Решение линейных
и квадратных неравенств.
Задание № 13 ОГЭ по математике

Бушман Жанна Анатольевна,
учитель математики
МБОУ СОШ № 11, город Кропоткин

Определение неравенства

- ***Неравенство*** — алгебраическое выражение, в котором используются знаки ≠, <, >, ≤, ≥.
- ***Числовое неравенство*** — это такое неравенство, в записи которого по обе стороны от знака находятся числа или числовые выражения.

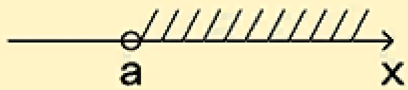
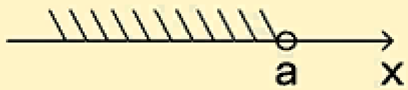
Определение линейного неравенства

- ***Линейное неравенство-*** это неравенство вида

  $ax > b$ или $ax < b$, $ax \geq b$ или $ax \leq b$,

  где a, b – заданные числа, x - неизвестное
- ***Решение неравенства***— это то значение неизвестного, при котором неравенство обращается в верное числовое неравенство .
- ***Решить неравенство*** — это значит найти все его решения или установить, что их нет.

Если неравенство строгое, нужно отметить корни пустыми (выколотыми) точками. Если нестрогое — закрашенными точками.

$x > a$	$x < a$
Неравенство строгое, точка выколотая	
	
$x \in (a; +\infty)$	$x \in (-\infty; a)$
$x \geq a$	$x \leq a$
Неравенство нестрогое, точка закрашена	
	
$x \in [a; +\infty)$	$x \in (-\infty; a]$

$> <$ *строгие неравенства*

( ) ∘

$\geq \ \leq$ *нестрогие неравенства*

[ ] •

Равносильные преобразования линейных неравенств

Правило 1. **Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, не меняя при этом знак неравенства.**

Правило 2. **Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же *положительное* число, *не меняя* при этом знак неравенства.**

Правило 3. **Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же *отрицательное* число, *изменив* при этом знак неравенства на противоположный**

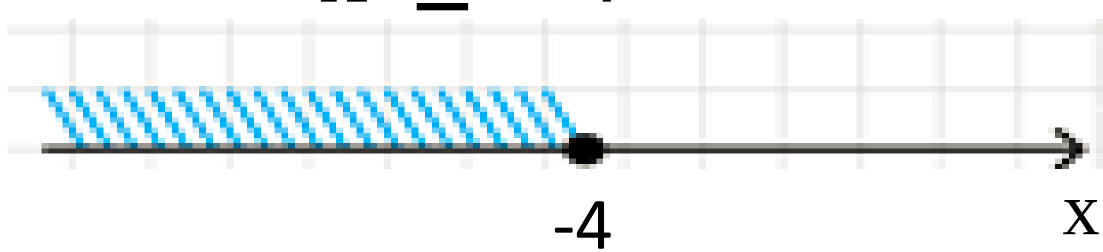
$$7x+4 \le 4x-8$$

$$7x - 4x \le -4 - 8$$

$$3x \le -12$$

$$x \le -12 : 3$$

$$x \le -4$$



Ответ: $\left(-\infty; -4\right]$

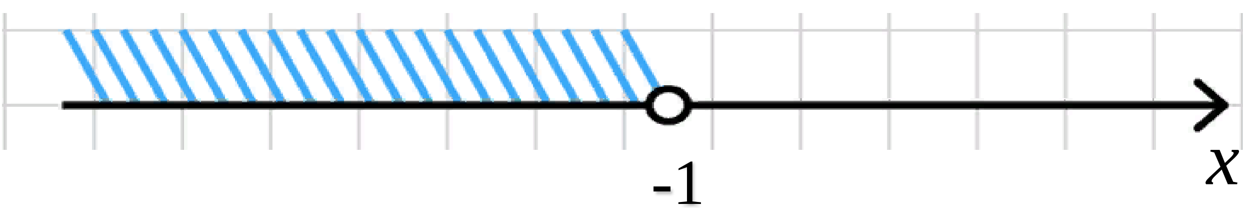
$$\boldsymbol{5x + 3(2x - 1) > 13x - 1}$$

$$5x + 6x - 3 > 13x - 1$$

$$5x + 6x - 13x > 3 - 1$$

$$-2x > 2 \;/:(-2)$$

$$x < -1$$



Ответ: $(-\infty; -1)$

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

Определение квадратного неравенства

Квадратное неравенство выглядит так:

$ax^2+bx+c > 0$ или $ax^2+bx+c < 0$

$ax^2+bx+c \geq 0$ или $ax^2+bx+c \leq 0$

где **x** — переменная, **a, b, c** — числа,

при этом $a \neq 0$

Квадратное неравенство можно решить двумя способами:

графический метод;

метод интервалов

Алгоритм решения квадратного неравенства $ax^2 + bx + c \vee 0$ методом интервалов

1.Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c из левой части квадратного неравенства , решив уравнение $ax^2+bx+c=0$

2.Изобразить числовую ось и при наличии корней отметить их на ней

3.Определить, какие знаки имеют значения трехчлена на каждом промежутке (если корни есть) или на всей числовой прямой (если корней нет)

4.Расставить над этими промежутками «+» или «−» в соответствии с определенными знаками в порядке чередования

5.Если квадратное неравенство со знаком > или ≥ — наносим штриховку над промежутками со знаками «+ »

Если неравенство со знаком < или ≤, то наносим штриховку над промежутками со знаком «−»

6.В результате получаем геометрический образ некоторого числового множества — это и есть решение неравенства

Как с помощью **метода интервалов** решаются неравенства второй степени с одной переменной:

$$\mathbf{ax^2+bx+c>0 \quad или \quad ax^2+bx+c<0,}$$

$$\mathbf{ax^2+bx+c\geq0 \quad или \quad ax^2+bx+c\leq0,}$$

1. Находим корни квадратного трехчлена, для чего решаем уравнение $ax^2+bx+c=0$
2. Отмечаем на числовой оси OX корни ,определяем знак на каждом интервале чередуя «+», «-», начиная справа
3. Учитывая знак неравенства, включаем нужные промежутки в ответ

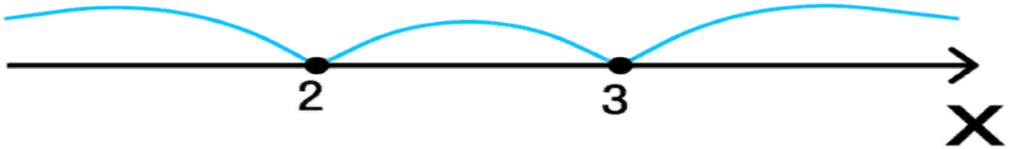
$x^2 - 5x + 6 \geq 0$

1.Приравняем квадратный трехчлен к 0 и найдем его корни:

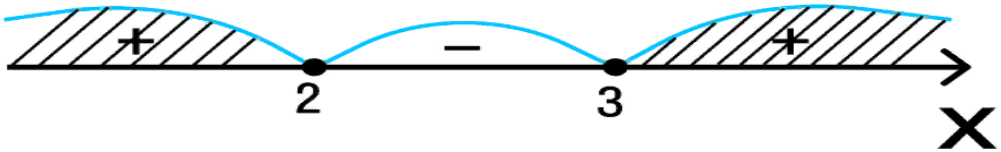
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$D=5^2 -4\cdot 1\cdot 6=25-24=1$, $x_1=(5-1)/2=2$, $x_2=(5+1)/2= 3$

2. Отметим полученные значения на числовой оси.



3 . Расставим знаки на полученных промежутках



Ответ: $(-\infty; 2]\cup[3; +\infty)$ или $x \leq 2$, $x \geq 3$

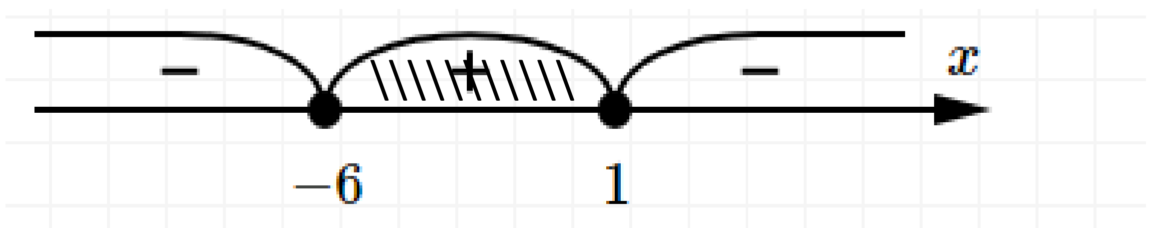
ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

$-x^2-5x+6\geqslant 0$

1.Приравняем квадратный трехчлен к 0 и найдем корни: $-x^2-5x+6=0$ ($-1-5+6=0$, $x_1=1$, $x_2=c/a$)

$x_1=1$, $x_2=-6$

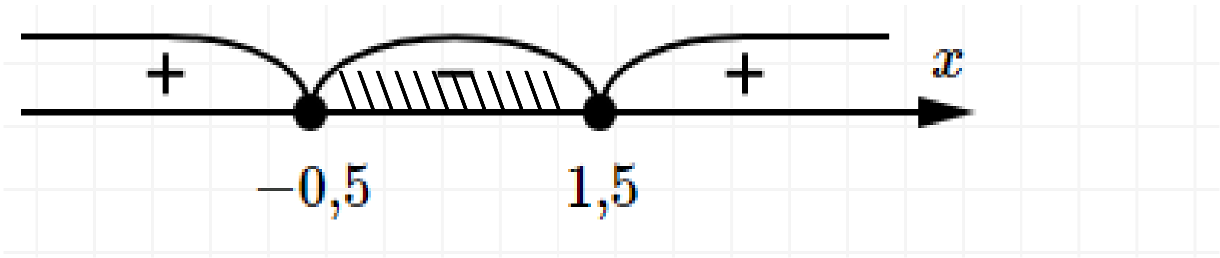
2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



***Ответ*: [−6;1] или $-6\leq x\leq 1$**

$(2x-3)(8x+4)\leq 0$

1. Найдем корни уравнения $(2x-3)(8x+4)=0$.
   $x_1=1{,}5$; $x_2=-0{,}5$
2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



Ответ: : $[-0{,}5;1{,}5]$ или $-0{,}5\leq x\leq 1{,}5$

$x^2 > 64$

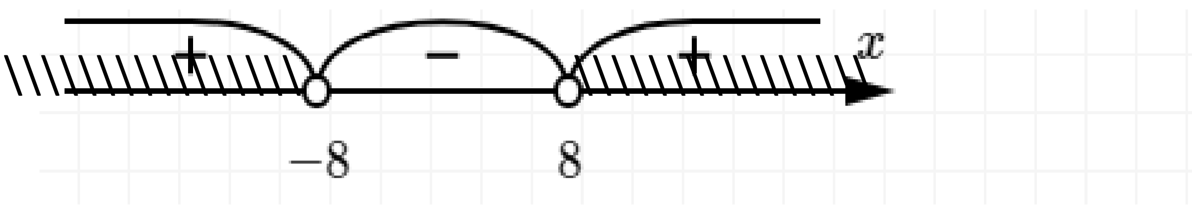
$x^2 - 64 > 0$

1.Найдем корни уравнения $x^2 - 64 = 0$,

$x^2 = 64$

$x_1 = -\sqrt{64} = -8$, $x_2 = \sqrt{64} = 8$

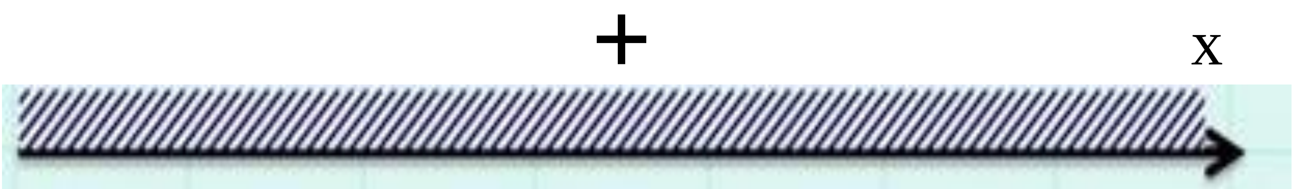
2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



***Ответ*:** $(-\infty;-8)\cup(8;+\infty)$ или $x < -8$, $x > 8$

$x^2 + 5 > 0$

1. Найдем корни уравнения $x^2+5=0$,
   $x^2= - 5$, корней нет
2. Определим знак выражения $x^2 +5$
   $x^2 \geq 0$, то $x^2+5>0$ для любых x



Значит решение неравенства – любое число

***Ответ*:** $(-\infty; +\infty)$ или x - любое число.

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

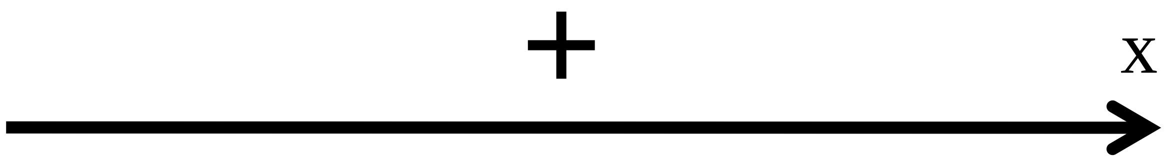
$x^2+5<0$

1. Найдем корни уравнения $x^2+5=0$,

   $x^2=-5$, корней нет

2. Определим знак выражения x^2+5

   $x^2 \geq 0$, то $x^2+5>0$ для любых x



Значит данное неравенство не имеет решений

***Ответ*:** $\varnothing$ или решений нет.

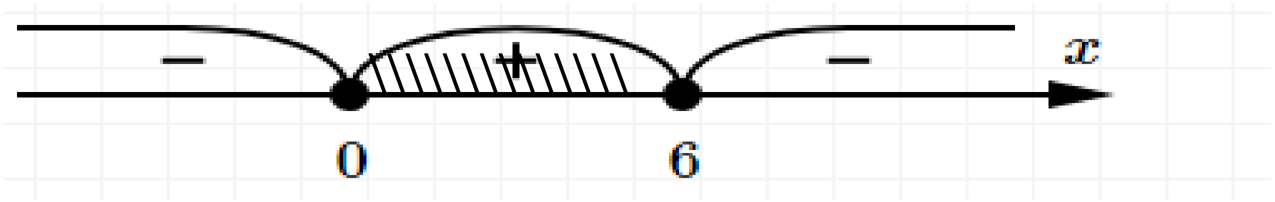
$6x - x^2 \geq 0$

1.Найдем корни уравнения $6x - x^2 = 0$,

$x(6-x) = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 6$

2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



Ответ: [0;6] или $0 \leq x \leq 6$

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

Спасибо за внимание!
Желаем успехов на экзамене!