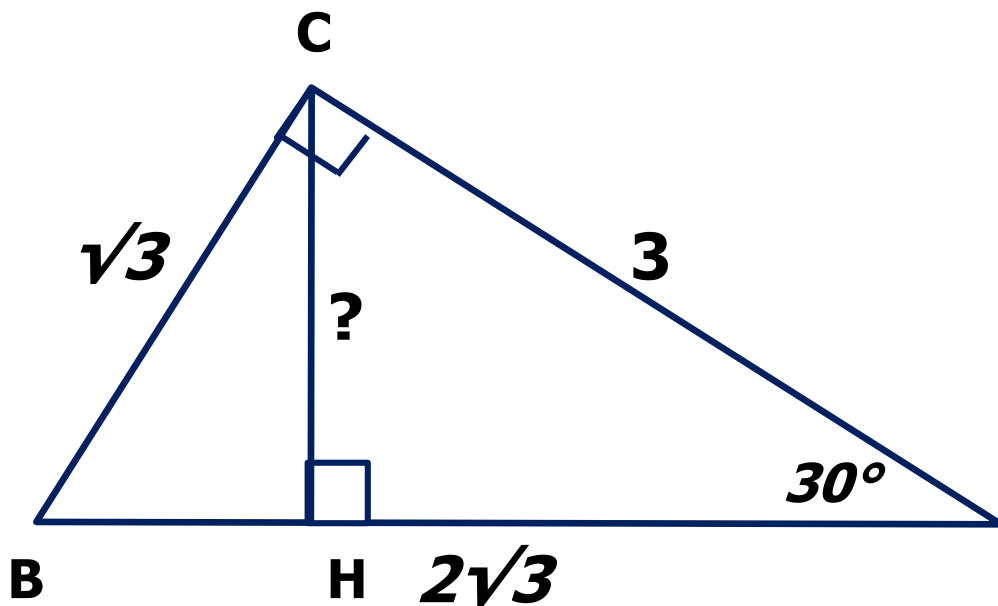
$$2) S_{\Delta} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$AB \cdot CH = BC \cdot AC$$

**В прямоугольном треугольнике
произведение катетов равно
произведению гипотенузы на высоту,
проведенную из вершины прямого угла.**

Задача № 3. (решение 2 способ)

В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 30° . $AB = 2\sqrt{3}$. Найдите высоту CH.



Решение:

В прямоугольном треугольнике произведение катетов равно произведению гипотенузы и высоты, проведенной из вершины прямого угла на гипотенузу. Следовательно

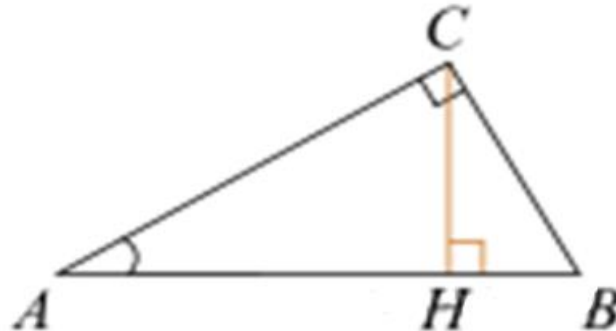
$$\begin{aligned} AB \cdot CH &= CB \cdot AC; \\ 2\sqrt{3} \cdot CH &= \sqrt{3} \cdot 3; \\ CH &= \frac{3}{2} = 1,5 \end{aligned}$$

1, 5

Задача № 10.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AB=13$, $\operatorname{tg} A=1/5$. Найдите CH .

Решение:



Пусть длина катета BC равна x , тогда длина AC равна $5x$, а длина гипотенузы равна $x\sqrt{26}$.

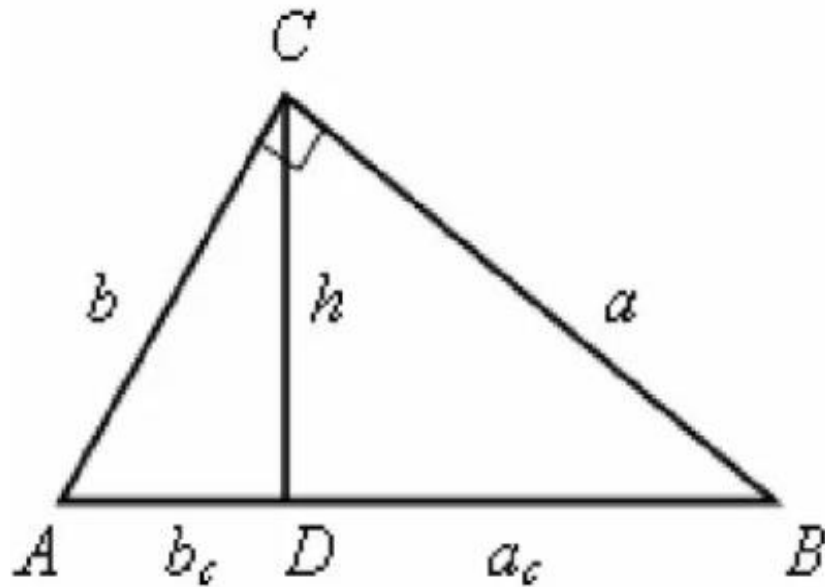
Зная, что гипотенуза равна 13, находим: $x = \frac{13}{\sqrt{26}}$.

Поскольку проведенная к гипотенузе высота равна произведению катетов, деленному на гипотенузу, имеем:

$$CH = \frac{CB \cdot CA}{AB} = \frac{5x^2}{x\sqrt{26}} = \frac{5x}{\sqrt{26}} = \frac{5 \cdot 13}{26} = \frac{5}{2}.$$

2, 5

Теория (пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике)



$$h = \sqrt{b_c \cdot a_c}$$

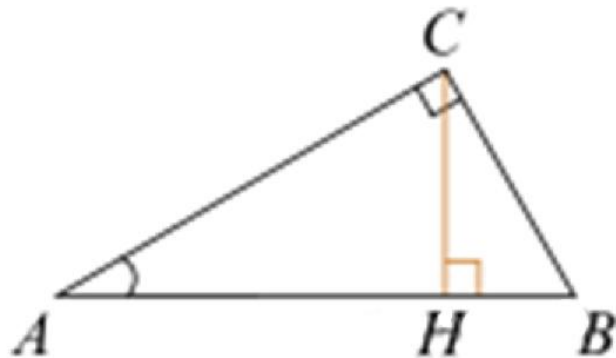
$$b = \sqrt{c \cdot b_c}$$

$$a = \sqrt{c \cdot a_c}$$

Задача № 11.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AB=13$, $\operatorname{tg} A=1/5$. Найдите AH .

Решение:



Решение. Из треугольника ACH найдем $\operatorname{tg} A = \frac{CH}{AH}$, значит,
 $\frac{1}{5} = \frac{CH}{AH}$, откуда $CH = \frac{AH}{5}$.

По свойству прямоугольного треугольника $CH^2 = AH \cdot HB$.
Пусть $AH = x$, тогда $HB = 13 - x$, следовательно,

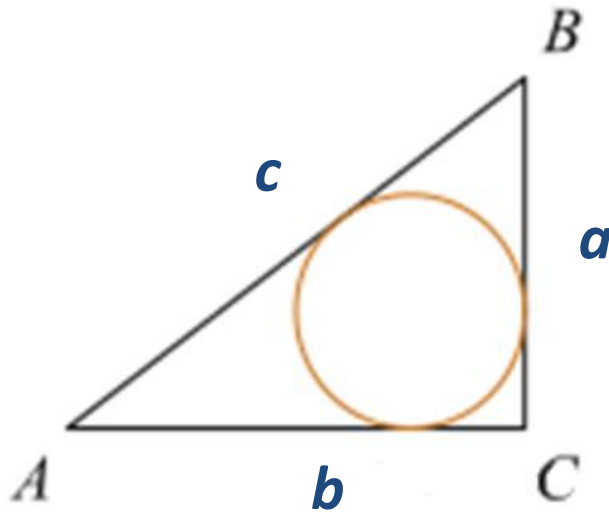
$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{5}\right)^2 &= x(13 - x) \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} = 13x - x^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 = 13 \cdot 25x - 25x^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 26x^2 - 13 \cdot 25x = 0 \Leftrightarrow 13x(2x - 25) = 0, \end{aligned}$$

откуда $x = 0$, что не подходит, или

$$2x - 25 = 0 \Leftrightarrow 2x = 25 \Leftrightarrow x = 12,5.$$

12,5

Теория



$$1) S_{\Delta} = p * r$$

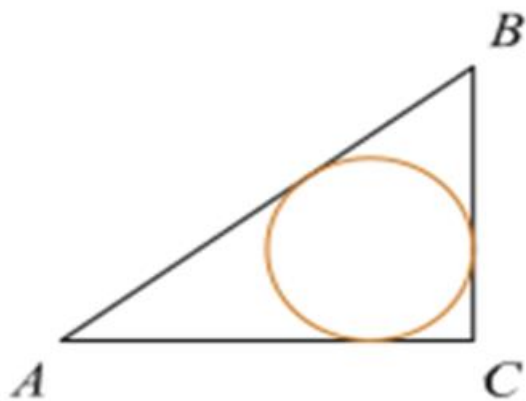
*p – полупериметр треугольника
 r – радиус вписанной окружности*

$$2) r = \frac{a+b-c}{2}$$

Задача № 12.

В треугольнике ABC стороны $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° .
Найдите радиус вписанной окружности.

Решение:



$$r = \frac{AC + BC - AB}{2} =$$
$$= \frac{AC + BC - \sqrt{AC^2 + BC^2}}{2} = \frac{7 - \sqrt{25}}{2} = 1.$$

1



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ,

ЖЕЛАЮ УСПЕХОВ!