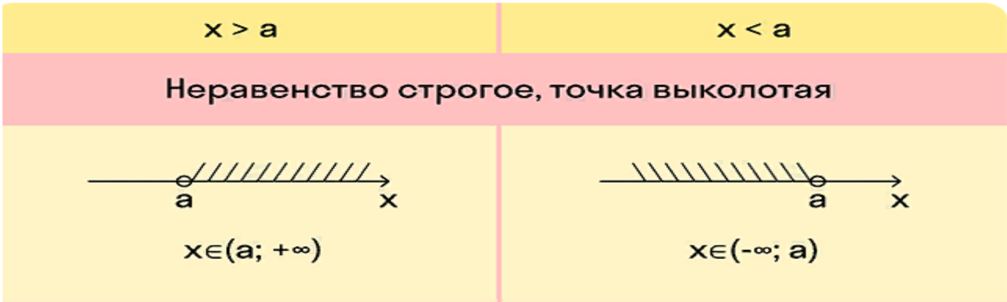
Рабочий лист по теме: «Линейные и квадратные неравенства»

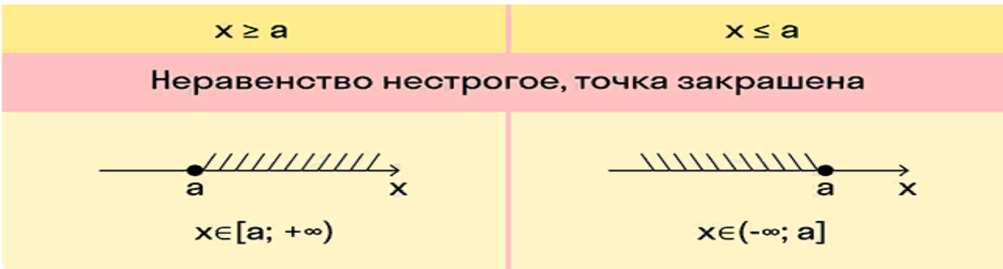
Определение линейного неравенства.

Неравенство — алгебраическое выражение, в котором используются знаки $\neq, <, >, \leq, \geq$.
Числовое неравенство — это такое неравенство, в записи которого по обе стороны от знака находятся числа или числовые выражения.
Линейное неравенство- это неравенство вида $ax > b$ или $ax < b$, $ax \geq b$ или $ax \leq b$, где a, b – заданные числа, x - неизвестное
Решение неравенства— это то значение неизвестного, при котором неравенство обращается в верное числовое неравенство .
Решить неравенство — это значит найти все его решения или установить, что их нет.

Неравенства $ax > b$ или $ax < b$ - ***строгие неравенства*** ( ) ◦
Если неравенство строгое, нужно отметить корни пустыми (выколотыми) точками.



Неравенства $ax \geq b$ или $ax \leq b$ - ***нестрогие неравенства*** [ ] •
Если неравенство нестрогое , нужно отметить корни закрашенными точками.



Правило 1. **Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, не меняя при этом знак неравенства.**

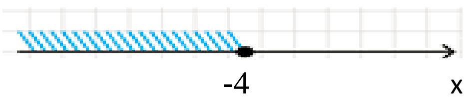
Пример 1. Решить неравенство: $7x+4 \leq 4x-8$

Решение.

$7x - 4x \leq - 4 - 8$
$3x \leq - 12$

Правило 2. **Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же <u>положительное</u> число, <u>не меняя</u> при этом знак неравенства.**

$x \leq -12 : 3$
$x \leq - 4$



Ответ: $(-\infty; -4]$

Пример 2. Решить неравенство: $5x+3(2x-1) > 13x-1$.

Решение.

$5x + 6x - 3 > 13x - 1$

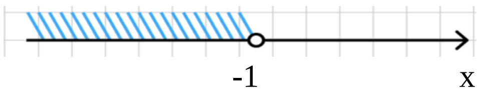
$5x + 6x - 13x > 3 - 1$

$-2x > 2$

Правило 3. **Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же *<u>отрицательное</u>* число, *<u>изменив</u>* при этом знак неравенства на противоположный**

$x < 2:(-2)$

$x < -1$



Ответ: $(-\infty;-1)$

Определение квадратного неравенства.

Квадратное неравенство выглядит так:

$ax^2+bx+c > 0$ или $ax^2+bx+c < 0$ $ax^2+bx+c \geq 0$ или $ax^2+bx+c \leq 0$

где **x** — переменная, **a, b, c** — числа, при этом $a \neq 0$

Квадратное неравенство можно решить двумя способами:

графический метод;

метод интервалов

Алгоритм решения квадратного неравенства $ax^2 + bx + c \vee 0$ методом интервалов

1.Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c из левой части квадратного неравенства, решив уравнение $ax^2+bx+c=0$

2.Изобразить числовую ось и при наличии корней отметить их на ней

3.Определить, какие знаки имеют значения трехчлена на каждом промежутке (если корни есть) или на всей числовой прямой (если корней нет)

4.Расставить над этими промежутками «+» или «−» в соответствии с определенными знаками в порядке чередования

5.Если квадратное неравенство со знаком > или ≥ — наносим штриховку над промежутками со знаками «+ »

Если неравенство со знаком < или ≤, то наносим штриховку над промежутками со знаком «−»

6.В результате получаем геометрический образ некоторого числового множества — это и есть решение неравенства

или

1.Находим корни квадратного трехчлена, для чего решаем уравнение $ax^2+bx+c=0$

2. Отмечаем на числовой оси ОХ корни ,определяем знак на каждом интервале, чередуя «+», «-», начиная справа

3. Учитывая знак неравенства, включаем нужные промежутки в ответ

Пример1. Решить неравенство $\mathbf{x^2 - 5x + 6 \geq 0}$ **.**

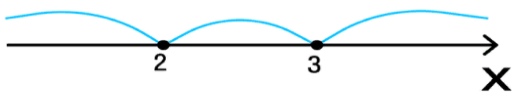
Решение.

1.Приравняем квадратный трехчлен к 0 и найдем его корни:

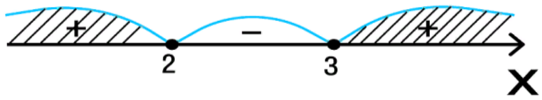
$x^2 - 5x + 6 = 0$ (a=1,b=-5.c=6)

$D=5^2 -4\cdot1\cdot6=25-24=1$, $x_1=(5-1)/2=2$, $x_2=(5+1)/2= 3$

2. Отметим полученные значения на числовой оси.



3. Расставим знаки на полученных промежутках, учитывая, что **знак правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента а**



Ответ: $(-\infty;\ 2]\cup[3;\ +\infty)$или $x \leq 2$, $x \geq 3$

Пример 2. Решить неравенство **$-x^2-5x+6 \geqslant 0$.**

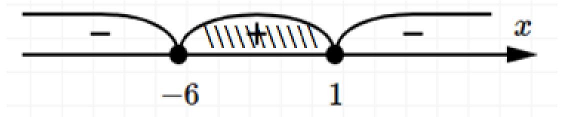
Решение.

1.Приравняем квадратный трехчлен к 0 и найдем корни:

$-x^2-5x+6=0$ $(-1-5+6=0,\ x_1=1,\ x_2=c/a)$

$x_1= 1$,$x_2= -6$

2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



Ответ: $[-6;1]$ или $-6 \leq x \leq 1$

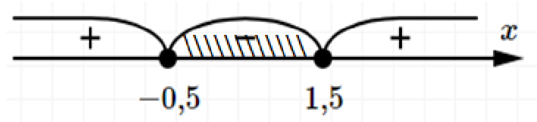
Пример 3. Решить неравенство **$(2x-3)(8x+4) \leq 0$**

Решение.

1. Найдем корни уравнения $(2x-3)(8x+4)=0$.

$x_1=1{,}5$; $x_2=-0{,}5$

2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



Ответ: $[-0{,}5;1{,}5]$ или $-0{,}5 \leq x \leq 1{,}5$

Пример 4. Решить неравенство ***$x^2 > 64$***

Решение.

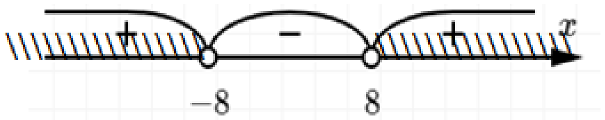
$x^2 - 64 > 0$

1.Найдем корни уравнения *$x^2 - 64 = 0$,*

$x^2 = 64$

$x_1 = -\sqrt{64} = -8$, $x_2 = \sqrt{64} = 8$

2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



Ответ: $(-\infty;-8)\cup(8;+\infty)$ или $x < -8$, $x > 8$

Пример 5. Решить неравенство ***x^2 +5>0***

Решение.

1. Найдем корни уравнения $x^2+5=0$, $x^2= - 5$, корней нет
2. Определим знак выражения $x^2 +5$ $x^2 \geq 0$, то $x^2+5>0$ для любых x

+ x

Значит решение неравенства – любое число

Ответ: **($-\infty$; $+\infty$)** или x - любое число.

Пример 6. Решить неравенство ***$x^2+5<0$***

Решение.

1. Найдем корни уравнения $x^2 +5=0$,
   $x^2=- 5$, корней нет
2. Определим знак выражения $x^2 +5$
   $x^2 \geq 0$, то $x^2+5>0$ для любых x

+

X

Значит данное неравенство не имеет решений

Ответ: $\emptyset$ или решений нет.

Пример 7. Решить неравенство ***$6x - x^2 \geqslant 0$***

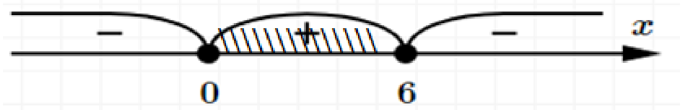
Решение.

1.Найдем корни уравнения $6x - x^2 =0$,

$x(6-x) =0$,

$x_1 = 0$, $x_2 =6$

2. Отметим найденные точки на числовой оси и определим знаки на каждом интервале:



Ответ: [0;6] или $0 \leq x \leq 6$

__**Самостоятельная работа**__

Вариант 1 **Вариант 2**

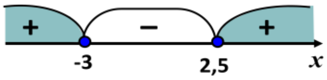
Решите неравенство методом интервалов:

Вариант 1	Вариант 2
а) $(2x-5)(x+3) \geq 0;$	а) $(5x-2)(x+4) < 0;$
б) $4x^2+4x-3<0.$	б) $9x^2+3x-2 \geq 0.$

Проверь своё решение

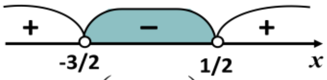
Вариант 1

$$(2x-5)(x+3) \ge 0;$$



Ответ: $(-\infty;-3] \cup [2,5;+\infty).$

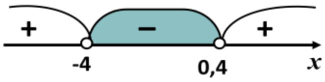
б) $4x^2+4x-3<0.$



Ответ: $\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

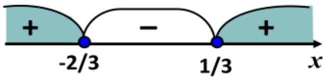
Вариант 2

$$(5x-2)(x+4) < 0;$$



Ответ: $(-4;0,4)$

б) $9x^2+3x-2 \ge 0.$



Ответ: $\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right] \cup \left[\dfrac{1}{3};+\infty\right).$