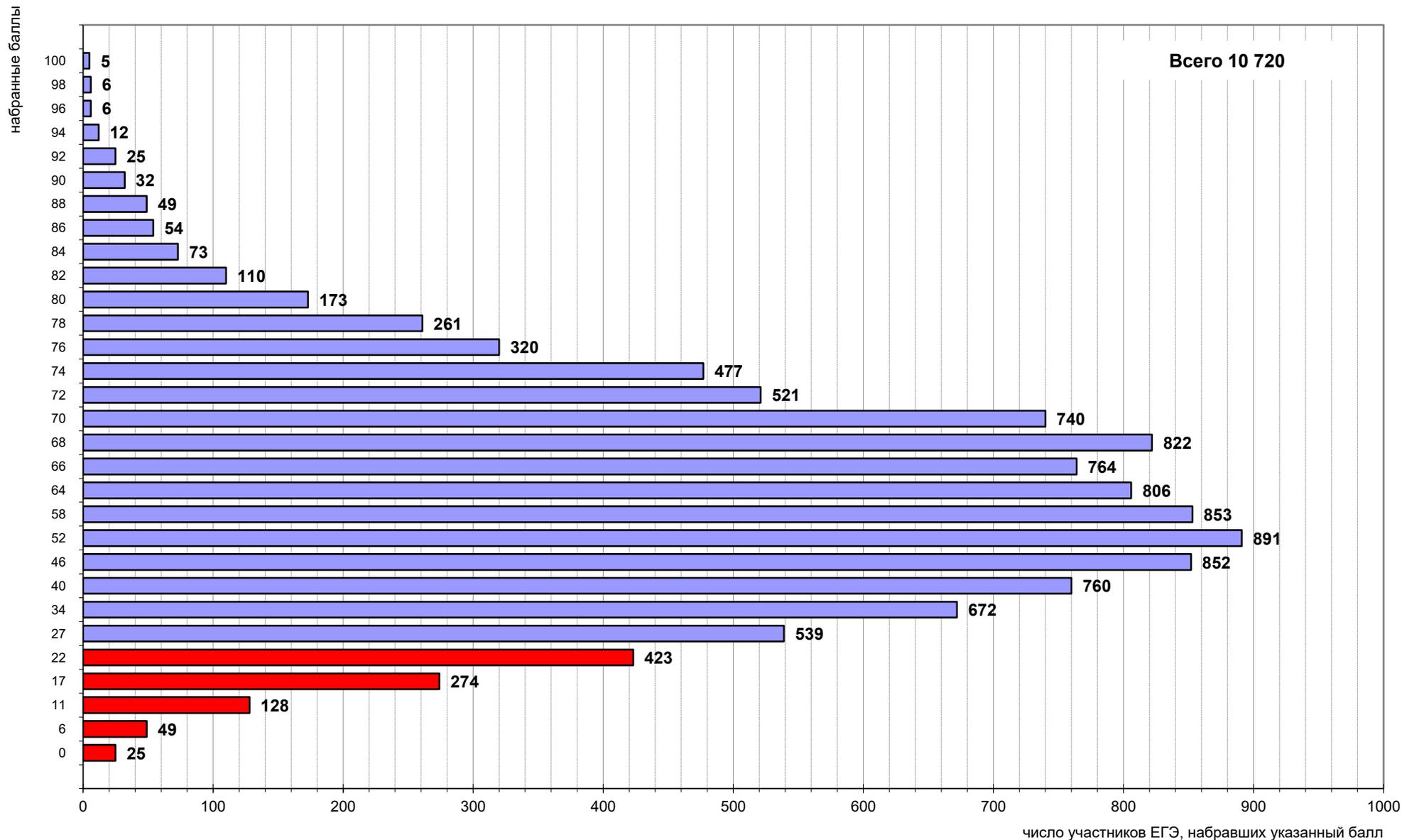


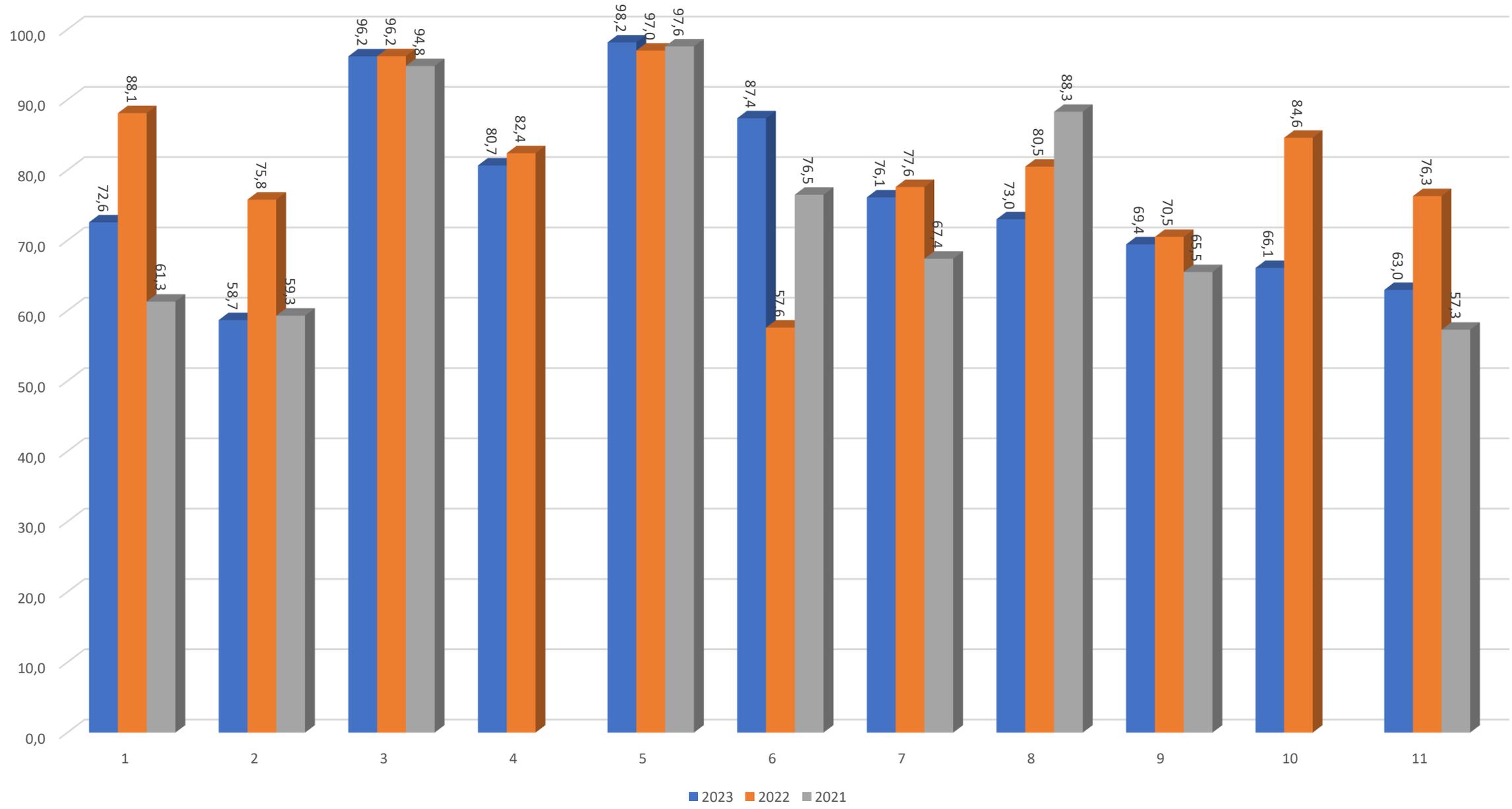
о ЕГЭ предметно:
комментарии председателя
комиссии ЕГЭ по математике

Гайденок Станислав Викторович,
председатель комиссии ЕГЭ по математике, к. ф.-м. н, доцент,
зав. кафедрой вычислительной математики и информатики

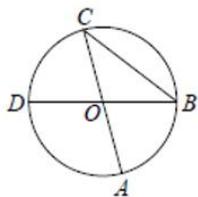
Распределение участников ЕГЭ по итоговым баллам Математика, 01.06.23г.



| Участников, набравших балл | Краснодарский край | | |
|---------------------------------------|--------------------|-------------|-------------|
| | 2021 г. | 2022 г. | 2023 г. |
| ниже минимального балла, % | 5,8 | 6,4 | 8,1 |
| от минимального балла до 60 баллов, % | 44,2 | 37,7 | 44,1 |
| от 61 до 80 баллов, % | 40,9 | 52,0 | 44,2 |
| от 81 до 99 баллов, % | 9,2 | 3,9 | 3,6 |
| 100 баллов, чел. | 6 | 13 | 5 |
| Средний тестовый балл | 57,0 | 58,3 | 54,5 |



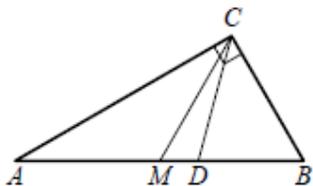
3 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол AOD равен 114° . Найдите величину вписанного угла ACB . Ответ дайте в градусах.



2022

88,1

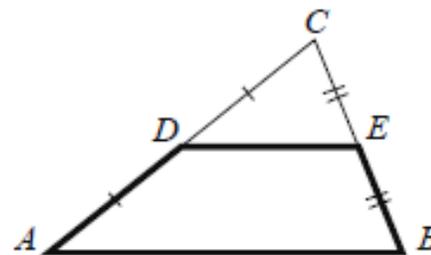
Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 73° . Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



2021

61,3

Площадь треугольника ABC равна 60, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.

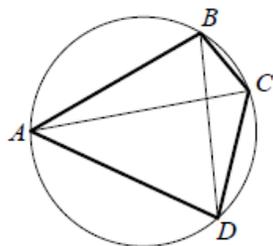


Ответ: _____.

2020

72,2

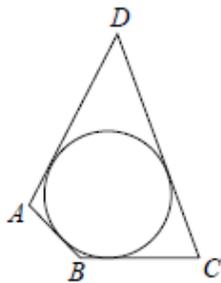
Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 97° , угол CAD равен 38° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



2023

72,6

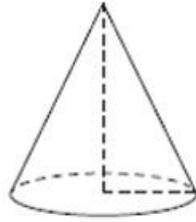
В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB=8$, $BC=10$ и $CD=37$. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.



2019

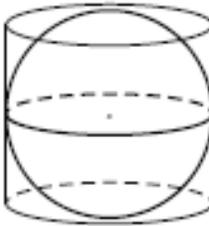
73,4

Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 9 раз, а радиус основания останется прежним?

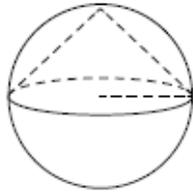


2022
75,8

Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара.

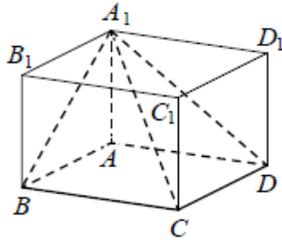


Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 48. Найдите объём конуса.



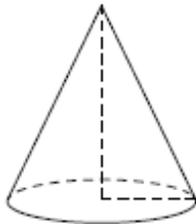
2021
59,3

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 9$, $AA_1 = 4$.



2020
71,1

Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 5 раз, а высота останется прежней?



2019
72,6

2023
58,7

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Швеции, 5 из Дании, 10 из Норвегии и 4 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Норвегии.

2022

97,0

В сборнике билетов по химии 60 билетов, в трёх из которых встречается вопрос по теме «Белки». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Белки».

2021

94,7

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 70 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Польши и 7 прыгунов из Чехии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым будет выступать прыгун из Чехии.

2020

87,6

В сборнике билетов по философии всего 35 билетов, в четырнадцати из них встречается вопрос по теме «Метафизика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете студенту достанется вопрос по теме «Метафизика».

2019

97,7

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Великобритании, 2 из Франции, 4 из Германии и 3 из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Великобритании.

2023

96,2

10

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ: _____.

2022

97,0

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

2023

80,7

| | | |
|-------------|---|-------------|
| 2023 | Найдите корень уравнения $6^{x-5} = 36$. | 98,2 |
| 2022 | Найдите корень уравнения $\sqrt{57-7x} = 6$. | 99,7 |
| 2021 | Найдите корень уравнения $3^{x+2} = 81$. | 96,6 |
| 2020 | Найдите корень уравнения $\sqrt{5x-1} = 7$. | 97,5 |
| 2019 | Найдите корень уравнения $7^{x-9} = \frac{1}{49}$. | 94,8 |

2023 Найдите значение выражения $\log_2 6,4 + \log_2 10$. **87,4**

2022 Найдите значение выражения $\frac{2 \sin 136^\circ}{\sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ}$. **57,6**

2021 Найдите значение выражения $\frac{14 \sin 34^\circ \cdot \cos 34^\circ}{\sin 68^\circ}$. **76,5**

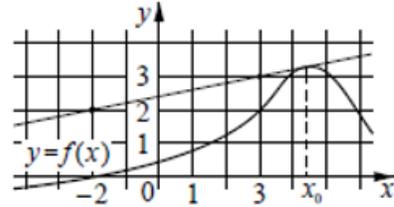
2020 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{19}}{10}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. **71,8**

2019 Найдите значение выражения $\frac{\log_5 23}{\log_{125} 23}$. **83,6**

6

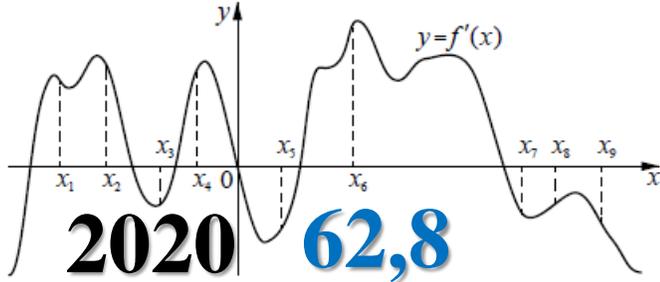
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

2022



77,6

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

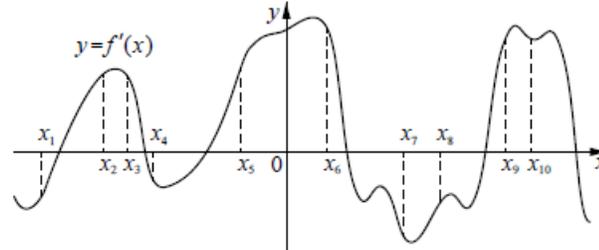


2020

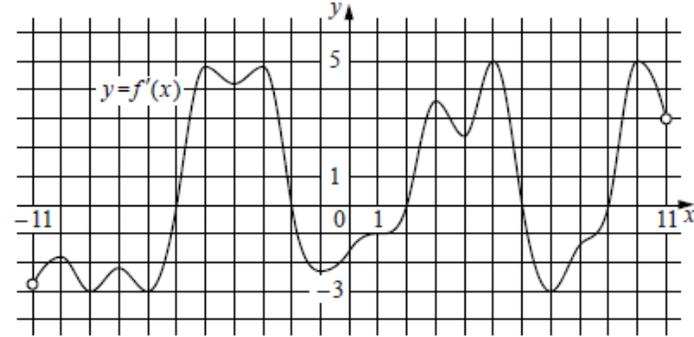
62,8

2023 76,1

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4; 8]$.

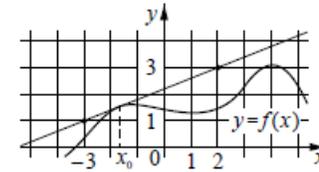


2021

67,4

2019 72,6

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



2022 **80,5**

- 7 Водолазный колокол, содержащий $\nu=6$ моль воздуха при давлении $p_1=2,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в $10\,350$ Дж. Ответ дайте в атмосферах.

2020 **80,1**

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время, прошедшее от начального момента, в минутах, T — период полураспада в минутах. В начальный момент времени масса изотопа 196 мг. Период его полураспада составляет 4 минуты. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 49 мг.

2023 **73**

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 185 МГц. Скорость погружения батискафа v (в м/с) вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 20 м/с. Ответ дайте в МГц.

2021 **88,3**

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 50 В? Ответ дайте в омах.

2019 **83,6**

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет 15% , если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ дайте в кельвинах.

2022

8

Катер в 10:00 вышел по течению реки из пункта А в пункт В, расположенный в 40 км от А. Пробыв 3 часа в пункте В, катер отправился назад и вернулся в пункт А в 16:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

70,5

2021

На изготовление 27 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 54 таких же деталей. Первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

65,5

2020

Расстояние между пристанями А и В равно 160 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 38 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

7,9

2019

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 84 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 8 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 8 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

72,6

2023

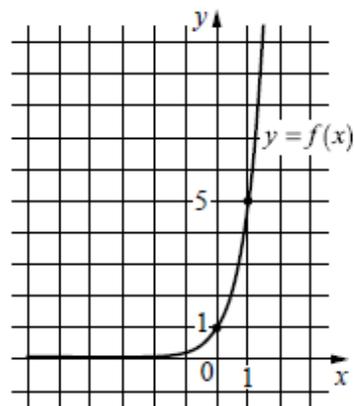
Заказ на изготовление 198 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

69,54

2022

84,9

9 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(2)$.

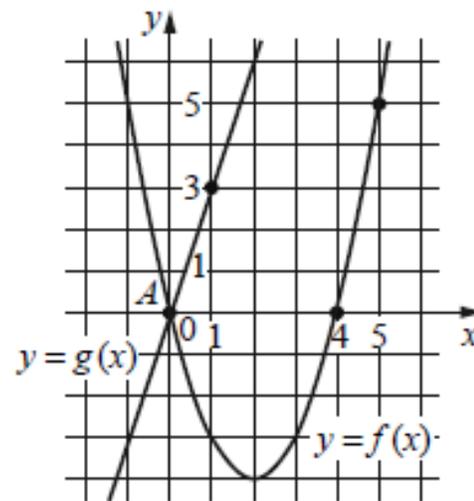


Ответ: _____.

2023

66,1

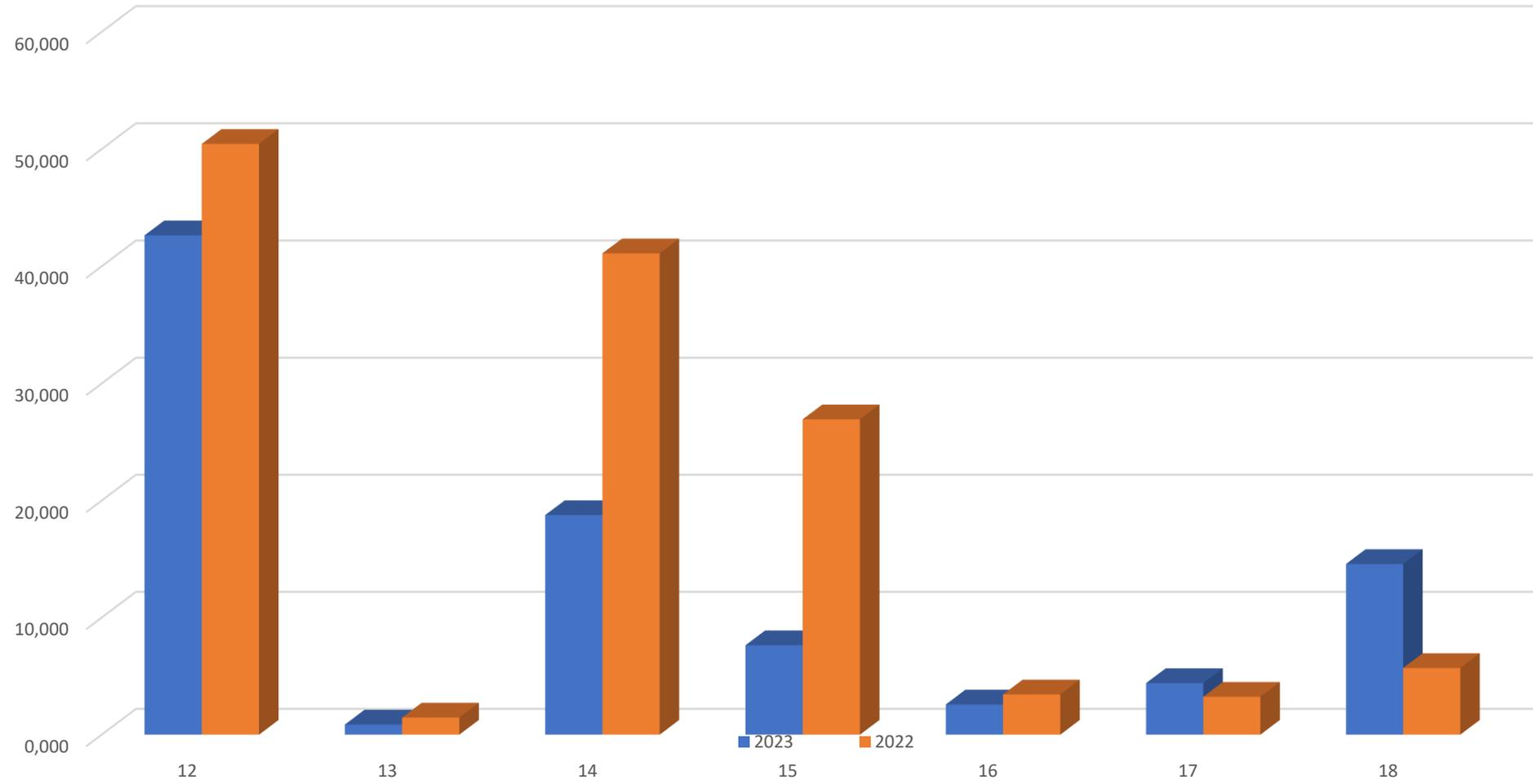
На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

| | | |
|-------------|---|-------------|
| 2022 | Найдите точку максимума функции $y = 4 + 9x - x\sqrt{x}$. | 63 |
| 2022 | 11 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 27x + 14$. | 76,3 |
| 2021 | Найдите точку минимума функции $y = 3x - \ln(x - 6)^3 + 9$. | 57,3 |
| 2020 | Найдите точку максимума функции $y = \ln(x - 5)^9 - 9x + 11$. | 51,7 |
| 2019 | Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 17$. | 50,2 |
| 2018 | Найдите наименьшее значение функции $y = 12x - \ln(12x) + 4$ на отрезке $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$. | 45,1 |

Выполнение заданий с развернутым ответом



12. а) Решите уравнение $\cos x \cdot \cos 2x = \sqrt{2} \sin^2 x + \cos x$.

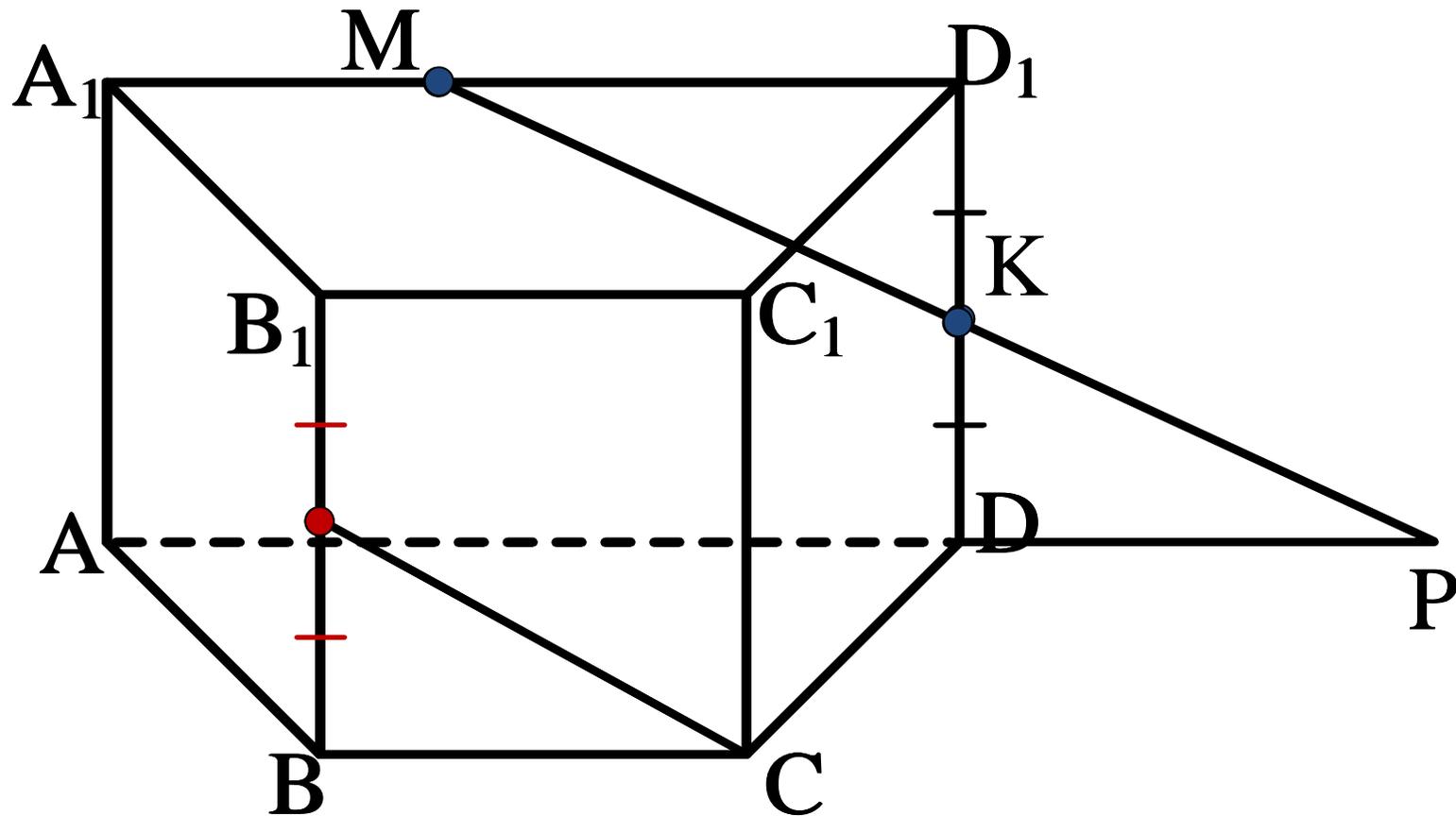
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>б</i> | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

13. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=3$ и $BC=2$. Точка M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $A_1 M : M D_1 = 1 : 2$, а точка K – середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD .

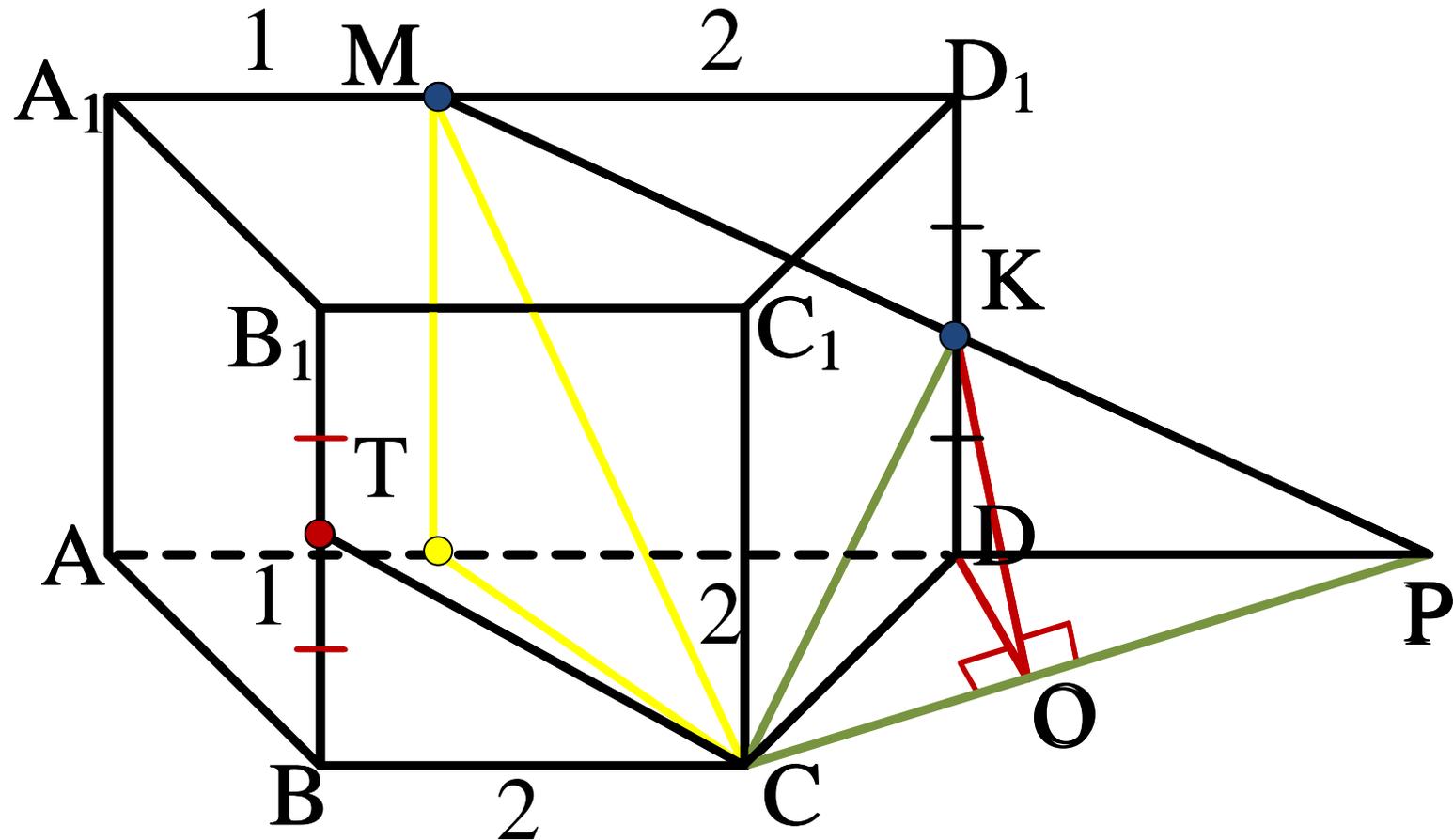
б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.



13. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=3$ и $BC=2$. Точка M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $A_1 M : M D_1 = 1 : 2$, а точка K – середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD .

б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.



13. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=3$ и $BC=2$. Точка M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $A_1 M : M D_1 = 1 : 2$, а точка K – середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD .

б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

14. Решите неравенство $\log_{0,5} (x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,25} (x - 3)^4$

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением/ включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

В первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤» или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

15. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 500 тыс. рублей.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

- к июлю 2025 года дол должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1250 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Верно построена математическая модель | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

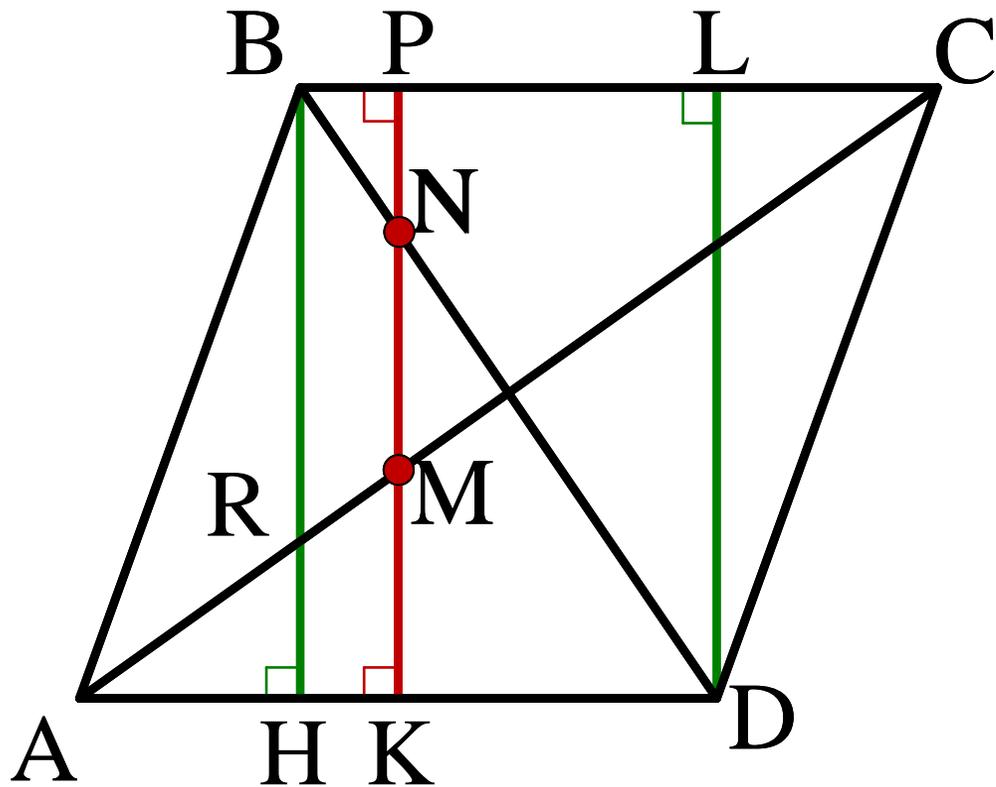
Подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи, но именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию, и т.п. Предъявленный текст должен включать описание того, как построена модель.

Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведён к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях оценивания нет жёсткого упоминания какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

16. Прямая перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M , а диагональ BD в точке N , причем $AM:MC=1:2$, $BN:ND=1:3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1:4$;

б) Найдите сторону ромба, если $MN = \sqrt{6}$.



Задание № 16 – это планиметрическая задача. В пункте a теперь нужно доказать геометрический факт, в пункте b – найти (вычислить) геометрическую величину.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0 \\ y = ax + a \end{cases} \text{ имеет ровно два различных решения.}$$

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением / включением точек $a = \frac{9}{7}$ и / или $a = 3$ | 3 |
| С помощью верного рассуждения получен промежуток $\left(\frac{9}{7}; 3\right)$ множества значений a , возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения | 2 |
| Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и прямых (аналитически или графически) | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 4 |

18. Из пары натуральных чисел $(a;b)$, за один ход получают пару $(a+b;a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100;1)$ пару, большее число в которой равно 400;

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100;1)$ пару $(806;788)$;

в) Какой наименьшее число a может быть в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806;788)$?

| Содержание критерия | Баллы |
|--|----------|
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах a , b и v | 4 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте v и обоснованно получен верный ответ в пунктах a или b | 3 |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах a и b ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте v | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пунктах a или b | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | <i>4</i> |



Советы по подготовке

Следи за информацией на сайте:

www.fipi.ru

При подготовке к экзамену в первую очередь используй информацию из открытого банка заданий:

<http://ege.fipi.ru/os11/xmodules/qprint/index.php?proj=E040A72A1A3DABA14C90C97E0B6EE7DC>

Для дополнительной подготовки:

<https://mathb-ege.sdangia.ru>

Видео, которые помогут в обучении:

<https://rutube.ru/plst/99310/>

Следи за особенностями решения и оформления задач:

https://doc.fipi.ru/ege/dlya-predmetnyh-komissiy-subektov-rf/2023/matematika_mr_ege_2023.pdf



Спасибо за внимание

Гайденко Станислав Викторович,
председатель комиссии ЕГЭ по
математике, к. ф.-м. н, доцент,
зав. кафедрой вычислительной
математики и информатики