



# Линейные и квадратные уравнения.

## Задание №9 ОГЭ по математике

**Автор:**

**Магомедова Земфира Османовна,**

**учитель математики**

**МАОУ Екатерининская гимназия 36**



# Линейные уравнения

Уравнение вида  $ax = b$ , где  $x$  – переменная,  $a$  и  $b$  – некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.

*Выясним, сколько корней может иметь линейное уравнение с одной переменной*



Линейное уравнение  $ax = b$  при  $a \neq 0$   
имеет один корень  $x = b : a$ ;  
При  $a = 0$  и  $b \neq 0$  не имеет корней;  
При  $a = 0$  и  $b = 0$  имеет бесконечное  
множество корней (то есть любое число  
является его корнем).

*Решение многих уравнений сводится к  
решению линейных уравнений.*



**Пример 1.** Решить уравнение:

а)  $-5x = 10$

$x = 10 : (-5)$

$x = -2$

**Ответ: -2**

б)  $0,3x = 2,4$

$x = 2,4 : 0,3$

$x = 8$

**Ответ: 8**

в)  $-40x = -24$

$x = -24 : (-40)$

$x = 0,6$

**Ответ: 0,6**

г)  $0x = 6$

нет корней

**Ответ : нет корней**

д)  $0x = 0$

$x$  – любое число

**Ответ: любое число**



**Пример 2.** Решить уравнение:

$$5x - 6 = 2x + 15$$

$$5x - 6 = 2x + 15$$

*(Красным выделены те слагаемые, которые нужно переставить)*

Перенесем слагаемое  $2x$  в левую часть уравнения, а слагаемое  $-6$  в правую часть, изменив при этом их знаки на противоположные:

$$5x - 2x = 15 + 6$$

$$3x = 21$$

$$x = 21 : 3$$

$$\underline{x = 7}$$

**Ответ: 7**



**Пример 3.** Решить уравнение:

$$17 - 5(2x + 7) = -4(5x - 3)$$

Раскроем сперва скобки, перенесем слагаемые содержащие букву в левую часть уравнения, а числа – в правую часть уравнения, изменив при этом их знаки на противоположные:

$$17 - 10x - 35 = -20x + 12$$

$$17 - 10x - 35 = -20x + 12$$

$$-10x + 20x = 12 - 17 + 35$$

$$10x = 30$$

$$x = 30 : 10$$

$$x = 3$$

**Ответ: 3**



## Пример 4. Решить уравнение:

а)  $11(2x - 3) = 5(4x - 6) + 2x$

$$22x - 33 = 20x - 30 + 2x$$

$$22x - 33 = 20x - 30 + 2x$$

$$22x - 20x - 2x = -30 + 33$$

$$0x = -3$$

нет корней

**Ответ: нет корней.**

б)  $-3(x + 12) - 2(x - 18) = -5x$

$$-3x - 36 - 2x + 36 = -5x$$

$$-3x - 36 - 2x + 36 = -5x$$

$$-3x - 2x + 5x = 36 - 36$$

$$0x = 0$$

$x$  – любое число

**Ответ: любое число.**

# Образец заполнения бланков ответов (Единицы измерения в бланк ответов не переносим!)

1. Ответ: 4,5 кг
2. Ответ: -7, 26
3. Ответ: 235 литров
4. Ответ: 12,45 км
5. Ответ: - 39 градусов
6. Ответ: 12, 243 мм

4	,	5			
-	7	,	2	6	
2	3	5			
1	2	,	4	5	
-	3	9			
1	2	,	2	4	3





**Пример 5. Решить уравнение:  
(примерное из ОГЭ прошлых лет)**

$$4(x + 2) = 7$$

$$4x + 8 = 7$$

$$4x = 7 - 8$$

$$4x = -1$$

$$x = -1 : 4$$

$$\underline{x = -0,25}$$

**Ответ:**

-	0	,	2	5
---	---	---	---	---



**Пример 6.** Решить уравнение:  
(примерное из ОГЭ прошлых лет)

$$1 - 9x = -4x - 8$$

$$-9x + 4x = -8 - 1$$

$$-5x = -9$$

$$x = -9 : (-5)$$

$$\underline{x = 1,8}$$

**Ответ:**

1	,	8		
---	---	---	--	--



# Квадратные уравнения

Уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ ,

где  $a, b, c$  – числа,  $a \neq 0$ ,  $x$  – неизвестное,  
называется квадратным уравнением.

*Квадратные уравнения бывают неполные и  
полные.*



# Коэффициенты квадратного уравнения

Числа *a*, *b* и *c* называют *коэффициентами* квадратного уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

*старший коэффициент*      *второй коэффициент*      *свободный член*



# Коэффициенты квадратного уравнения.

Важно правильно определять коэффициенты квадратного уравнения.

В уравнении  $x^2 + 5x + 4 = 0$  коэффициенты равны

$$a = 1; b = 5; c = 4.$$

Чтобы определить коэффициенты квадратного уравнения

$3x + 7 = 9 - x^2$  нужно все слагаемые перебросить в одну часть, привести подобные слагаемые и расставить их по старшинству степеней, т.е.  $3x + 7 - 9 + x^2 = 0$

$$x^2 + 3x - 2 = 0, \text{ значит}$$

коэффициенты равны  $a = 1; b = 3; c = -2$ .



# Неполные квадратные уравнения

Квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов  $b$  или  $c$  равен нулю, называется неполным.

$$\text{Например: } 5x^2 + 13x = 0$$

$$- 4x^2 + 1 = 0$$

$$- 11x^2 = 0$$



# Виды неполных квадратных уравнений и их корни

1)  $ax^2 + c = 0$ , (т.е.  $b = 0$ ;  $c \neq 0$ )

$$ax^2 = -c$$

Тогда  $x^2 = -\frac{c}{a}$

Если  $-\frac{c}{a} > 0$ , то корни  $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

Если  $-\frac{c}{a} < 0$ , то нет корней.



# Виды неполных квадратных уравнений и их корни

2)  $ax^2 + bx = 0, (т.е. b \neq 0, c = 0)$

$$x \cdot (ax + b) = 0.$$

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0$$

Тогда  $x = 0$  или  $x = -\frac{b}{a}$

3)  $ax^2 = 0 (т.е. b = 0, c = 0)$

Тогда имеем единственный корень  $x = 0$





# Формула корней квадратного уравнения

Чтобы решить квадратное уравнение

$ax^2 + bx + c = 0$ , нужно найти **дискриминант**  
по формуле:  $D = b^2 - 4ac$ . Возможны 3 случая:

1)  $D > 0$ .

Тогда уравнение имеет **2 различных** корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$



# Формула корней квадратного уравнения

2)  $D = 0$ .

Тогда уравнение имеет *единственный*

корень:  $x = \frac{-b}{2a}$

3)  $D < 0$

Тогда уравнение *не имеет* корней,

т. к. не существует  $\sqrt{D}$



## Пример 7. Решить уравнение:

а)  $x^2 - 25 = 0$

$$x^2 = 25$$

т.к.  $25 > 0$ , то 2 корня:

$$\underline{x = -5} \text{ или } \underline{x = 5}$$

**Ответ:**  $-5; 5$ .

б)  $4x^2 = 64$

$$x^2 = 64 : 4$$

$$x^2 = 16$$

$$\underline{x = -4} \text{ или } \underline{x = 4}$$

**Ответ:**  $-4; 4$ .

в)  $x^2 + 49 = 0$

$$x^2 = -49$$

т.к.  $-49 < 0$ , то нет корней.

**Ответ:** нет корней.

в)  $2x^2 + 32 = 0$

$$x^2 = -32 : 2$$

$$x^2 = -16$$

нет корней.

**Ответ:** нет корней.



## Пример 8. Решить уравнение:

$$\text{а) } x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$\underline{x = 0} \text{ или } x - 4 = 0$$

$$\underline{x = 4}$$

**Ответ: 0; 4**

$$\text{б) } 5x^2 + 9x = 0$$

$$x(5x + 9) = 0$$

$$\underline{x = 0} \text{ или } 5x + 9 = 0$$

$$5x = -9$$

$$\underline{x = -1,8}$$

**Ответ: -1,8; 0**



**Пример 9.** Решить уравнение (если два корня,  
то в ответе записать их произведение):

$$12 - x^2 = 11$$

$$-x^2 = 11 - 12$$

$$-x^2 = -1$$

$$x^2 = -1 : (-1)$$

$$x^2 = 1$$

$$\underline{x = 1} \text{ или } \underline{x = -1}$$

$$-1 \cdot 1 = -1$$

Ответ:

-	1			
---	---	--	--	--



**Пример 10.** Решить уравнение (если в ответе два корня, запишите наименьший корень):

$$x^2 + 3 = 3 - 7x$$

$$x^2 + 3 - 3 + 7x = 0$$

$$x^2 + 7x = 0$$

$$x(x + 7) = 0$$

$$\underline{x = 0} \text{ или } x + 7 = 0$$

$$\underline{x = -7}$$

**- 7 – наименьший корень**

**Ответ:**

-	7			
---	---	--	--	--



## Пример 11. Решить уравнение:

а)  $x^2 + 7x + 12 = 0$

$a = 1; b = 7; c = 12$

$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$

$\sqrt{1} = 1$

**т.к.  $D > 0$ ; то 2 корня:**

$$x_1 = \frac{-7 + 1}{2 \cdot 1}; x_1 = -3$$

$$x_2 = \frac{-7 - 1}{2 \cdot 1}; x_2 = -4$$

**Ответ:  $-4; -3$**

б)  $x^2 - 4x + 4 = 0$

$a = 1; b = -4; c = 4$

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$

**т.к.  $D = 0$ ; то 1 корень:**

$$x = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1}; x = 2$$

в)  $x^2 - 3x + 5 = 0$

$a = 1; b = -3; c = 5$

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -11$

**т.к.  $D < 0$ ; то нет корней**

**Ответ: нет корней.**



**Пример 12** Решить уравнение (если два корня, то записать их произведение):

$$\text{а) } x^2 - 12x = -4x - 15$$

$$x^2 - 12x + 4x + 15 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 4;$$

**т.к.  $D > 0$ ; то 2 корня:**

$$x_1 = \frac{8 + 2}{2 \cdot 1}; \quad x_1 = 5$$

$$x_2 = \frac{8 - 2}{2 \cdot 1}; \quad x_2 = 3$$

**Ответ:**

1	5			
---	---	--	--	--





**Пример 13.** Решить уравнение (если в ответе два корня, то записать наименьший)

$$x(2x - 8) = x + 4$$

$$2x^2 - 8x - x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49;$$

**т.к.  $D > 0$ ; то 2 корня:**

$$x_1 = \frac{9 + 7}{2 \cdot 2}; \quad x_1 = 4$$

$$x_2 = \frac{9 - 7}{2 \cdot 2}; \quad x_2 = 0,5$$

**Ответ:**

0	,	5		
---	---	---	--	--



***Спасибо за внимание!***  
***Желаем успехов на экзамене!***