Муниципальное казенное учреждение образования
«Районный информационно-методический центр»
муниципального образования Курганинский район

Н.Л. Сучкова, А.А. Шарифуллина

Организация межшкольного факультатива «Математическая школа»

методические рекомендации

Курганинск, 2023

Введение

В современных условиях особое значение должно быть уделено развитию математического образования школьника. Так как высокий уровень математического образования коррелирует с темпами инновационного развития страны, внедрения технологий. Высокий уровень школьного математического образования создаст базу для появления высоко квалифицированных специалистов в наукоемких и высокотехнологичных производствах.

Молодой ученый конца 3-его десятилетия 21 века это нынешний старшеклассник.

Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Успех нашей страны в XXI веке, эффективность использования природных ресурсов, развитие экономики, обороноспособность, создание современных технологий зависят от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности всего населения.

В районе развита система математических соревнований, помимо Всероссийской олимпиады школьников обучающиеся принимают участие в различных краевых, межмуниципальных и муниципальных математических мероприятиях. Так в муниципалитете в рамках КИП, осуществляющей свою деятельность по теме «Повышение качества математического образования в школах муниципалитета», проводится ряд математических мероприятий. В настоящее время участниками межшкольный факультатив являются обучающихся 8-11 классов, занятия проходят 2 раза в месяц с октября по май включительно.

Межшкольный факультатив ориентирован на становление у обучающихся научного мировоззрения, освоение методов познания мира. Актуальность межшкольного факультатива обусловлена необходимостью повышения качества математических знаний у современного школьника.

Одним из показателей результативности факультатива является участие обучающихся в олимпиадах, конференциях, фестивалях, конкурсах, где они могут продемонстрировать не только знания теории, но и навыки практической деятельности.

Нормативно-правовое обеспечение

Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования», утвержденная Постановлением Правительства Российской Федерации от 26 декабря 2017 г. №1642 [1];

Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29 декабря 2012 г. №273-ФЗ [2];

Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 июля 2013 г. №611 г. Москва «Об утверждении Порядка формирования и функционирования инновационной инфраструктуры в системе образования» [3];

Указ Президента Российской Федерации от 7 мая 2018 г. №204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» [4];

Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 22 марта 2021 г. №115 «Об утверждении Порядка организации осуществления образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам - образовательным программам начального, основного общего и среднего общего образования» [5];

Приказ Института развития образования Краснодарского края от 11 июня 2021 года №297 «О проведении образовательного конкурса «Инновационный поиск» в 2021 году» [6];

План работы Администрации управления образования муниципального образования Курганинский район на 2022-2023 учебный год;

План работы муниципального казенного учреждения образования «Районный информационно-методически центр» муниципального образования Курганинский район на 2022-2023 учебный год;

Положение о межшкольном факультативе «Математическая школа».

Организация межшкольного факультатива

В целях развития математического образования в муниципальном образовании Курганинский район, системы поиска поддержки одаренных детей в области математики, реализации дополнительных общеобразовательных программ в школах района была организована работа межшкольного факультатива «Математическая школа» на базе МАОУ СОШ №2 г. Курганинска и МАОУ СОШ №10 ст. Петропавловской.

Задачи факультатива: -

Расширение и углубление знаний учащихся по математике в соответствии со способностями и склонностями, повышение активности их познавательной деятельности;

Совершенствование системы выявления и поддержки талантливых детей по математике;

Повышение результативности единого государственного экзамена в математике по математике.

Факультатив действует в течение учебного года (с 01 октября по 30 мая).

Деятельность факультатива финансируется за счет учебных часов учебного плана образовательной организации, на базе которой организована работа факультатива.

Основные требования к организации образовательного процесса

К работе факультатива привлекаются учащиеся 8-11 классов общеобразовательных организаций муниципального образования Курганинский район.

Общеобразовательные организации проводят отбор участников факультатива из числа способных детей с учетом интеллектуального и креативного потенциала. Руководители общеобразовательных организаций направляют списки участников факультатива в Управление образования МО. Руководителем факультатива проводится отбор участников по результатам диагностической работы. Списочный состав определяется до 29 сентября текущего года по согласованию с управлением образования и утверждается приказом начальника управления образования.

Комплектование групп проводится 30 сентября. Наполняемость групп для проведения занятий - не более 25 человек.

Зачисление обучающихся в факультатив производится по заявлению родителей на имя руководителя образовательной организации, на базе которой организована работа факультатива.

Начало занятий - 1 октября. Окончание занятий - 30 мая.

Занятия проводятся в соответствии с программой факультатива.

Программы факультативов разрабатываются преподавателем на текущий учебный год в соответствии с учебными программами для образовательных организаций и утверждаются в установленном порядке. Программа межшкольного факультатива предназначена для обучающихся в возрасте 14-17 лет, интересующихся математикой и экономикой, которые планируют связать свою будущую профессиональную деятельность с экономикой, финансами и банковским делом, статистикой. Отличительной особенностью программы является практикоориентированность.

Первый год обучения направлен на знакомство обучающихся с основными экономическими понятиями и терминами, овладение математическим аппаратом, необходимым для решения экономических задач.

Второй год обучения направлен на формирование у обучающихся системных экономических знаний, обеспечивающих формирование экономического мышления с помощью построения и анализа математических моделей изучаемых явлений.

Расписание занятий на неделю составляется с учетом рационального использования свободного времени и занятости учащихся в образовательных организациях, возрастных особенностей и санитарно-гигиенических норм.

С разрешения педагогов факультатива на занятиях могут присутствовать педагогические работники других образовательных организаций.

Организация работы факультатива должна соответствовать правилам техники безопасности и требованиям СанПиНа.

Требования к управлению факультатива

Для работы факультатива управлением образования издается приказ.

Деятельность факультатива организует его руководитель. К работе в факультативе привлекаются педагогические работники образовательной организации, а также могут быть привлечены педагоги других образовательных организаций.

Руководитель и преподаватели факультатива назначаются начальником управления образования.

факультатива:

проводит набор педагогических работников для работы в факультативе; - составляет расписание учебных занятий;

контролирует качество обучения на факультативе;

организует создание оптимальных санитарно-гигиенических условий для образовательного процесса;

несет ответственность за жизнь и здоровье обучающихся во время учебных занятий.

Педагогические работники факультатива:

планируют и организуют образовательный процесс факультатива;

несут ответственность за качество и эффективность работы, за жизнь и безопасность учащихся.

Контроль за деятельностью факультатива осуществляет специалист управления образования, координацию деятельности и методическое сопровождение осуществляет муниципальное казенное учреждение «Районный информационно-методический центр».

Межшкольный факультатив «Математическая школа» осуществляет свою деятельность на основе ПОЛОЖЕНИЯ о межшкольном факультативе «Математическая школа». (Приложение 1)

Положение определяет цели и задачи межшкольного факультатива «Математическая школа» (далее - факультатив), основные требования к организации образовательного процесса и требования к управлению факультатива.

Обучение в факультативе для обучающихся бесплатное.

Основной целью факультатива является удовлетворение образовательных запросов учащихся, создание благоприятных условий для развития интеллектуального потенциала личности.

Основной тип занятия – комбинированный урок. Каждое занятие начинается с постановки задачи. Теоретический материал излагается в форме мини лекции. После изучения теоретического материала выполняются практические задания для его закрепления. Занятия строятся с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их темпам восприятия и уровня усвоения материала.

Текущий контроль уровня усвоения материала осуществляется по результатам практических работ.

В соответствии с рабочей программой занятия проводятся 2 раза в месяц, 15 занятий в год.

Таблица 1. Тематический план занятий математической школы на базе МАОУ СОШ № 10 им. Н. И. Куликова.

10-11 классы

Календарно-тематическое планирование занятий.

№	*Содержание занятия.*	*Дата планируемая*	*Дата фактическая*
1.	Треугольник. Важные факты о высоте, медиане, биссектрисе. Подобие. Прямоугольный треугольник. Теоремы о среднем пропорциональном.	10.11.23	
2.	Вычисление элементов многоугольника с помощью тригонометрии. Задачи, решаемые методом площадей	24.11.23	
3.	Параллелограммы. Свойства. Свойство биссектрисы параллелограмма. Трапеция в задачах ЕГЭ.	08.12.23	
4.	Окружность. Важные теоремы, связанные с углами. Важные теоремы, связанные с длинами отрезков. Теорема косинусов. Теорема синусов.	22.12.23	
5.	Вписанная и описанная окружности. Правильный шестиугольник и его свойства. Решение олимпиадных задач.	12.01.24	
6.	Графики функций. Свойства. Элементарные преобразования графика функции. Прямые.	26.01.24	
7.	Графики функций. Параболы. Гиперболы.	09.02.24	
8.	Логарифмические и показательные функции.	22.02.24	

9.	Основные методы решения простейших уравнений, и их систем с модулем.	01.03.24	
10.	Основные методы решения неравенств и их систем с модулем. Метод интервалов.	15.03.24	
11.	Понятие параметра. Линейные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения.	29.03.24	
12.	Квадратные уравнения с параметром, приемы их решения.	12.04.24	
13.	Аналитические и графические приемы решения задач с модулем, параметром. Параметры в задачах ЕГЭ.	26.04.24	
14.	Решение уравнений в целых числах. Решение систем уравнений. Задачи математических олимпиад.	10.05.24	
15.	Признаки делимости. Задачи на делимость. Задачи математических олимпиад.	24.05.24	

Разработка факультативных занятий по математике для школьников всегда являлась актуальной педагогической задачей.

Для каждого занятия факультатива педагогами подготовлены разработки, сопровождаемые раздаточным материалом, презентациями и пр.

Конспекты занятий

Разработка занятия № 1

Тема занятия: Треугольник. Важные факты о высоте, медиане, биссектрисе. Подобие. Прямоугольный треугольник. Теоремы о среднем пропорциональном.

Цели занятия:

Актуализировать знания о треугольниках, видах треугольников;

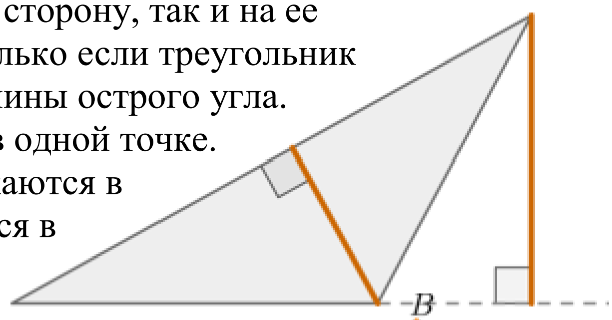
Способствовать формированию умения наблюдать, проводить рассуждения по аналогии, развивать творческое мышление и речь учащихся.

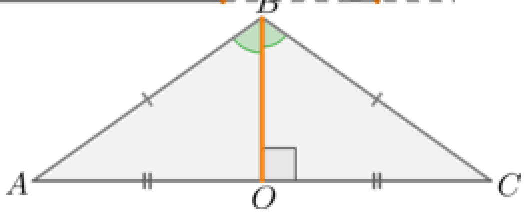
Ход занятия.

Организационный момент.

Объяснение материала (мини лекция)

Высота треугольника может упасть как на сторону, так и на ее продолжение. Второй случай возможен только если треугольник тупоугольный и высота проведена из вершины острого угла.
Все медианы треугольника пересекаются в одной точке.
Все высоты (или их продолжения) пересекаются в одной точке. Все биссектрисы пересекаются в одной точке.

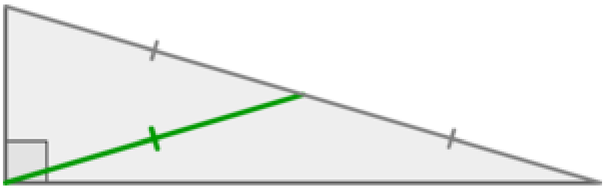




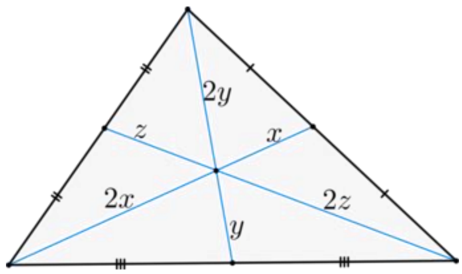
В равнобедренном треугольнике биссектриса, высота и медиана, проведенные к основанию, совпадают (отрезок BO). Обратно: если в треугольнике совпадают биссектриса и медиана (биссектриса и высота, высота и медиана), проведенные к одной стороне, то этот треугольник равнобедренный.

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы. Обратно: если медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то она проведена из вершины прямого угла.

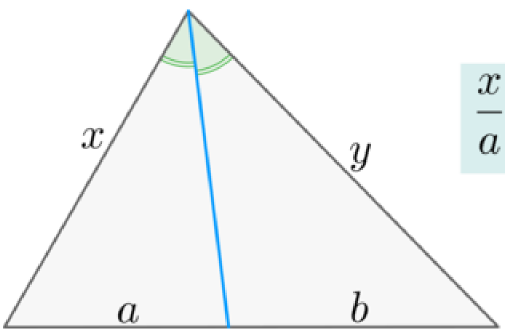
Следствие: прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, разбивает треугольник на два равнобедренных треугольника.



Медианы треугольника своей точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины.

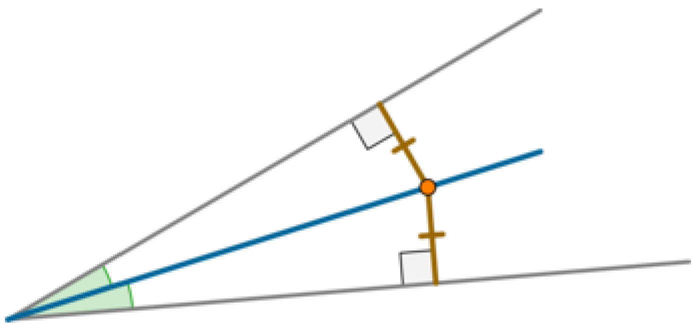


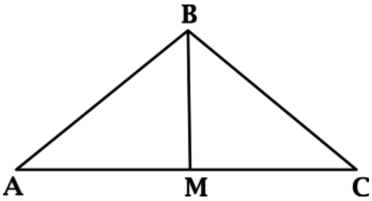
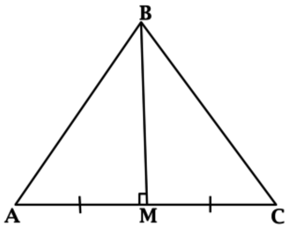
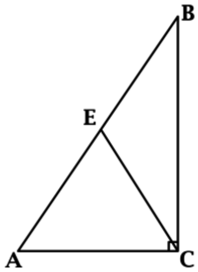
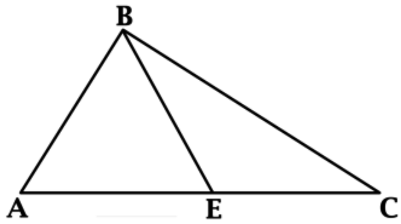
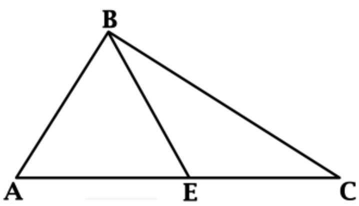
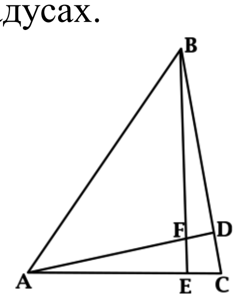
Биссектриса треугольника делит сторону, к которой она проведена, на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам. Обратно: если отрезок, проведенный из вершины треугольника к стороне, делит эту сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам, то это биссектриса.

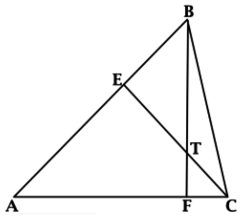
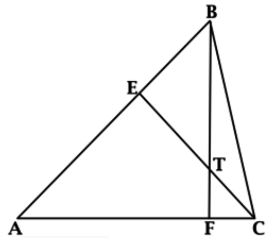
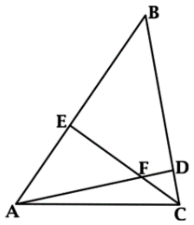
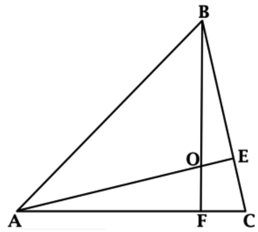
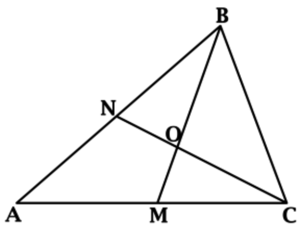
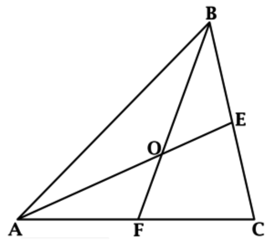
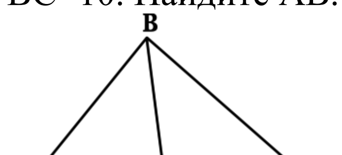
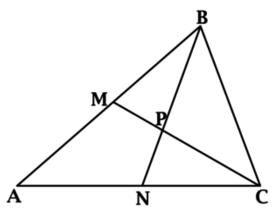


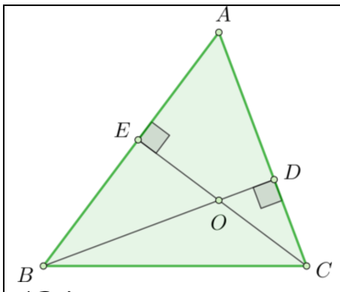
$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

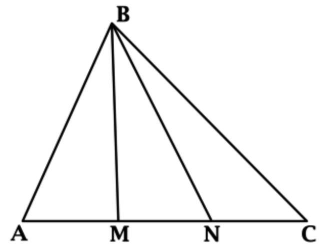
Если точка равноудалена от сторон угла, то она лежит на его биссектрисе. Обратно: каждая точка биссектрисы угла равноудалена от его сторон.

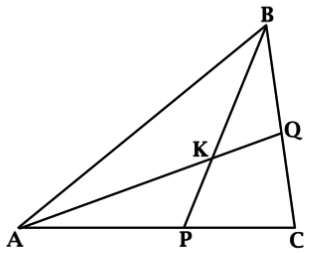


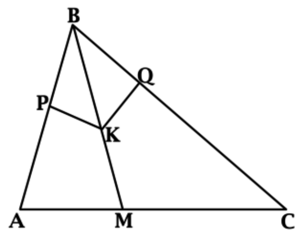
Устно: В треугольнике ABC: AB=BC, BM – биссектриса, AC=5. Найдите AM.  	Устно: В треугольнике ABC: BM – высота, причем AM=MC, ∠ABM=28°. Найдите ∠ABC. Ответ дайте в градусах. 
Устно: В треугольнике ABC: ∠C=90°, CE – медиана, ∠ACE=50°. Найдите ∠B. Ответ дайте в градусах.  40	Устно: В треугольнике ABC: ∠B=90°, BE – медиана, ∠CBE=25°. Найдите ∠AEB. Ответ дайте в градусах.  50
Устно: В треугольнике ABC: ∠B=90°, BE – медиана, ∠CBE=22°. Найдите ∠BAC. Ответ дайте в градусах.  68	В треугольнике ABC: AD и BE – высоты, пересекающиеся в точке F, ∠EFD=104°. Найдите ∠C. Ответ дайте в градусах.  76
В треугольнике ABC: CE и BF – высоты, пересекающиеся в точке T, ∠CTB=152°. Найдите ∠A. Ответ дайте в градусах.	В треугольнике ABC: CE и BF – высоты, пересекающиеся в точке T, ∠ETB=31°. Найдите ∠A. Ответ дайте в градусах.

 28	 31
В треугольнике ABC: ∠A=60°, ∠C=80∘, AD и CE – высоты, пересекающиеся в точке F. Найдите ∠EFD. Ответ дайте в градусах.  140	В треугольнике ABC: AE и BF – высоты, пересекающиеся в точке O, ∠FBC=19°. Найдите ∠FOE. Ответ дайте в градусах.  109
В треугольнике ABC: BM и CN – медианы, BM=CN, O – точка пересечения BM и CN, ∠OBC=36°. Найдите ∠BOC. Ответ дайте в градусах.  108	В треугольнике ABC: BF и AE – медианы, AE=BF, O – точка пересечения BF и AE, ∠FOE=147°. Найдите ∠ABO. Ответ дайте в градусах.  16,5
В треугольнике ABC: BM – биссектриса, причем AM=3, MC=5, BC=10. Найдите AB.  6	В треугольнике ABC: BN и CM – медианы, P – точка пересечения BN и CM, ∠PBC=35°, ∠BPC=110°, AB=4. Найдите NC.  2
Устно: В треугольнике ABC угол A равен 56°, углы B и C – острые. Высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.	Устно: В треугольнике ABC на стороне AC отмечены точки M и N так, что M – середина AN, а BN – медиана в треугольнике BMC. Во сколько раз AC длиннее, чем MN?

<table>
<tr>
<td>


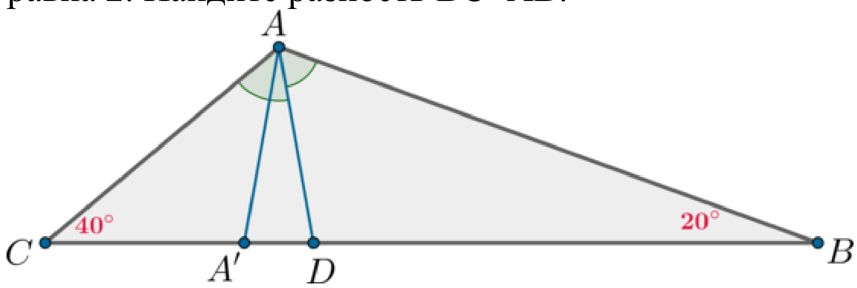
124
</td>
<td>


3
</td>
</tr>
<tr>
<td>
В треугольнике ABC: BP и AQ – биссектрисы, пересекающиеся в точке K, ∠C=75°. Найдите ∠PKQ. Ответ дайте в градусах.


127,5
</td>
<td>
В треугольнике ABC: BM – биссектриса, на сторонах AB и BC выбраны точки P и Q соответственно, причём перпендикуляр к AB, проходящий через точку P и перпендикуляр к BC, проходящий через точку Q, пересеклись в точке K, лежащей на биссектрисе BM. Найдите PK, если известно, что KQ=33.


33
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Найдите основание равнобедренного треугольника, если угол при основании равен 30°, а взятая внутри треугольника точка находится на одинаковом расстоянии, равном 3, от боковых сторон и на расстоянии $2\sqrt{3}$ от основания.
24.
</td>
<td>
В равнобедренном треугольнике ABC, в котором AB=BC=30,AC=48, найти расстояние между точкой пересечения медиан и точкой пересечения биссектрис.
2.
</td>
</tr>
</table>

В треугольнике ABC угол B равен 20°, угол C равен 40∘. Биссектриса AD равна 2. Найдите разность BC−AB.



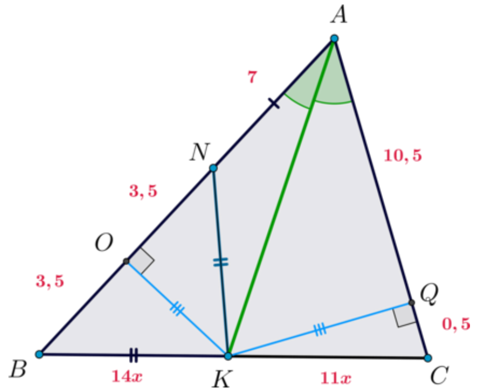
Угол между двумя высотами остроугольного треугольника ABC равен 60°, а точка пересечения высот делит одну из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.

В треугольнике ABC точка N – середина стороны AB, а точка K на стороне BC – основание биссектрисы, проведенной из вершины A. Оказалось, что KB=KN. Известно, что AC=11, AB =14.

1) Найдите длину стороны BC.

2) Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.

ЕГЭ 2020.



Разработка занятия № 2

Тема занятия: Вычисление элементов многоугольника с помощью тригонометрии. Задачи, решаемые методом площадей

Цели занятия:

Расширить круг задач, решаемых в курсе геометрии.

Развитие аргументированной речи, доказательного воспроизведения формулы суммы углов выпуклого многоугольника и суммы углов четырехугольника.

Развитие умственных операций (обобщение, сравнение, анализ, синтез) при решении задач с использованием определений многоугольника и его элементов, формулы суммы углов выпуклого многоугольника и суммы углов четырехугольника

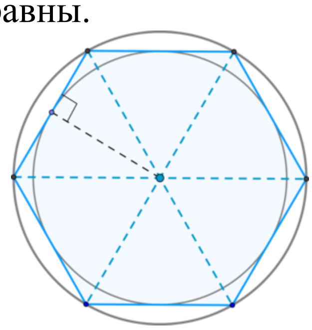
Ход занятия.

Организационный момент.

Объяснение материала (мини лекция)

Правильный шестиугольник - выпуклый шестиугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.

Каждый угол правильного шестиугольника равен 120°.



Около правильного шестиугольника можно описать окружность: ее радиус равен его стороне.

Большие диагонали правильного шестиугольника делят его на 6 равносторонних треугольников, у которых высота равна радиусу вписанной в правильный шестиугольник окружности.

- Центры вписанной и описанной около правильного шестиугольника окружностей есть точка пересечения больших диагоналей этого шестиугольника.
- Площадь правильного шестиугольника со стороной *a* равна

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$

90	К окружности, описанной около правильного шестиугольника ABCDEF, в точке A проведена касательная. Найдите угол между этой касательной и прямой AD. Ответ дайте в градусах.
4	Радиус вписанной в правильный шестиугольник окружности равен $\sqrt{12}$. Найдите радиус описанной около этого шестиугольника окружности.
24	Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.
1,5	Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.
2	Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.
8	Площадь правильного шестиугольника равна $24\sqrt{3}$. Найдите длину его большей диагонали.
8	Около правильного шестиугольника ABCDEF описана окружность с центром в точке O. Расстояние от точки O до одной из его сторон равно $4\sqrt{3}$. Найдите радиус этой окружности.
4,5	Сторона правильного шестиугольника ABCDEF равна $\sqrt[4]{3}$. Найдите его площадь.
18	Найдите расстояние между двумя параллельными сторонами правильного шестиугольника со стороной $\sqrt{108}$.
6	Около правильного шестиугольника ABCDEF описана окружность с центром в точке O. Во сколько раз площадь этого шестиугольника больше площади треугольника AOK, где K – середина стороны BC.
3,5	Около правильного шестиугольника ABCDEF описана окружность с центром в точке O. Найдите большую сторону треугольника AOK, где K – середина стороны BC=$\sqrt{7}$ шестиугольника ABCDEF.

Подобие треугольников.

Треугольники подобны, если их углы равны, а сходственные стороны (лежащие напротив равных углов) относятся друг к другу с одним и тем же коэффициентом k (пропорциональны).

- Признаки подобия:

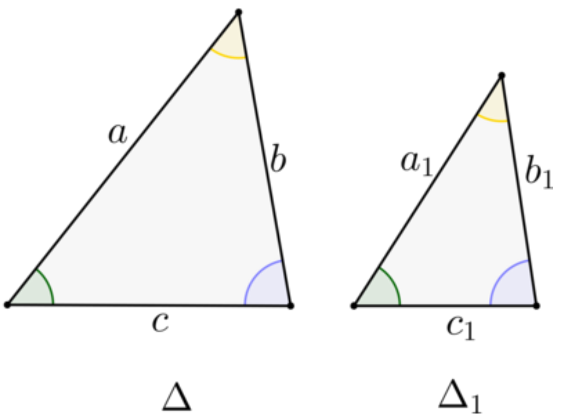
1. Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника.
2. Три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника.
3. Две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого, а углы между этими сторонами равны.

- Площади подобных треугольников относятся как k^2, а периметры – как k.

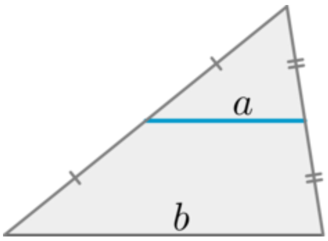
$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k$$

$$\frac{P_\Delta}{P_{\Delta_1}} = k$$

$$\frac{S_\Delta}{S_{\Delta_1}} = k^2$$

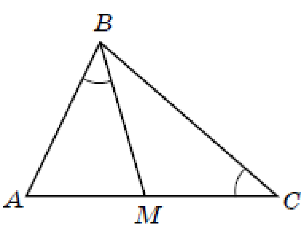


Средняя линия треугольника – отрезок, соединяющий середины двух сторон. Она равна половине третьей стороны.

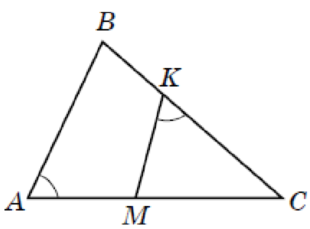


$$a = \frac{1}{2} b$$

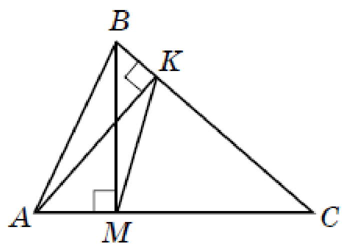
Пары подобных треугольников, встречающиеся довольно часто.



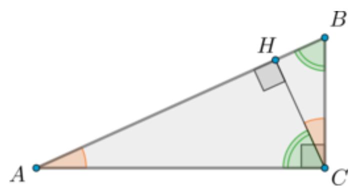
$\Delta ABC \sim \Delta AMB$

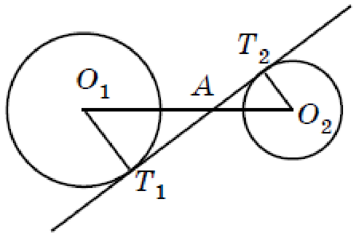


$\Delta ABC \sim \Delta KMC$

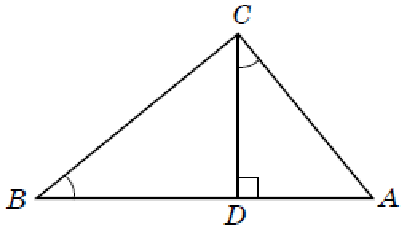


$\Delta ABC \sim \Delta KMC,\ k = \cos C$





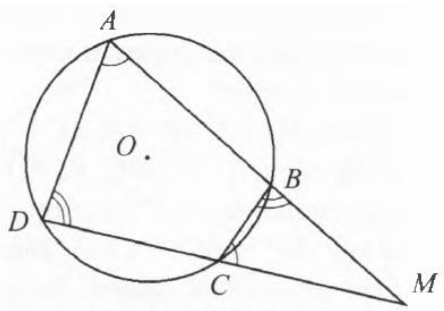
$\Delta O_1T_1A \sim \Delta O_2T_2A$



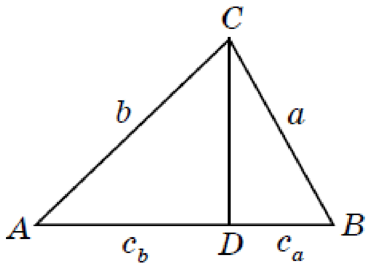
$\Delta ABC \sim \Delta ACD \sim \Delta CBD$

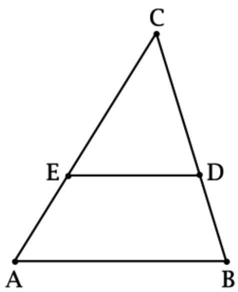
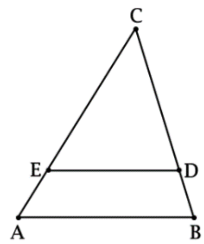
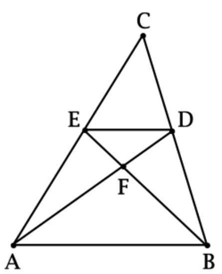
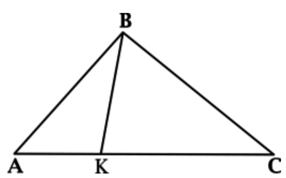
$$c^2 = a^2 + b^2;$$
$$a^2 = c \cdot c_a;$$
$$b^2 = c \cdot c_b;$$
$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c_a}{c_b};$$
$$CD = \sqrt{c_a \cdot c_b} = \frac{ab}{c}.$$

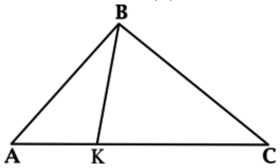
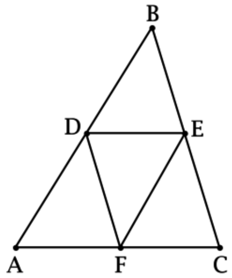
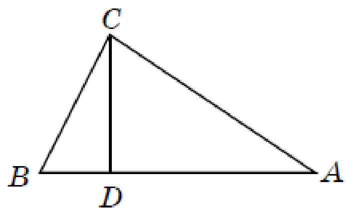
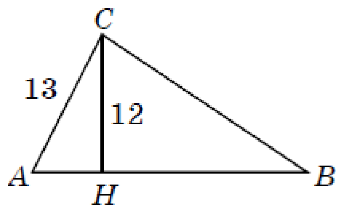
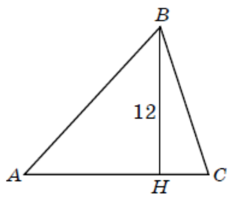
△ABC~△AHC~△BHC



$\Delta BMC \sim \Delta DMA$



<table>
<tr>
<td>Точка E лежит на стороне AC треугольника ABC, причём $\frac{EC}{AE} = 2$. Точка D лежит на BC, причём ED‖AB. Найдите AB, если $ED = \frac{4}{3}$.

2</td>
<td>Точка E лежит на стороне AC треугольника ABC, причём $\frac{EC}{AE} = 3$. Точка D лежит на BC, причём $\frac{CD}{CB} = 0{,}75$ Найдите ∠CED − ∠CAB. Ответ дайте в градусах.

0</td>
</tr>
<tr>
<td>F – точка пересечения AD и BE – медиан треугольника ABC. Известно, что S_{ABF}=1. Найдите S_{DEF}.

0, 25</td>
<td>Отрезок BK соединяет вершину B треугольника ABC с точкой на противоположной стороне, причем ∠AKB=∠B. При этом известно, что BK=10, AB=12, AC=18. Найдите BC.

15</td>
</tr>
<tr>
<td>Отрезок BK соединяет вершину B треугольника ABC с точкой на противоположной стороне. При этом известно, что ∠AKB=105°, AB=12, AC=24,</td>
<td>На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC лежат точки D, E и F соответственно. Известно, что</td>
</tr>
</table>

AK=6. Найдите ∠ABC. Ответ дайте в градусах.  105	$\frac{DF}{BC}=0,5$, AC=2·DE, AB−EF=EF ∠DEF=61°, ∠EFD=55°. Найдите ∠C. Ответ дайте в градусах.  64
В прямоугольном треугольнике один катет равен 15, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16. Найдите площадь круга, описанного около этого треугольника. Ответ: $\frac{625\pi}{4}$.  	Один из катетов прямоугольного треугольника равен 13, а высота, опущенная на гипотенузу, равна 12. Найдите площадь этого треугольника.  Ответ: 202,8.
Пример 6. (ЕГЭ) Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC, если его высота BH равна 12 и известно, что $\sin A=\frac{12}{13}$, $\sin C=\frac{4}{5}$.  Ответ: 4.	

Разработка занятия № 6

Тема занятия: Графики функций. Параболы. Гиперболы.

Цели занятия:

Углубление знаний в области понятия «график функции»;

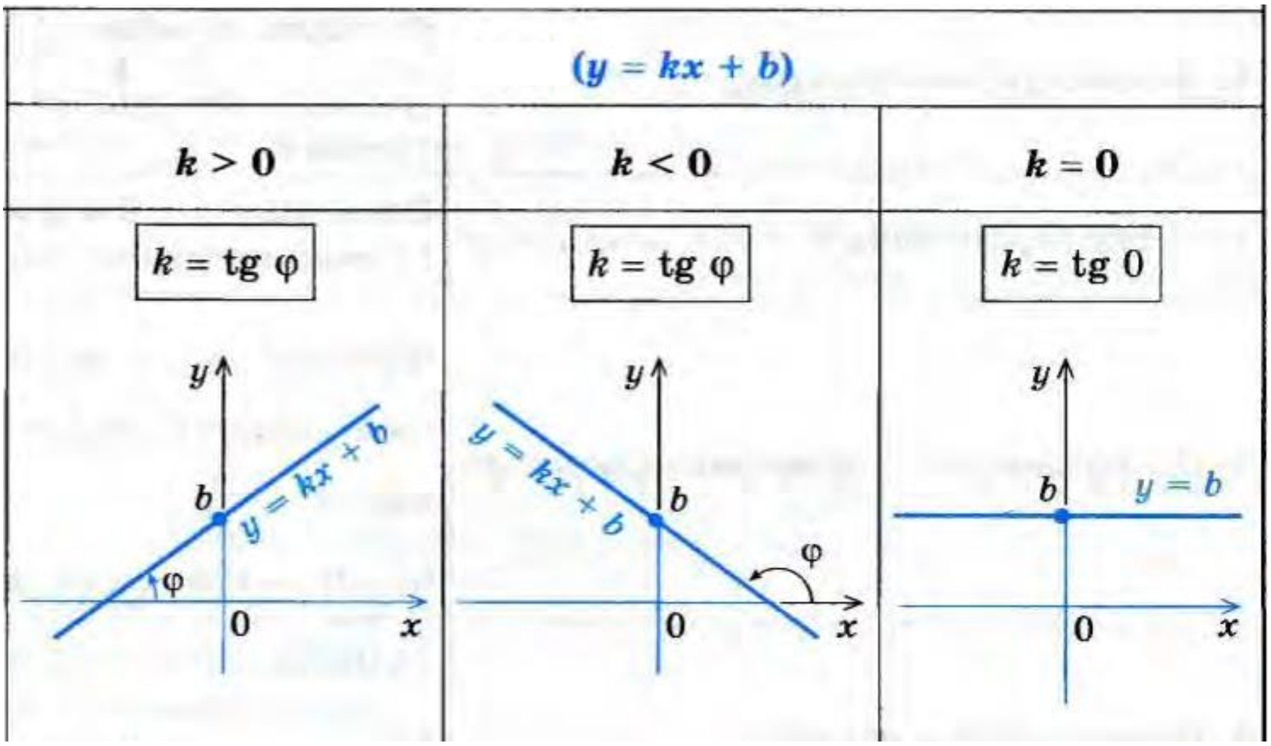
Отработка умений строить графики функций и читать их;

Умение определять по графику соответствующие значения аргумента и функции.

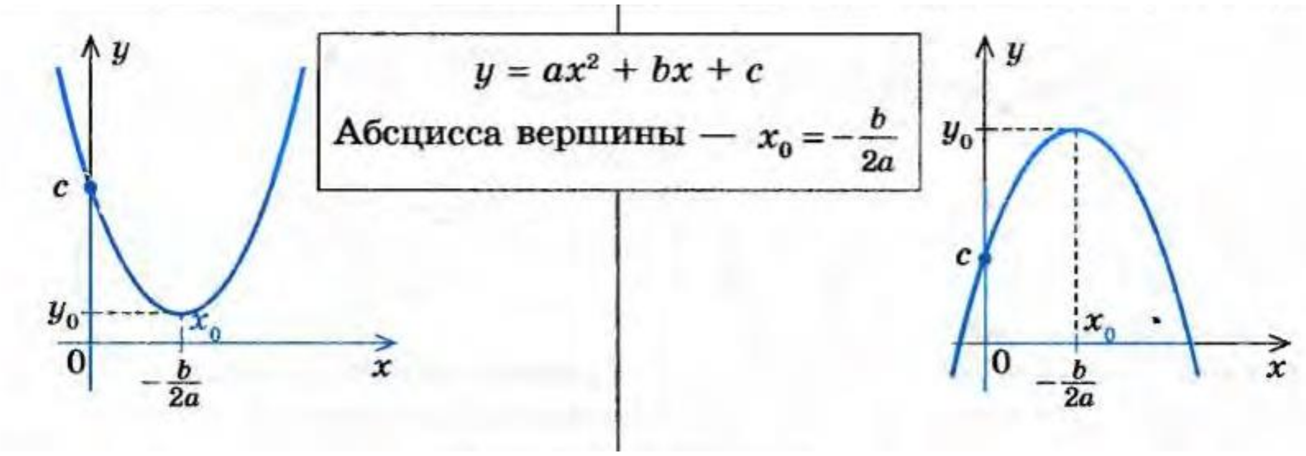
Ход занятия.

Организационный момент.

Объяснение материала (мини лекция)
Линейная функция.



Квадратичная функция.



	В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?	В одном классе — 22 девочки, в другом — 3 девочки и 20 мальчиков.
	Компания изготавливает и продает изделия. Если одно изделие стоит 2000 рублей, то реализуется 1000 штук изделий. При снижении средней цены одного изделия на 50 рублей объемы реализации возрастают на 50 штук. При какой цене фирма получит максимальный доход и каково его значение?	1500 рублей, 2250000 рублей

	Два велосипедиста равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку этих дорог. Один из них движется со скоростью 40 км/ч и находится на расстоянии 5 км от перекрестка, второй движется со скоростью 30 км/ч и находится на расстоянии 3 км от перекрестка. через сколько минут расстояние между велосипедистами станет наименьшим? Каково будет это наименьшее расстояние.	$6\frac{24}{25}$ мин, $\frac{3}{5}$ км.
	В бассейн проведены три трубы. Первая труба наливает 30 м^3 воды в час. Вторая труба наливает в час на $3V$ м^3 меньше, чем первая ($0 < V < 10$), а третья труба наливает в час на $10V$ м^3 больше первой. Сначала первая и вторая трубы, работая вместе, наливают 30% бассейна, а затем все три трубы, работая вместе, наливают оставшиеся 0,7 бассейна. При каком значении V бассейн быстрее всего наполнится указанным способом?	$\frac{25}{7}$.
	В январе 2014 года процентная ставка по депозитам в банке составила x% годовых, а в январе 2015 года – y% годовых. Вкладчик положил на счет в этом банке в январе 2014 года некоторую сумму денег. В январе 2015 года, спустя год после открытия счета, он снял со счета пятую часть от той суммы, которую положил в 2014 году. Найдите значение x, при котором сумма на счете в январе 2016 года будет наибольшей, если известно, что x+y=30.	25
	Часть денег от суммы 400 млн. рублей размещена в банке под 12% годовых, а другая часть инвестирована в производство, причем через год эффективность вложения ожидается в размере 250% (то есть вложенная сумма x млн. рублей оборачивается в капитал 2,5x млн. рублей), затем отчисляются деньги на издержки, которые задаются квадратичной зависимостью $0{,}0022x^2$ млн. рублей. Разность между капиталом и издержками в производстве облагается налогом в 20%. Как распределить капитал между банком и производством, чтобы через год получить общую максимальную прибыль от размещения в банк и вложения денег в производство? Сколько млн. рублей составит эта прибыль?	В банк 150 млн. рублей, в производство 250 млн. рублей. Прибыль составит 158 млн. рублей.
	Строительство нового завода стоит 76 млн. рублей. Затраты на производство x тысяч единиц продукции на таком заводе равны $Z=0{,}5x^2+3x+13$ млн. рублей в год. Если продукцию завода продать по цене q тысяч рублей за единицу, то прибыль в млн. рублей за один год составит $qx-Z$. Когда завод будет построен, планируется выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении q строительство завода окупится не более, чем за 4 года?	11

	Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производст x тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0,5x^2+x+9$ млн рубл в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px-\left(0,5x^2+x+9\right.$ Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в так количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьш значении p строительство завода окупится не более чем за 5 лет?	9
	Строительство нового завода стоит 122 млн рублей. Затраты на производств x тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0,5x^2-2x+10$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, т прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px-\left(0,5x^2-2x+10\right)$ Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 4 года?	7
1	Андрей владеет двумя заводами. Если на заводе рабочие суммарно трудятся t^2 часов в неделю, то они производят t товаров. Заработная плата рабочего за час работы на первом заводе составляет 200 рублей, а на втором – 300 рублей. Андрей хочет выделять на заработную плату рабочим в неделю 2,7 млн. рублей и при этом получать наибольшее количество произведенных товаров. Определите, сколько в этом случае должно быть произведено товаров на каждом заводе.	60 и 90
1	На двух заводах выпускают одинаковую продукцию. Известно, что если на первом заводе рабочие суммарно трудятся t^2 часов в день, то завод выпускает t единиц продукции. Если на втором заводе рабочие суммарно трудятся t^2 часов в день, то завод выпускает 2t единиц продукции. Заработная плата на обоих заводах для одного рабочего составляет 300 рублей в час. Определите, какое наибольшее количество товаров могут выпустить в день оба завода, если на зарплату в день рабочим выделяется 2166000 рублей.	190
1	Страховой фонд владеет акциями, стоимость которых равна t^2 тыс. рублей в конце каждого года t (t=1;2;...). Фонд может продать все акции в конце некоторого года и положить все вырученные с продажи средства на счет в банке. Известно, что тогда в конце каждого следующего года банк будет увеличивать сумму, находящую на счете, в r раз, где r – некоторое положительное большее единицы число. Оказалось, что если фонд продаст все акции и вложит деньги в банк именно в конце 21-ого года, то в конце 25-ого года он получит наибольшую из возможных прибыль. Определите, какие при этом значения может принимать число r.	$\left(\frac{484}{441};\frac{441}{400}\right)$

Разработка занятия № 4

Тема занятия: Окружность. Важные теоремы, связанные с углами. Важные теоремы, связанные с длинами отрезков.

Цели занятия:

Систематизация знаний по теме «Окружность»;

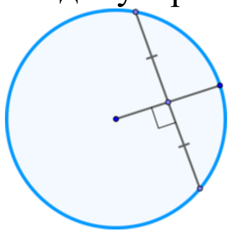
Обобщить и закрепить имеющиеся знания о углах и длинах отрезков, продемонстрировать прикладной характер геометрии;

Ход занятия.

Организационный момент.

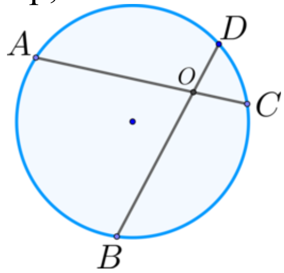
Объяснение материала (мини лекция)

Если радиус перпендикулярен хорде, то он делит ее пополам;

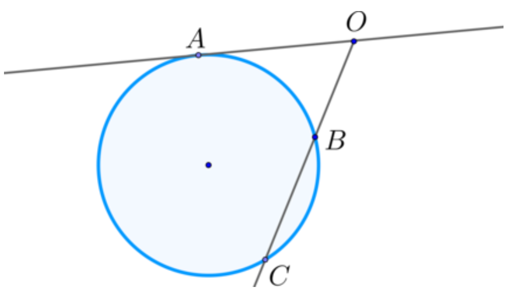


Если вписанный угол – прямой, то он опирается на диаметр;

Произведения отрезков хорд равны; AO·OC=BO·OD

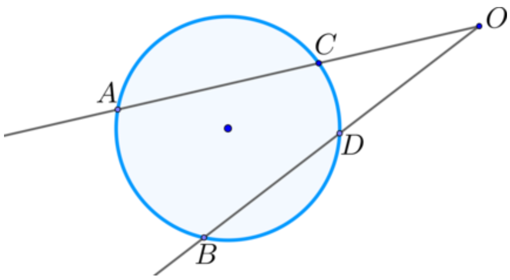


Квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть;



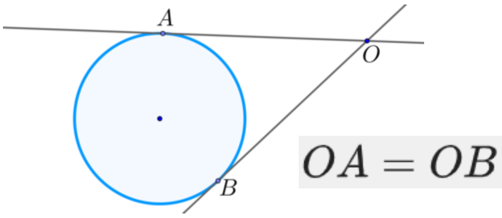
$$OA^2 = OB \cdot OC$$

Произведения двух секущих, проведенных из одной точки вне окружности, на их внешние части одинаковы;

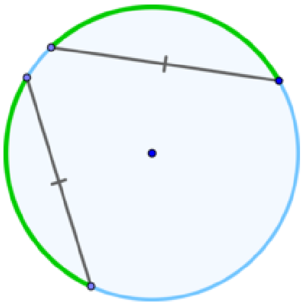


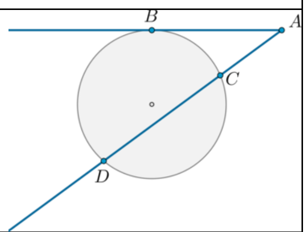
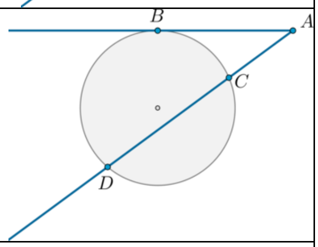
$$OA \cdot OC = OB \cdot OD$$

Отрезки касательных, проведенных из одной точки, равны;



Если хорды отсекают от окружности равные дуги (меньшие полуокружности), то такие хорды равны.

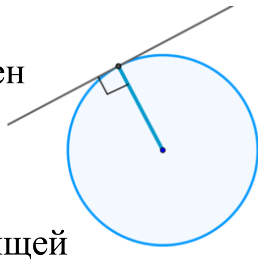


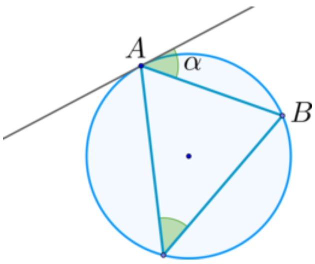
8	Хорды AB и CD пересекаются в точке P, причём AP=6, PB=4, PC=3. Найдите PD.
15	Из точки A вне окружности проведена касательная AB и секущая AD, как показано на картинке. Найдите длину отрезка CD, если AC=5, а длина отрезка касательной равна 10. 
4	Из точки A вне окружности проведена касательная AB и секущая AD, как показано на картинке. Найдите длину отрезка AC, если CD=14, а AB=$6\sqrt{2}$. 
5	В треугольнике ABC: ∠C=90°, AB=10, CO – медиана. Найдите длину CO.
0,2	Дана окружность с центром в точке O и радиусом R. Её хорды AB и CD пересекаются в точке K. Известно, что AK=KB, CK=AB. Найдите KD:CD.
2	Луч PA касается окружности в точке A, а луч PC пересекает эту окружность в точках B и C. При этом PA=4, PC=8. Найдите PB.
14	Из некоторой точки C на окружности к диаметру AB проведен перпендикуляр CH, причем H разделила диаметр на отрезки длиной 28 и 7, считая от точки A. Найдите длину отрезка CH.
7	Точки B, C, D и E угла CAE лежат на окружности, причём точка B лежит на AC, AB=3, AC=6, AD=2. Найдите DE.
5	AB – хорда окружности с центром в точке O. При этом AB=10. Какую наименьшую длину может иметь радиус R такой окружности, если известно, что AB>1,5R?

61	AC касается окружности в точке C, AB касается окружности в точке B, ∠CAB=58°. Найдите ∠ACB. Ответ дайте в градусах.
48	Диаметр AA_1 окружности пересекает хорду BB_1 под прямым углом в точке C, причем делится этой точкой на отрезки длиной 18 и 32, считая от точки A. Найдите BB_1.
54	Точки B и D треугольника QBD лежат на окружности с центром в точке O, C – вторая точка пересечения QD с окружностью, A – вторая точка пересечения QB с окружностью. Известно, что QA=QC, дуги CD и AB равны, ∠QBD=63°. Найдите ∠BQD. Ответ дайте в градусах.
74	Из точки A вне окружности проведены две касательные AB и AC. Через произвольную точку X на окружности проведена касательная к окружности, пересекающая AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите угол MON, если ∠BAC=32°. Ответ дайте в градусах.
20	Из точки A вне окружности проведены две касательные AB и AC (где B, C – точки касания). Через произвольную точку X на окружности проведена касательная к окружности, пересекающая AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите периметр треугольника AMN, если AB=10.
3	В треугольнике ABC известно, что AB=2BC, ∠BAC=30°. Найдите $\frac{AC^2}{BC^2}$ Если задача допускает несколько ответов – запишите полусумму наименьшего и наибольшего из них.

Окружность. Теоремы, связанные с углами.

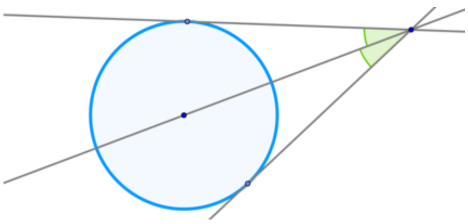
Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.





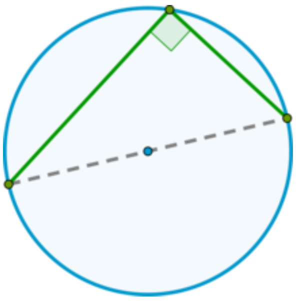
Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, равен половине дуги, заключенной между ними.

Прямая, проходящая через точку вне окружности и центр окружности, является биссектрисой угла, образованного касательными, проведенными из этой точки к окружности.

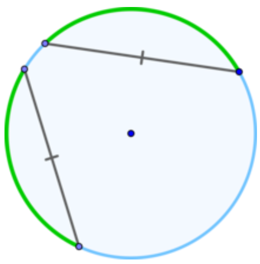


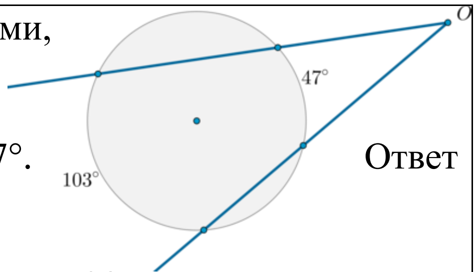
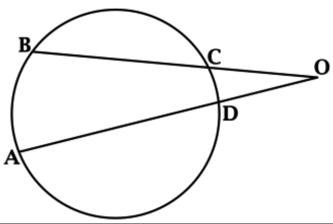
Если радиус делит хорду пополам, то он ей перпендикулярен.

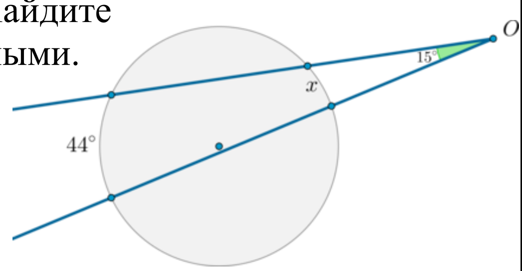
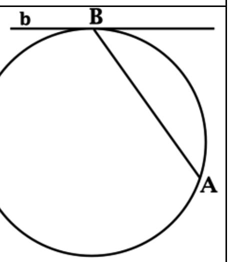
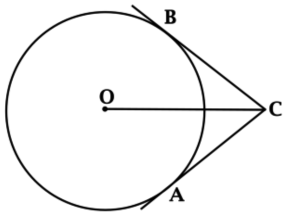
Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90°.

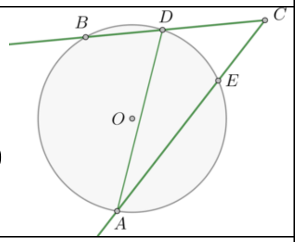
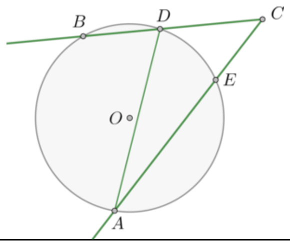
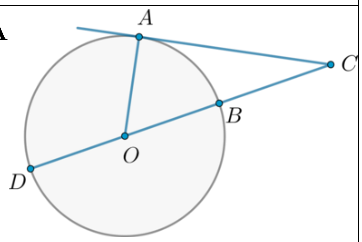


Дуги (меньшие полуокружности), отсекаемые равными хордами, равны между собой.



	Найдите угол между двумя секущими, проведенными к окружности из точки O вне окружности, если дуги, заключенные между этими секущими, равны 103° и 47°. Ответ дайте в градусах.  Ответ: 28
	Точки A, B, C и D угла AOB лежат на окружности. Дуга AB, заключённая внутри этого угла, равна 65°, а дуга CD, заключённая внутри этого угла, равна 22°. Найдите величину угла AOB. Ответ дайте в градусах. 

	Ответ: 21,5
	Из точки O вне окружности проведены две прямые, пересекающие окружность. Большая дуга, образованная этими прямыми, равна 44° а угол между прямыми равен 15°. Найдите другую дугу, образованную этими прямыми. Ответ дайте в градусах.  Ответ: 14
	Прямая b касается окружности в точке B и образует с хордой AB угол, равный 55°. Найдите градусную меру дуги AB, которая меньше полуокружности. Ответ дайте в градусах.  Ответ: 110
	AC и BC касаются окружности с центром O. ∠OCB=40°. Найдите ∠ACB. Ответ дайте в градусах.  Ответ: 80
	Угол между двумя секущими, проведенными к окружности из точки O вне окружности, равен 20°. Найдите большую дугу, заключенную между секущими, если сумма градусных мер обеих дуг, заключенных между секущими, равна 100°. Ответ дайте в градусах. Ответ: 70
	Прямая AB касается окружности в точке A. На окружности отмечена точка C так, что CB⊥AB и CB=AB. Найдите центральный угол, опирающийся на меньшую дугу AC. Ответ дайте в градусах. Ответ: 90
	Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB, равный 112°. Найдите величину меньшей дуги AB, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах. Ответ: 68
	Хорды AC и BD пересекаются в точке O′. Дуга AB, заключённая внутри угла AO′B, равна 60°, а дуга CD, заключённая внутри угла CO′D,

	равна 16°. Найдите ∠AO′B. Ответ дайте в градусах Ответ: 38
	Угол ACB равен 42°. Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точки D и E, равна 124°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах. Ответ: 20 
	Найдите угол ACB, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38°. Ответ дайте в градусах. Ответ: 40 
	Угол ACO равен 24°. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Найдите градусную меру дуги AD, заключенной внутри этого угла, где B и D – точки пересечения секущей CO с окружностью. Ответ дайте в градусах.  Ответ: 114

Разработка занятия № 16 (резерв)

Тема занятия: Задачи с экономическим содержанием. Аннуитетные платежи.

Цели занятия:

Формирование практических навыков при решении практико-ориентированных задач;

Систематизировать знания и умения по решению практико ориентированных задач;

Развить умение работать с информацией.

Ход занятия.

Организационный момент.

Объяснение материала (мини лекция)

Аннуитетный платеж – это такая система выплат, при которой кредит выплачивается раз в год (месяц) **равными платежами**. При этом каждый год (месяц) до внесения платежа банк начисляет на оставшуюся часть долга некоторый процент, то есть оставшаяся сумма долга увеличивается на это количество процентов.

Пусть, например, клиент взял 2,1 млн рублей в банке под 10% годовых и должен погасить кредит через 2 года. Для того, чтобы понять, сколько рублей должен составлять его ежегодный платеж *x*, можно составить таблицу:

Год	Сумма долга до начисления %	Сумма долга после начисления %	Сумма долга после платежа
1	$2,1$	$2,1 \cdot 0,01(100+10) = 1,1 \cdot 2,1$	$1,1 \cdot 2,1 - x$
2	$1,1 \cdot 2,1 - x$	$(1,1 \cdot 2,1 - x) \cdot 0,01(100+10)$	$1,1(1,1 \cdot 2,1 - x) - x$

Т.к. в конце второго года кредит должен быть выплачен полностью, то это значит, что долг банку на конец второго года равен нулю. То есть
$1,1(1,1 \cdot 2,1 - x) - x = 0 \Leftrightarrow 1,1^2 \cdot 2,1 - x(1,1+1) = 0$

Отсюда находим ежегодный платеж *x* = 1,21 млн рублей.

Практическая работа

Екатерина взяла кредит в банке на сумму 680000 рублей, которую ей не хватало для покупки квартиры. Кредит она решила взять 1 марта на 2 месяца на следующих условиях: – 17-ого числа каждого месяца, начиная с марта, долг увеличивается на 12,5% по сравнению с долгом на начало текущего месяца; – в период с 18-ого по 30-ые числа Екатерина должна выплатить часть долга одним платежом, причем ежемесячные платежи одинаковы. Сколько рублей составила переплата Екатерины по данному кредиту?
В банке был взял кредит на некоторую сумму денег на 3 года. Кредит необходимо выплачивать равными платежами раз в год, причем известно, что каждый год перед выплатой текущая сумма долга увеличивается на четверть. Найдите, сколько процентов от тела кредита составит переплата по такому кредиту. В случае необходимости ответ округлите до целого числа.
Банк выдает кредит сроком на 4 года под 25% годовых. Вычислите, на сколько процентов переплата по такому кредиту превышает платеж, если гасить кредит нужно равными ежегодными выплатами.
Банк “Европа” предлагает потребительский кредит на сумму 664200 рублей

под 25% годовых при условии, что кредит нужно выплачивать в течение четырех лет равными ежегодными платежами. Сколько рублей должен вносить клиент каждый год в счет погашения кредита, если согласится на условия банка?
Василий взял кредит в банке на некоторую сумму под 12,5% годовых. Кредит он должен выплачивать в течение четырех лет одинаковыми ежегодными платежами. Сколько рублей составлял ежегодный платеж Василия, если в итоге его переплата составила 65240 рублей.
Для покупки квартиры Алексею не хватало 1209600 рублей, поэтому в январе 2015 года он решил взять в банке кредит под 10% годовых на 2 года. Условия пользования кредитом таковы: – раз в год 15 декабря банк начисляет на оставшуюся сумму долга проценты (т.е. долг увеличивается на 10%); – в период с 16 по 31 декабря Алексей обязан перевести в банк некоторую сумму x рублей (сделать платеж). Какова должна быть сумма x, чтобы Алексей выплатил долг равными платежами?
Леонид брал кредит в банке сроком на 6 лет под 50% годовых. После того, как кредит был выплачен, оказалось, что переплата по кредиту составила 3044000 рублей. Сколько тысяч рублей каждый год вносил Леонид в счет погашения кредита, если известно, что кредит был выплачен аннуитетными платежами?
Банк “Дрынькофф” предлагает кредит на 3 года на покупку машины стоимостью 546000 рублей на следующих условиях: – раз в год банк начисляет на остаток долга 20%; – после начисления процентов клиент обязан внести некоторую сумму в счет погашения части долга; – выплачивать кредит необходимо равными ежегодными платежами. Сколько рублей составит переплата по такому кредиту?
В июле планируется взять кредит на сумму 69510 рублей. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга. На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

Приложение 1

ПОЛОЖЕНИЕ
о межшкольном факультативе «Математическая школа»

1. Общие положения

1.1. Настоящее Положение определяет цели и задачи межшкольного факультатива «Математическая школа» (далее - факультатив), основные требования к организации образовательного процесса и требования к управлению факультатива.

1.2. Факультатив создается на базе образовательной организации муниципального образования (нескольких организаций), назначенных приказом Управления образования.

1.3. Факультатив действует в течение учебного года (с 01 октября по 30 мая).

1.4.Обучение в факультативе для обучающихся бесплатное.

1.5. Деятельность факультатива финансируется за счет учебных часов учебного плана образовательной организации, на базе которой организована работа факультатива.

1.6. Факультатив осуществляет свою деятельность на основании настоящего Положения.

2. Цель и задачи факультатива

2.1.Основной целью факультатива является удовлетворение образовательных запросов учащихся, создание благоприятных условий для развития интеллектуального потенциала личности.

2.2.Основными задачами факультатива являются:

- расширение и углубление знаний учащихся по математике в соответствии со способностями и склонностями, повышение активности их познавательной деятельности;
- совершенствование системы выявления и поддержки талантливых детей по математике;
- повышение результативности единого государственного экзамена по математике.

3. Основные требования к организации образовательного процесса

3.1. К работе факультатива привлекаются учащиеся 8-11 классов общеобразовательных организаций муниципального образования Курганинский район.

3.2. Общеобразовательные организации проводят отбор участников факультатива из числа способных детей с учетом интеллектуального и креативного потенциала. Руководители общеобразовательных организаций направляют списки участников факультатива в Управление образования МО. Руководителем факультатива проводится отбор участников по результатам диагностической работы. Списочный состав определяется до 29 сентября текущего года по согласованию с управлением образования и утверждается приказом начальника управления образования.

3.3. Комплектование групп проводится 30 сентября. Наполняемость групп для проведения занятий - не более 25 человек.

3.4.Зачисление обучающихся в факультатив производится по заявлению родителей на имя руководителя образовательной организации, на базе которой организована работа факультатива.

3.5.Начало занятий - 1 октября. Окончание занятий - 30 мая текущего года.

3.6.Занятия проводятся в соответствии с программой факультатива.

3.7. Программы факультативов разрабатываются преподавателем на текущий учебный год в соответствии с учебными программами для образовательных организаций и утверждаются в установленном порядке.

3.8. Расписание занятий на неделю составляется с учетом рационального использования свободного времени и занятости учащихся в образовательных организациях, возрастных особенностей и санитарно-гигиенических норм.

3.9. С разрешения педагогов факультатива на занятиях могут присутствовать педагогические работники других образовательных организаций.

3.10.Организация работы факультатива должна соответствовать правилам техники безопасности и требованиям СанПиНа.

4. Требования к управлению факультатива.

4.1. Для работы факультатива издается приказ по управлению образования.

4.2. Деятельность факультатива организует его руководитель. К работе в факультативе привлекаются педагогические работники образовательной организации, а также могут быть привлечены педагоги других образовательных организаций.

4.3 .Руководитель и преподаватели факультатива назначаются начальником управления образования.

4.4. Руководитель факультатива:

- проводит набор педагогических работников для работы в факультативе;
- составляет расписание учебных занятий;
- контролирует качество обучения на факультативе;
- организует создание оптимальных санитарно-гигиенических условий для образовательного процесса;
- несет ответственность за жизнь и здоровье обучающихся во время учебных занятий.

4.5. Педагогические работники факультатива:

- планируют и организуют образовательный процесс факультатива;
- несут ответственность за качество и эффективность работы, за жизнь и безопасность учащихся.

4.6. Контроль за деятельностью факультатива осуществляет специалист управления образования, координацию деятельности и методическое сопровождение осуществляет муниципальное казенное учреждение «Районный информационно-методический центр».