Геометрический смысл производной. Задание №8 профильного ЕГЭ по математике.

Чалова Наталья Геннадьевна,
учитель математики МБОУ СОШ №3
им. А. Верещагиной г. Туапсе

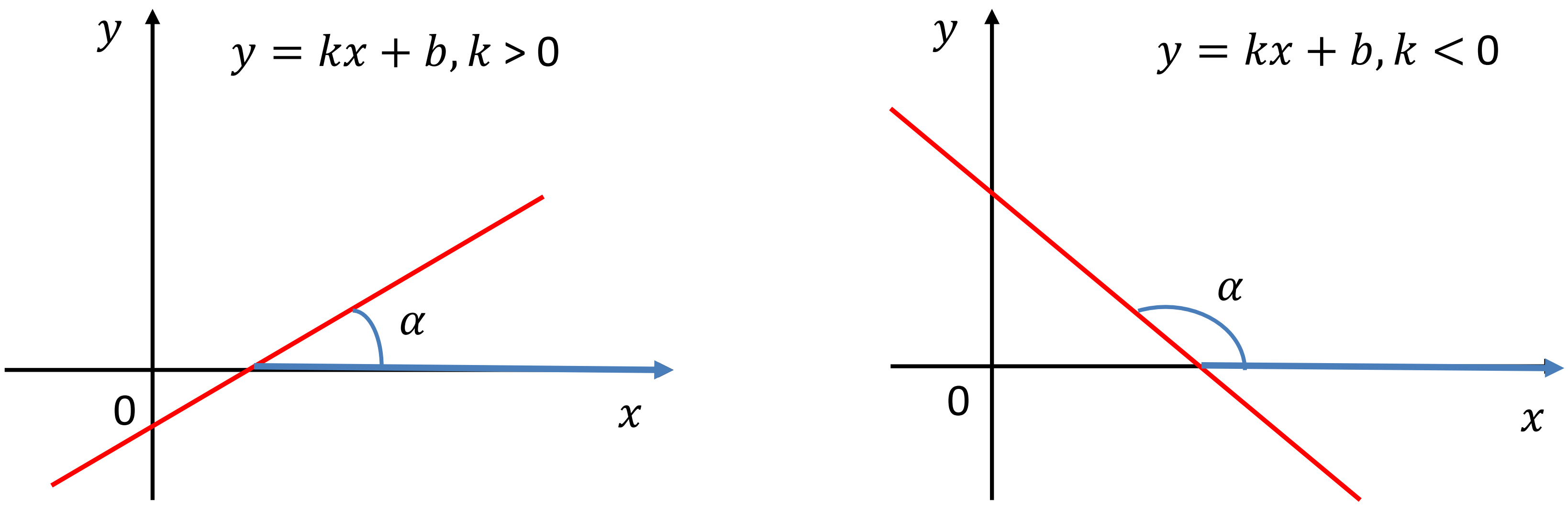
ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

$y = kx + b$ – линейная функция.

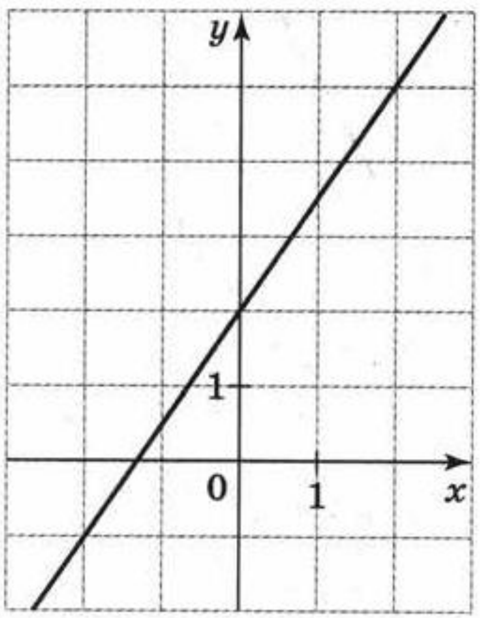
График - прямая

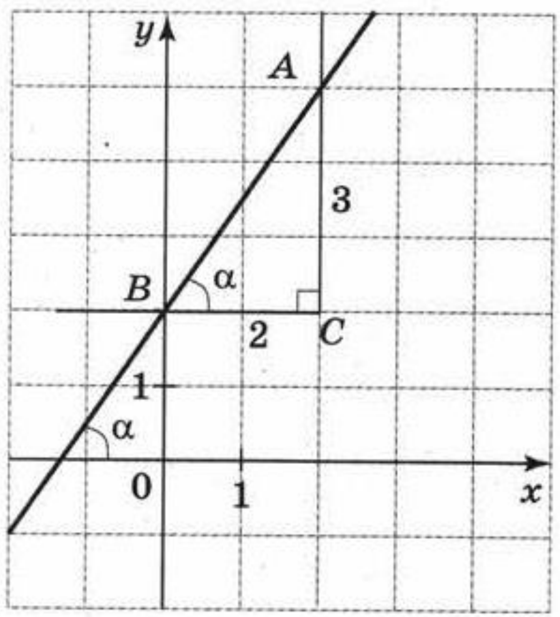
$k = \operatorname{tg}\alpha$ – угловой коэффициент

α – угол между этой прямой и положительным направлением оси $0x$



Найдите угловой коэффициент прямой, изображённой на рисунке

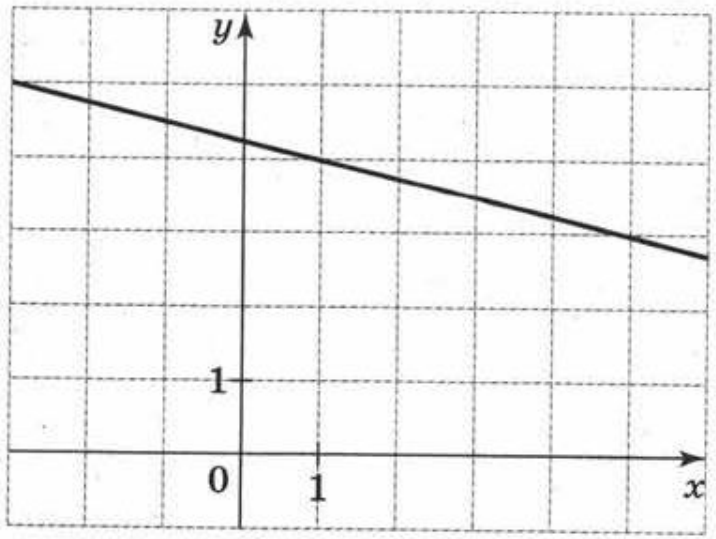


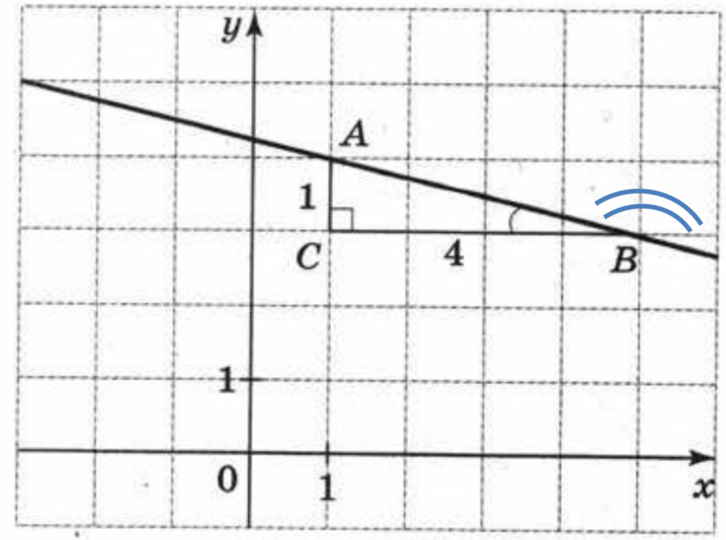


$$k = \operatorname{tg}\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

1 , 5

Найдите угловой коэффициент прямой, изображённой на рисунке





$$k = -\text{tg}\ \angle ABC$$

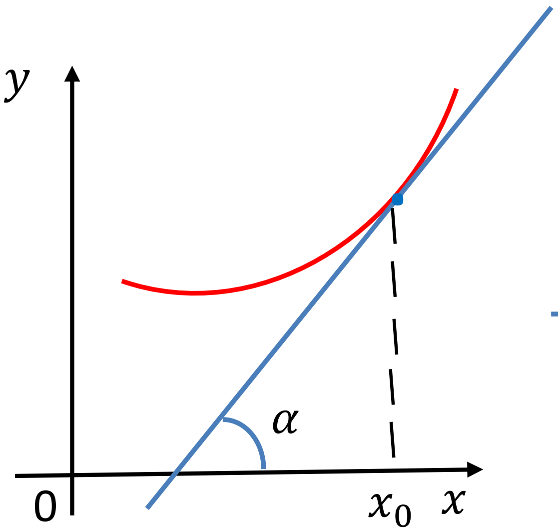
$$\text{tg}\angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$k = -0{,}25$$

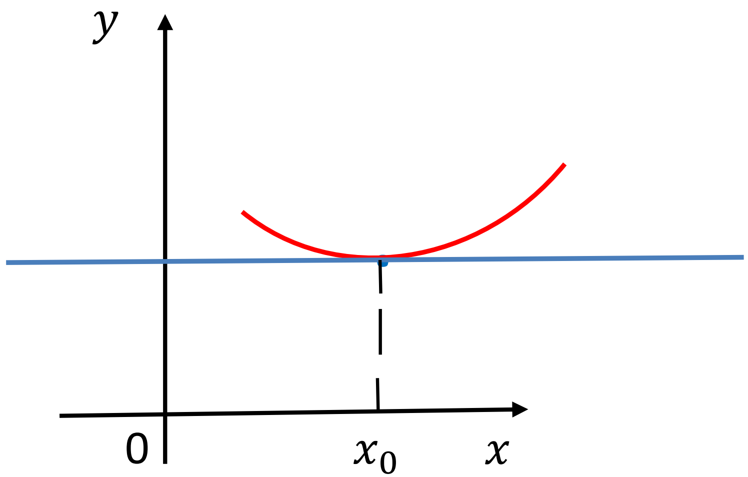
-	0	,	2	5

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

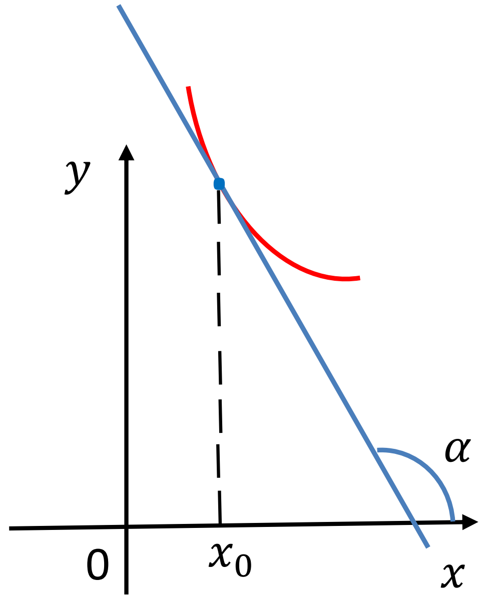
Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции f(x) в точке x_0 равно угловому коэффициенту *(тангенсу угла наклона)* касательной к графику функции в точке (x_0 ; f(x_0))



$f'(x_0)$ = tg α > 0



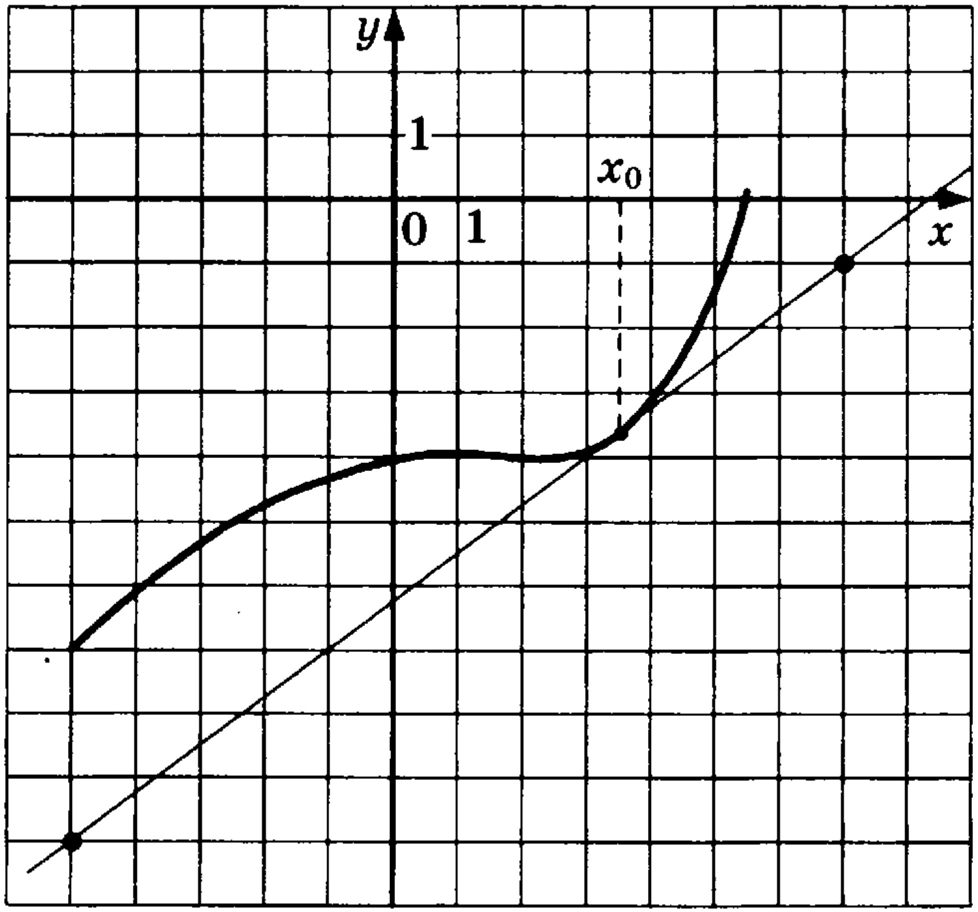
$f'(x_0)$ = tg α = 0

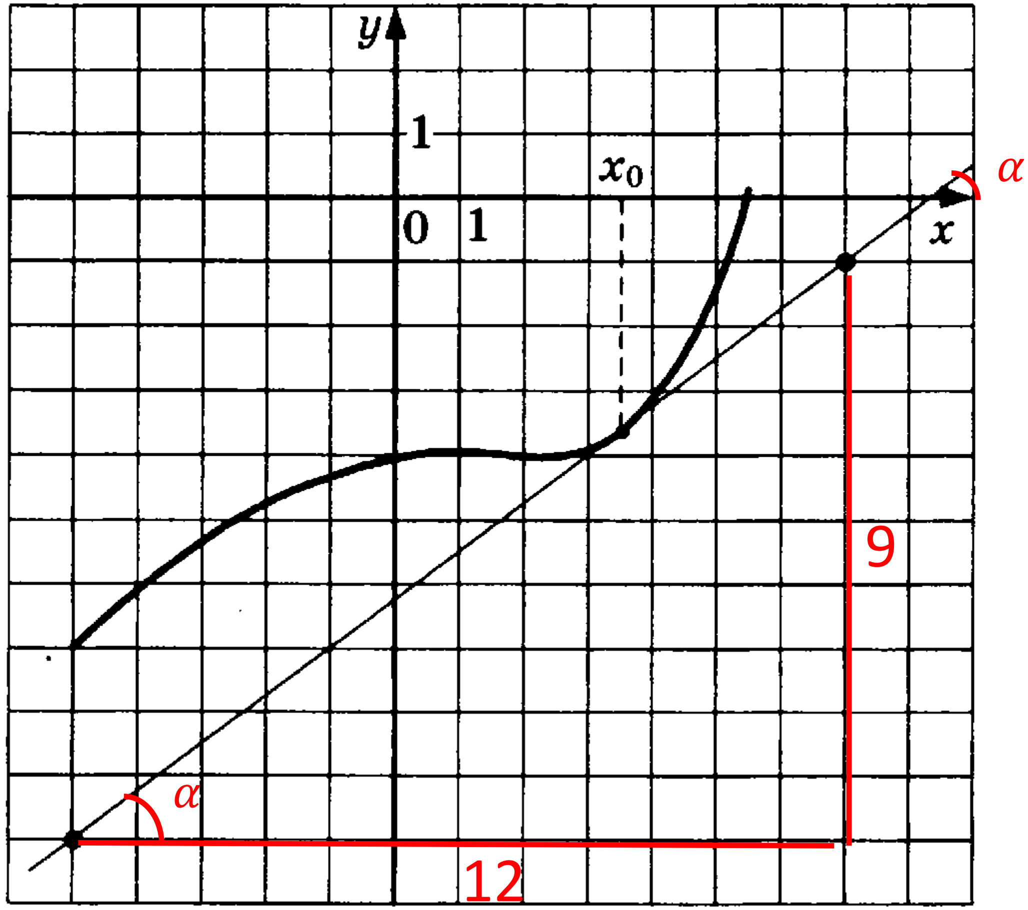


$f'(x_0)$ = tg α < 0

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

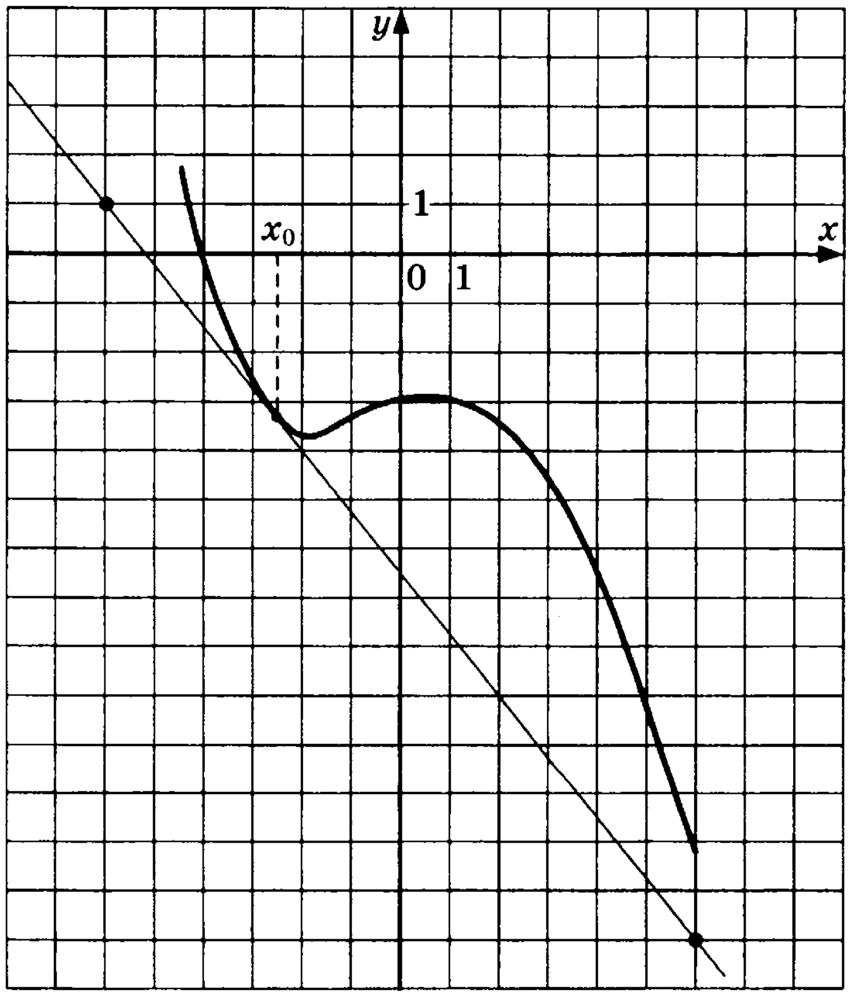


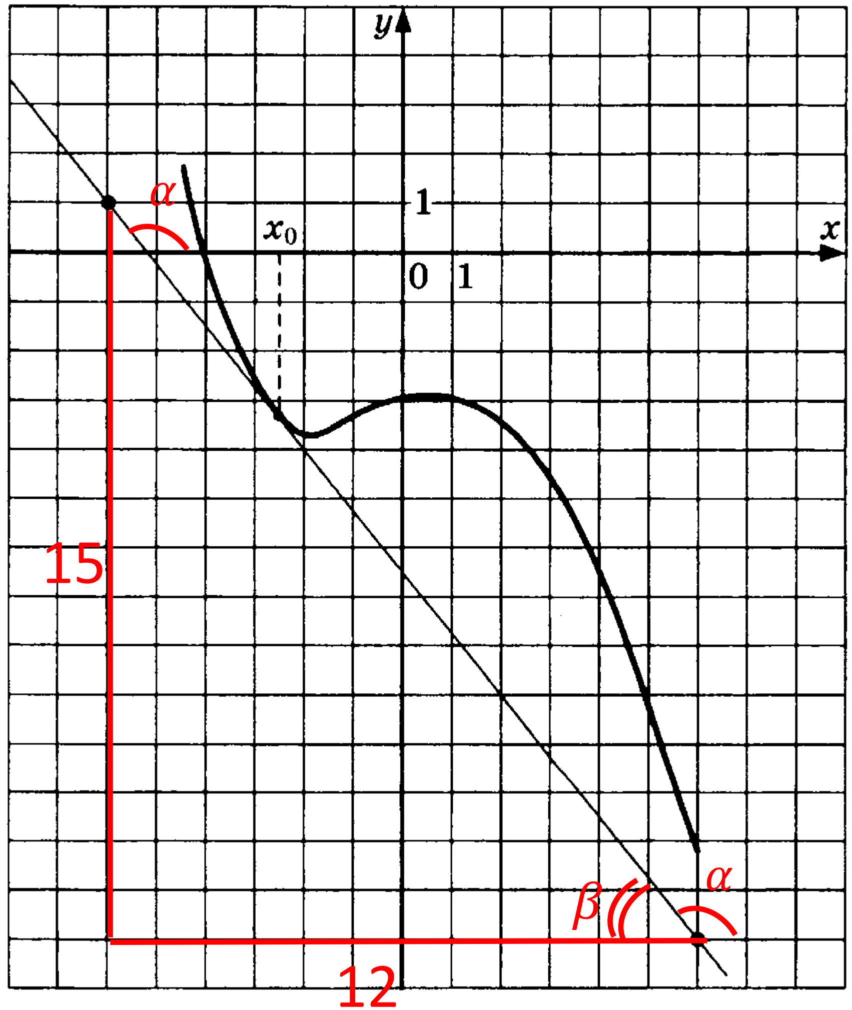


$$f'(x_0) = \text{tg}\alpha = \frac{9}{12} = 0{,}75$$

0	,	7	5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.





$$f'(x_0) = \text{tg}\alpha = -\text{tg}\beta = -\frac{15}{12} = -1{,}25$$

-	1	,	2	5

$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha = k_{\text{кас.}}$$

Прямая $y = 6x + 9$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Решение:

y'=2x+7

$k_{\text{кас.}} = 6$

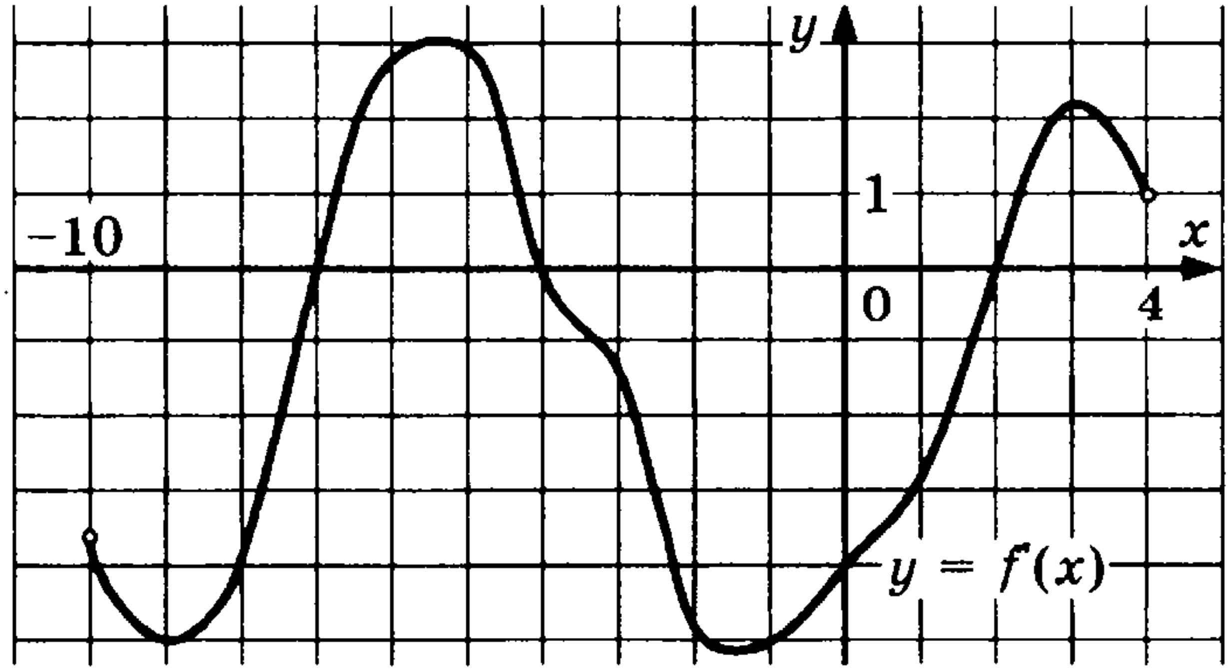
2x+7 = 6

2x= -1

x = - $\frac{1}{2}$ = - 0,5

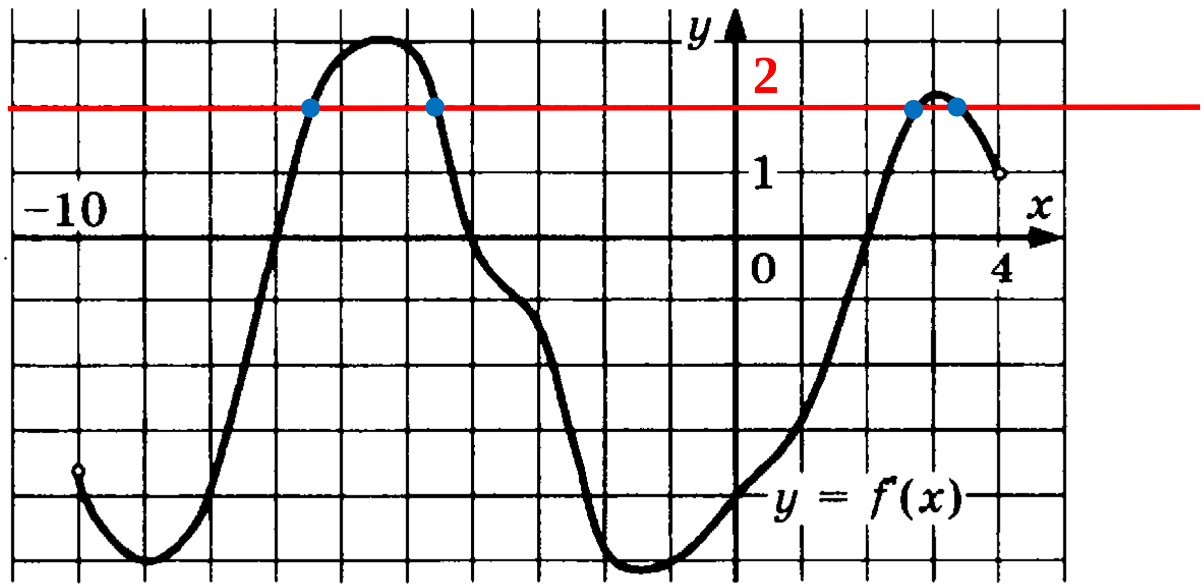
-	0	,	5

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 4)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



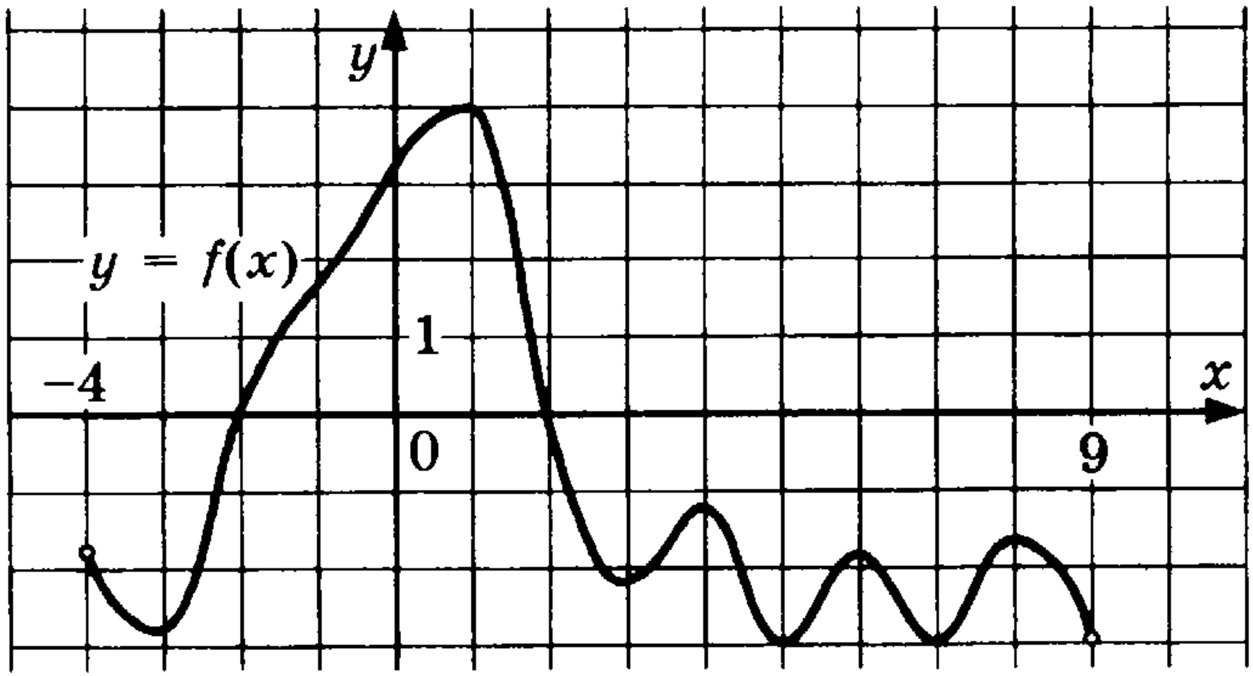
На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10;\ 4)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.

$$f'(x_0) = k_{\text{кас.}} = 2$$



4

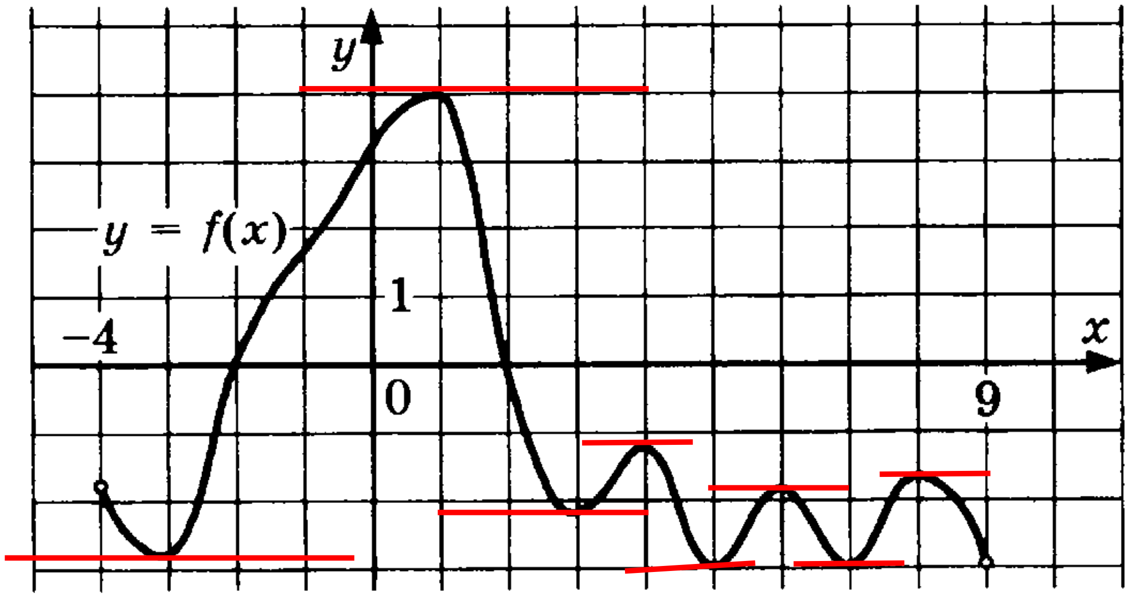
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -7$.



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -7$.

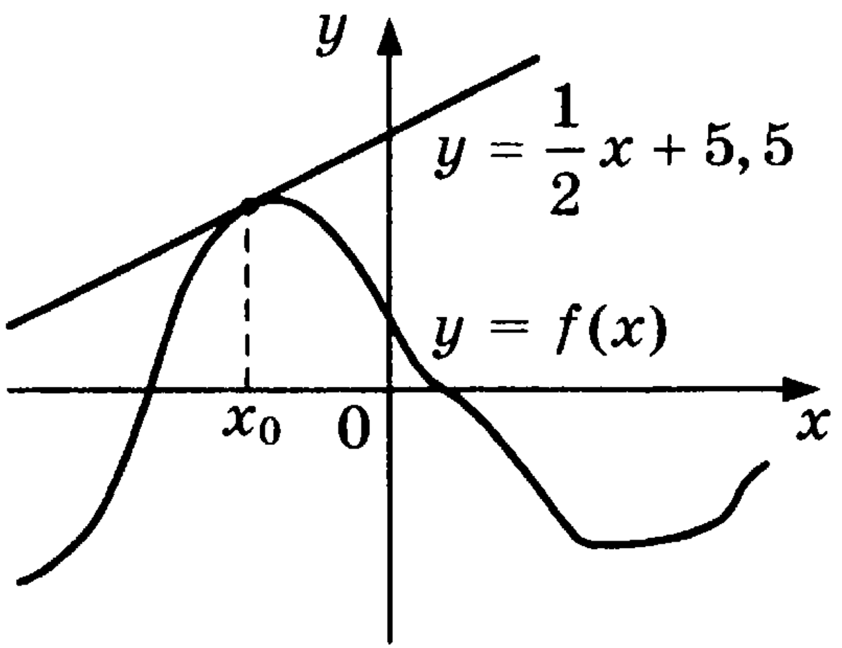
$k_{\text{кас.}} = 0 \quad => \quad tg\,\alpha = 0 \quad => \quad f'(x_0) = 0 =>$

Касательная параллельна оси Ох.

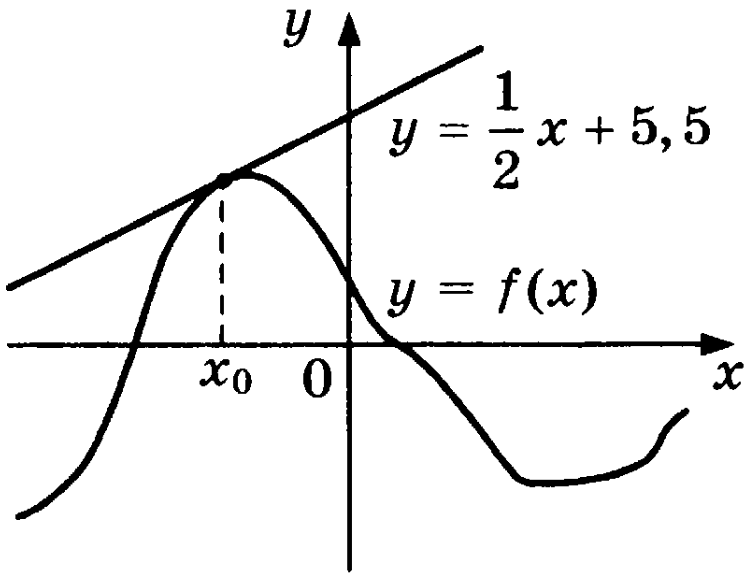


8

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = 4f(x) + 7$ в точке x_0.



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = 4f(x) + 7$ в точке x_0.



Решение:

$y' = 4f'(x)$

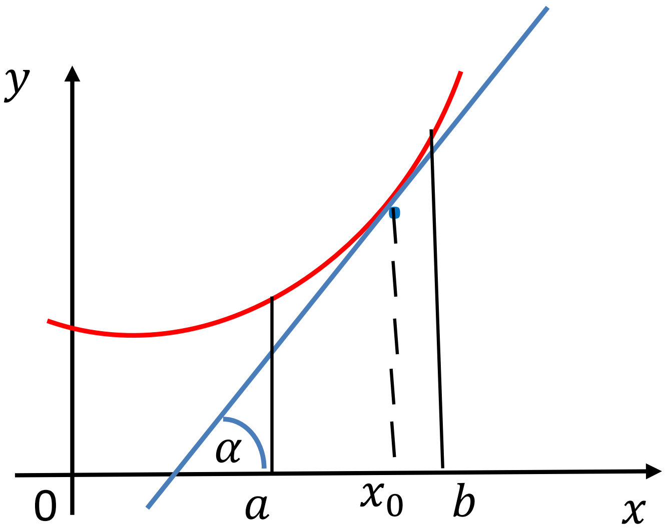
$f'(x) = \frac{1}{2}$

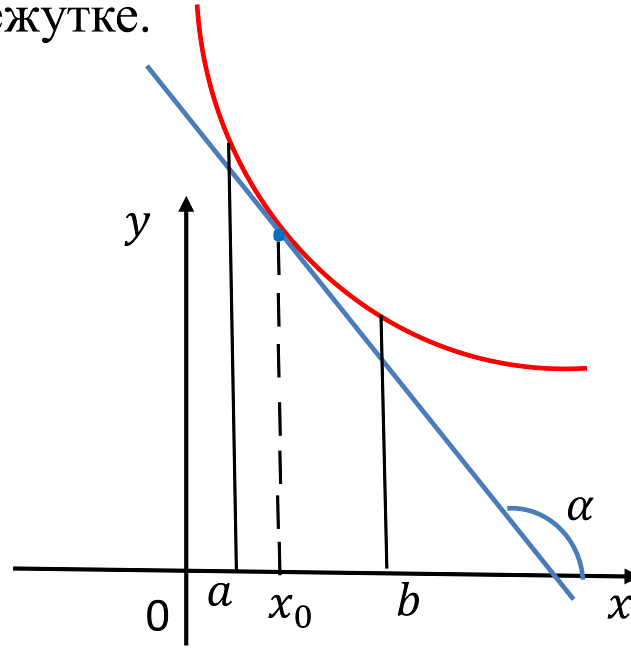
$y' = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

2

Если $f'(x) > 0$ на промежутке, то функция f(x) ***возрастает*** на этом промежутке.

Если $f'(x) < 0$ на промежутке, то функция f(x) ***убывает*** на этом промежутке.





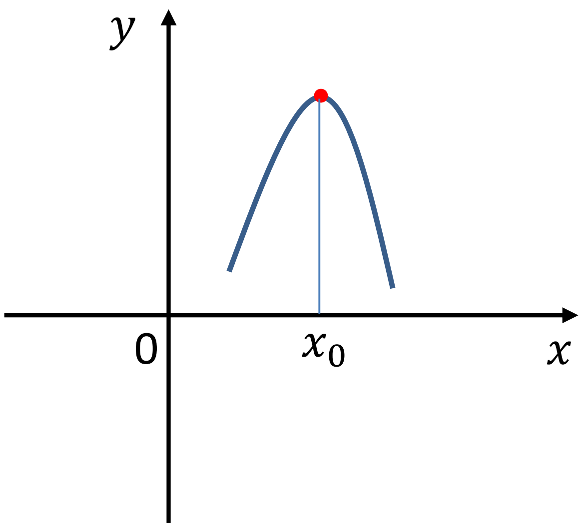
$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$

$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$

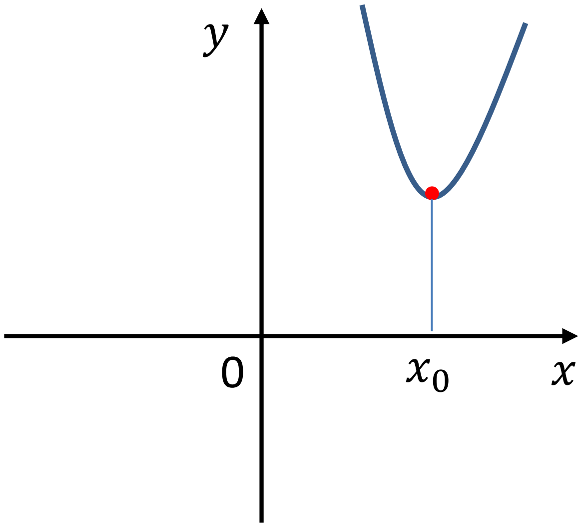
ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

Точка x_0 называется *точкой максимума функции* f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство **$f(x) < f(x_0)$**

Точка x_0 называется *точкой минимума функции* f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство **$f(x) > f(x_0)$**



x_0 - точка максимум



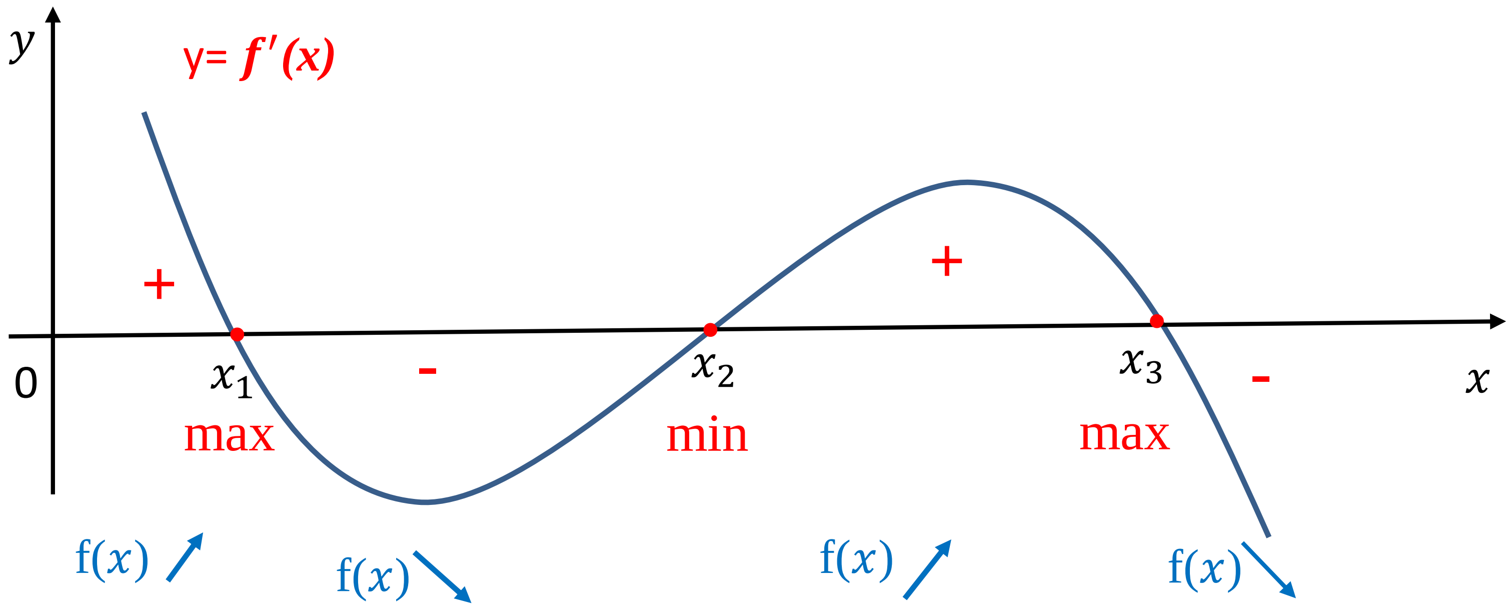
x_0 - точка минимум

Пусть функция f(x) дифференцируема на интервале (a; b), $x_0 \epsilon$ (a; b), и $f'(x_0)$ = 0.

Тогда:

1) Если при переходе через стационарную точку x_0 функции f(x) (точка, в которой производная функции равна нулю) её производная меняет знак с «плюса» на «минус», т.е. ***f'(x) > 0 слева*** от точки x_0 и ***f'(x) < 0 справа*** от точки x_0, то x_0 - точка максимума функции f(x).

2) Если при переходе через стационарную точку x_0 функции f(x) её производная меняет знак с «минуса» на «плюс», т.е. ***f'(x) < 0 слева*** от точки x_0 и ***f'(x) > 0 справа*** от точки x_0, то x_0 - точка миимума функции f(x).



x_1 , x_3 - *точки максимум,* x_2 - *точка минимум*

$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	max	↘	min	↗

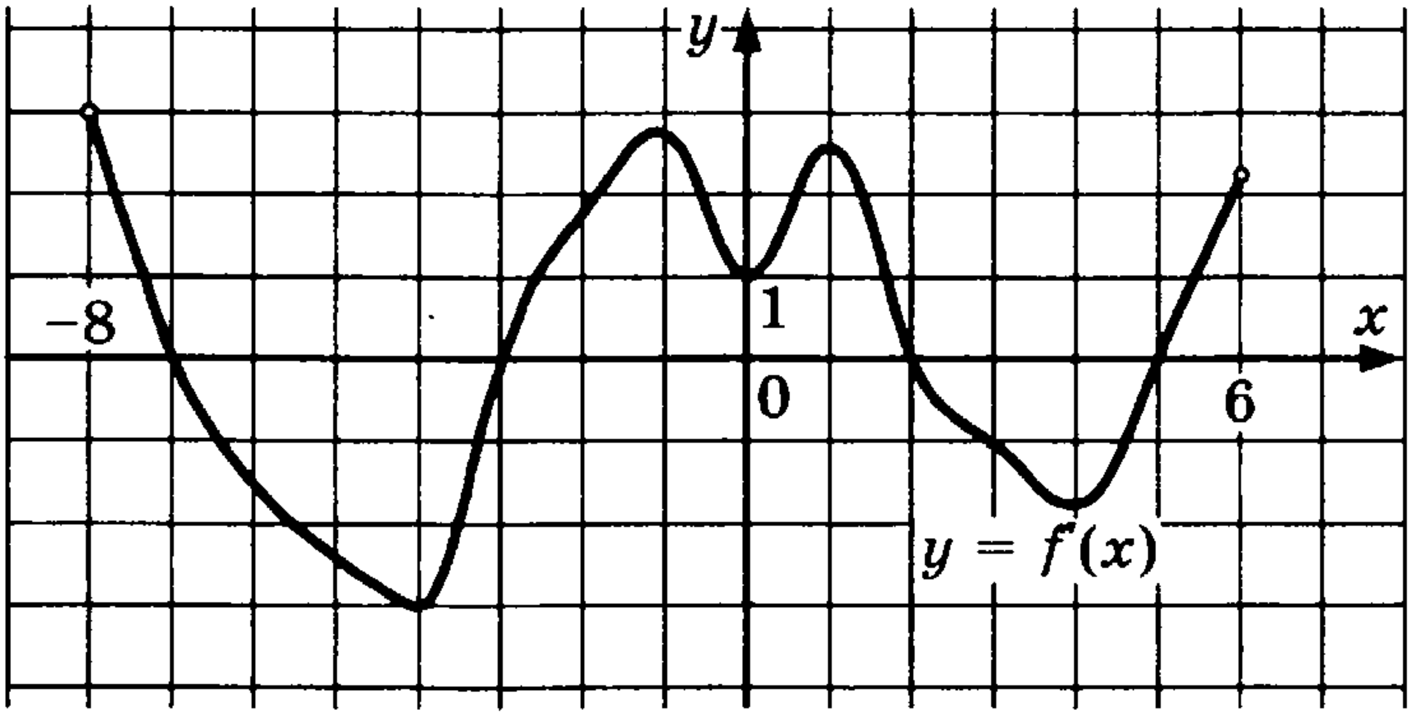
ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

Точки минимума и точки максимума называются **точками экстремума**

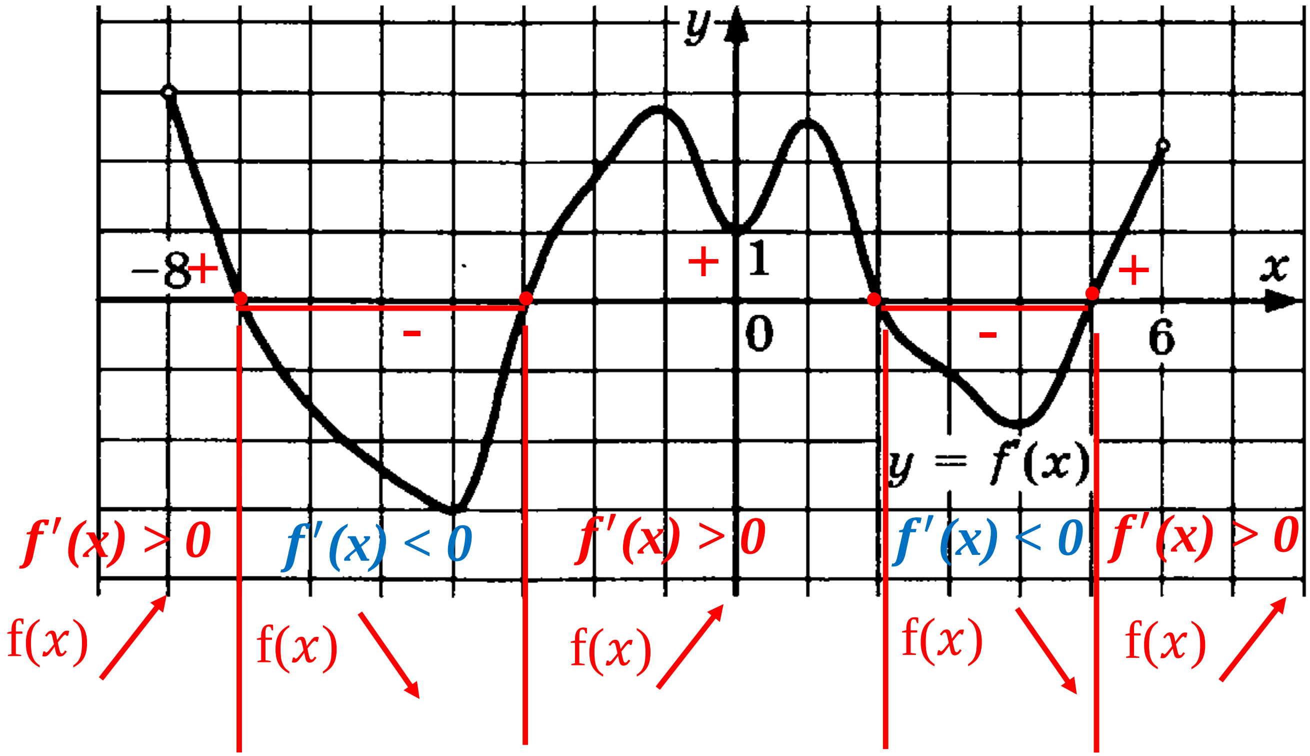
Теорема Ферма: Если x_0 - **точка экстремума** дифференцируемой функции f(x), то $\boldsymbol{f'(x) = 0}$.

Геометрический смысл: касательная к графику функции в точке экстремума **параллельна оси абсцисс**, угловой коэффициент равен нулю.

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 6)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

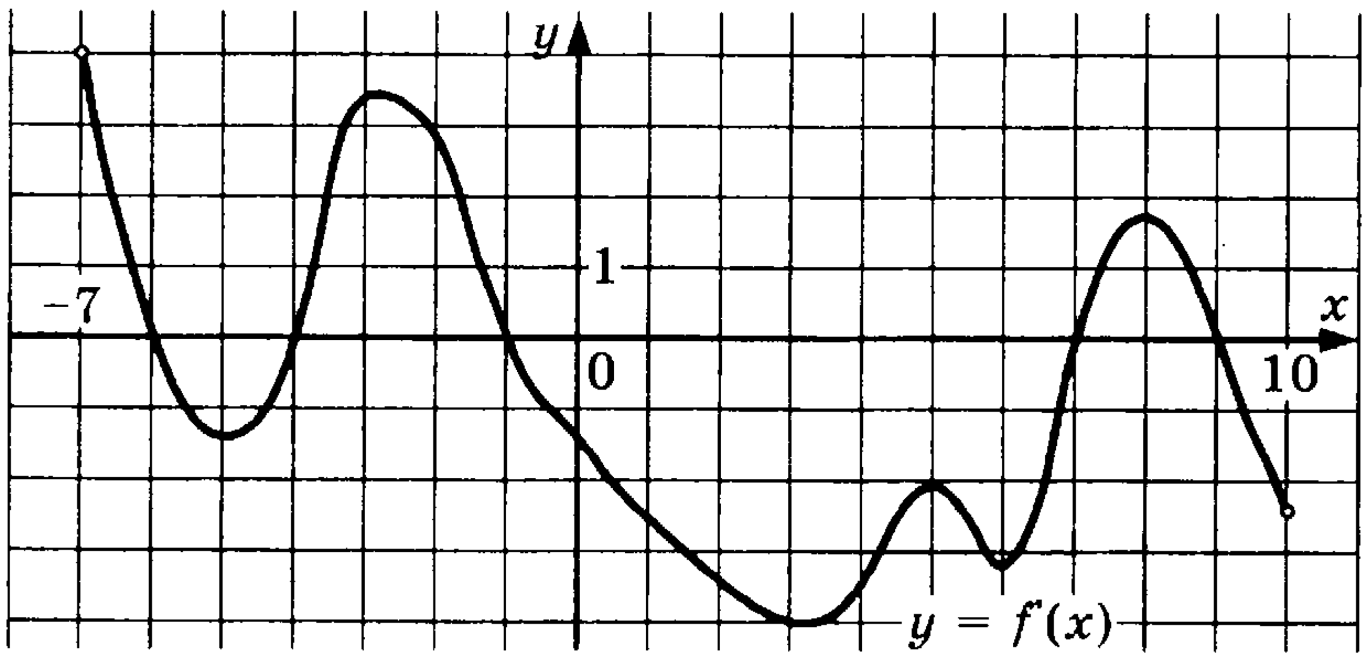


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 6)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

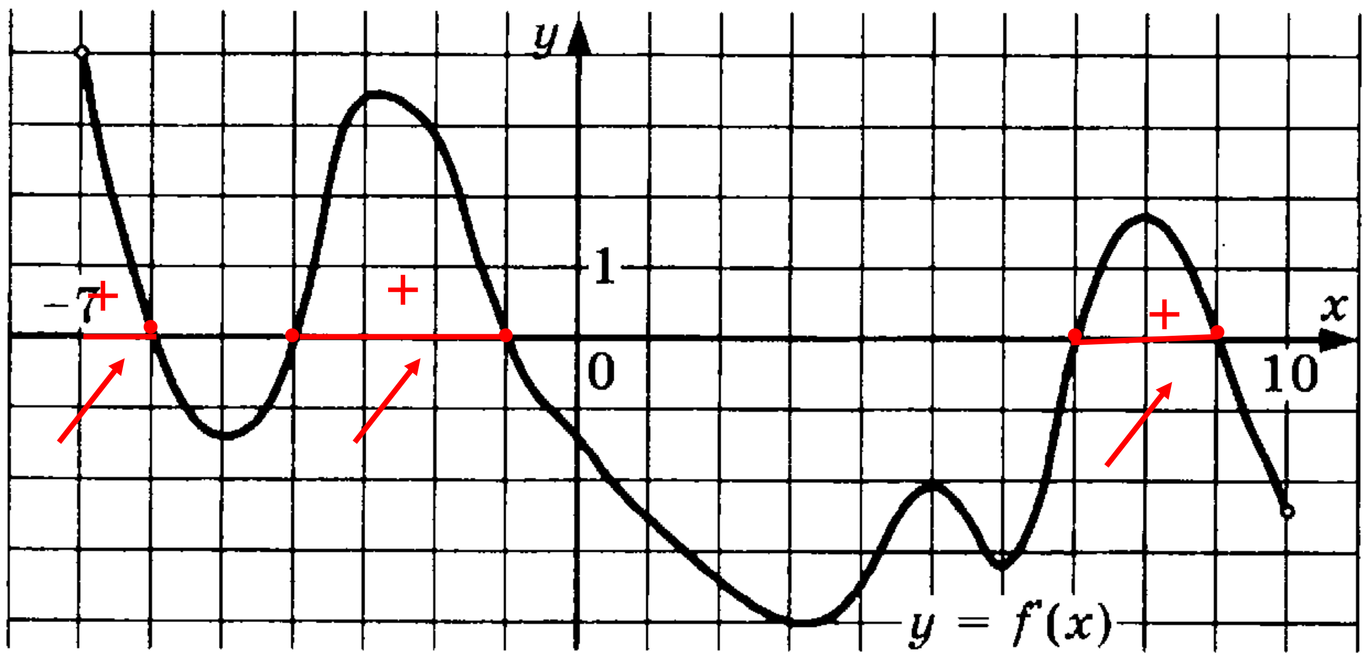


4

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

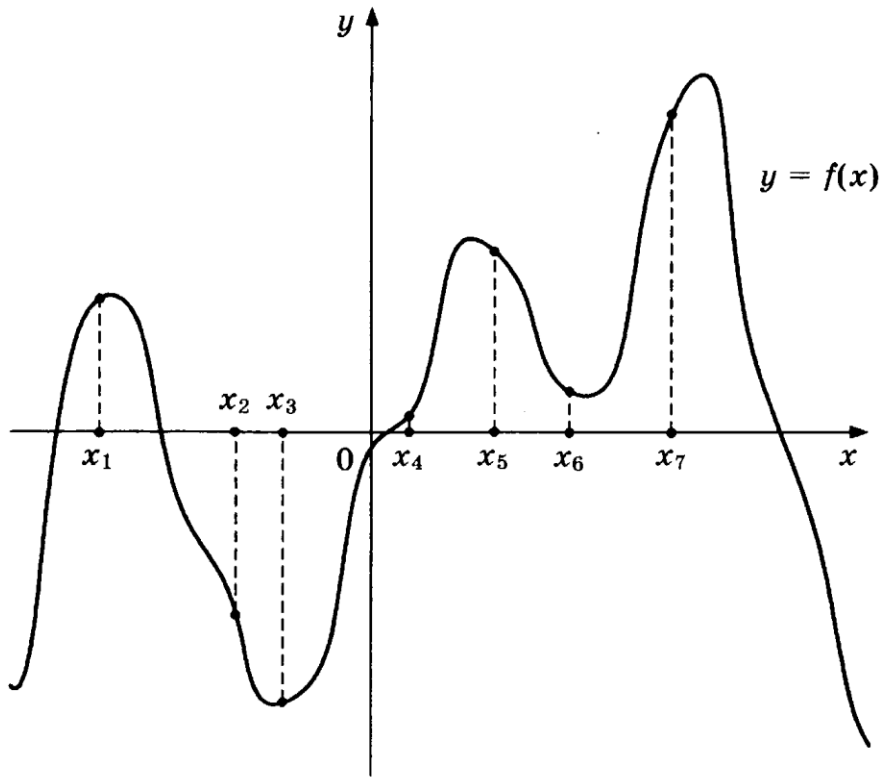


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

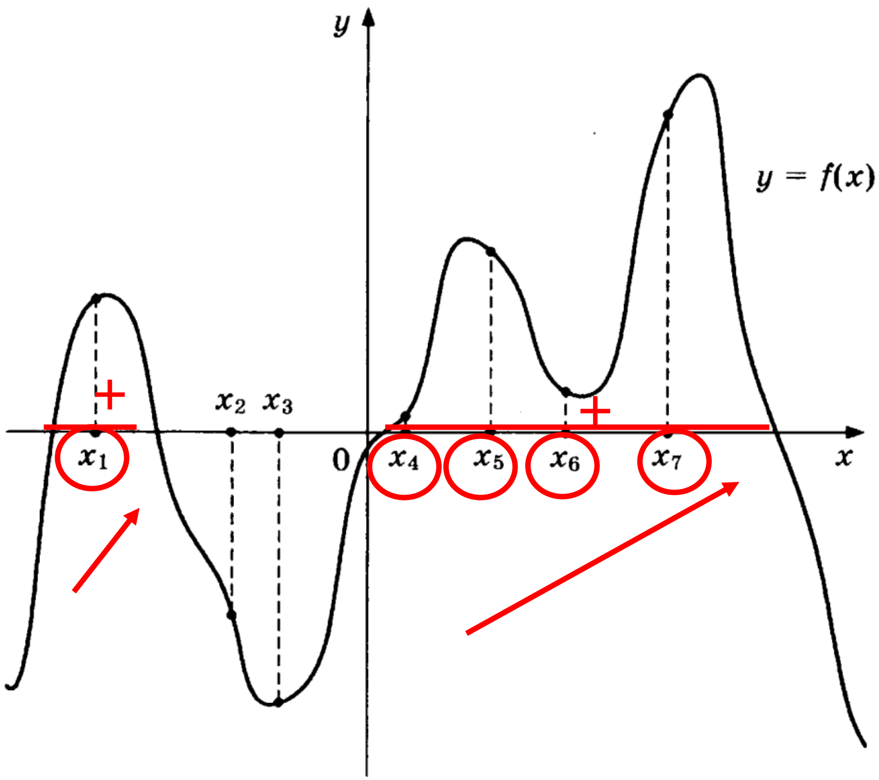


3

На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?

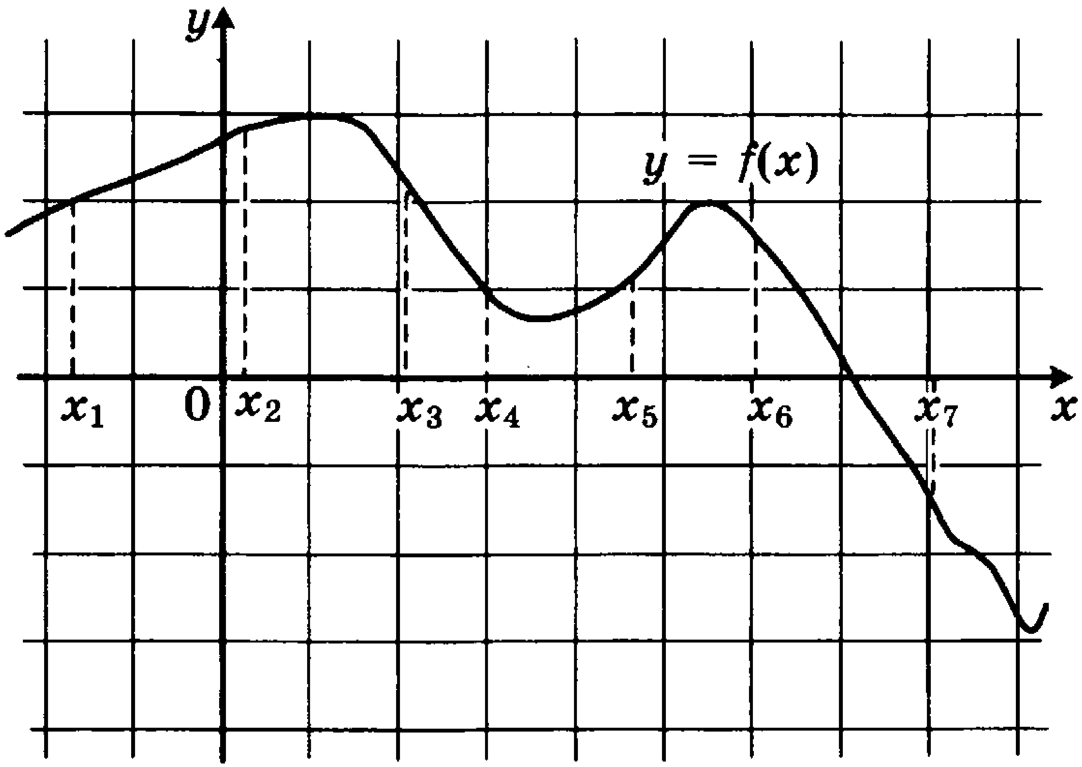


На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?

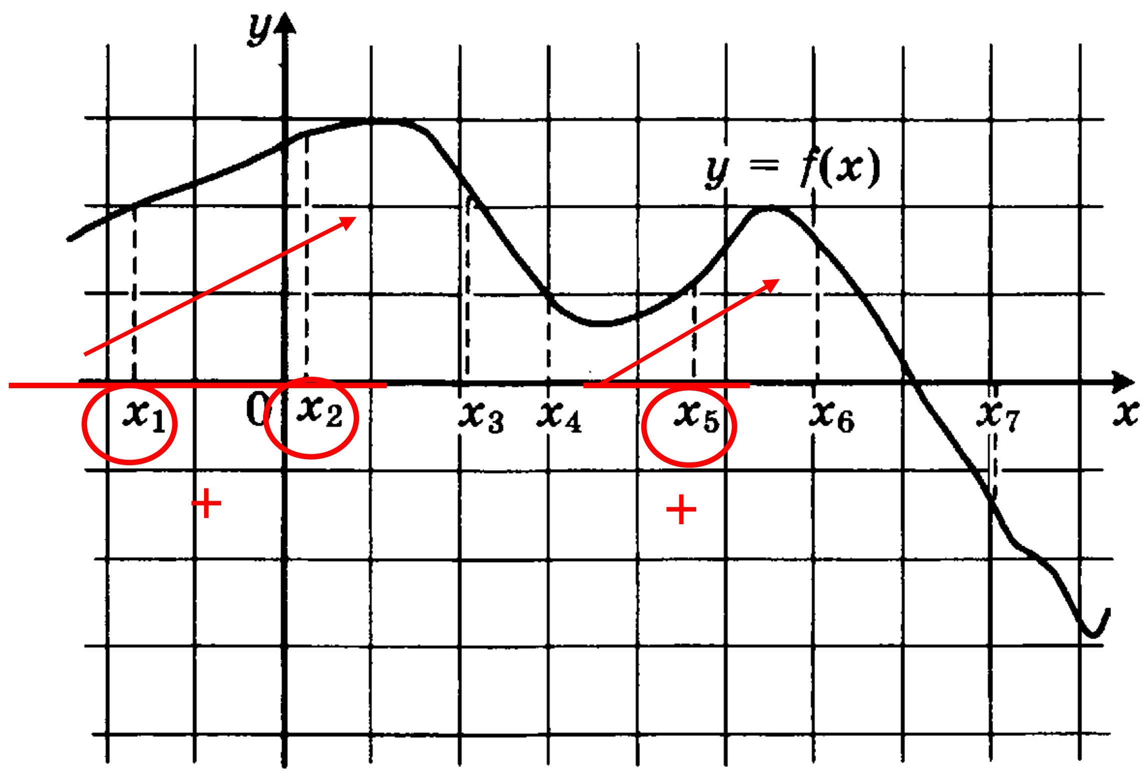


5

На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и отмечены семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

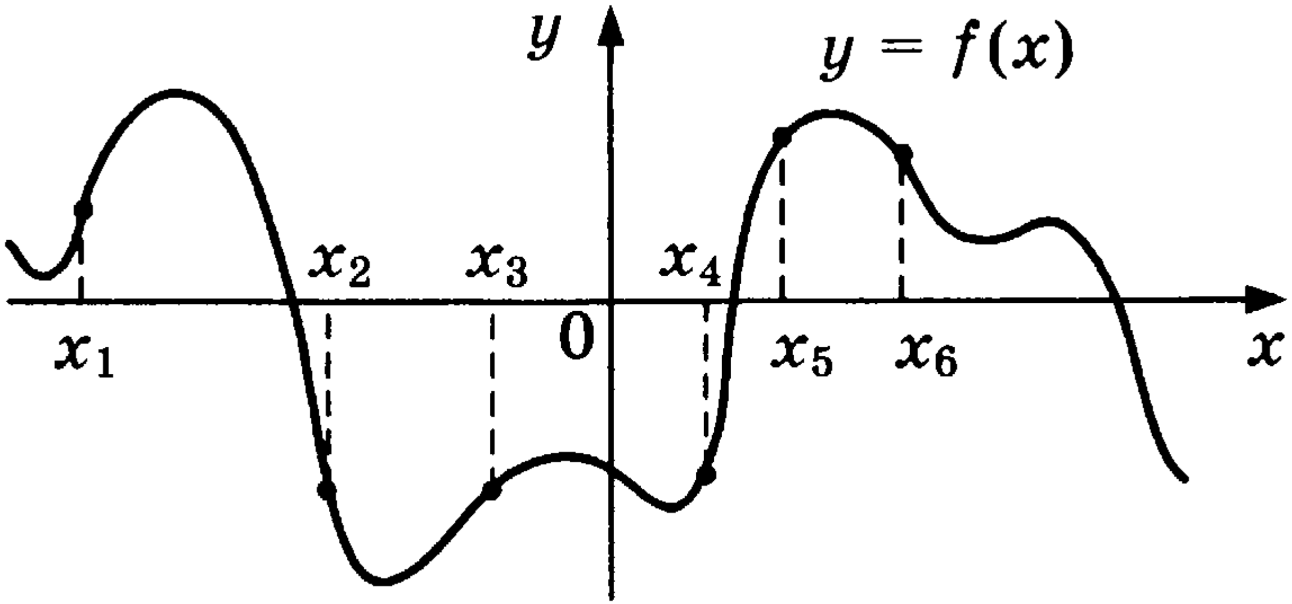


На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и отмечены семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

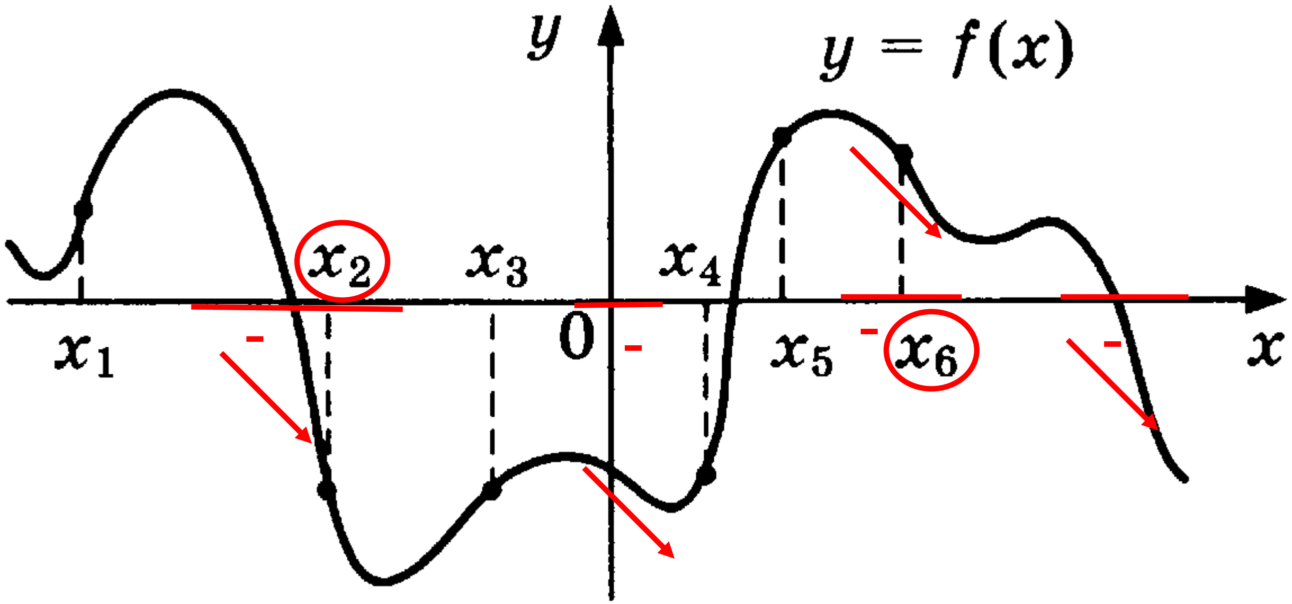


3

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

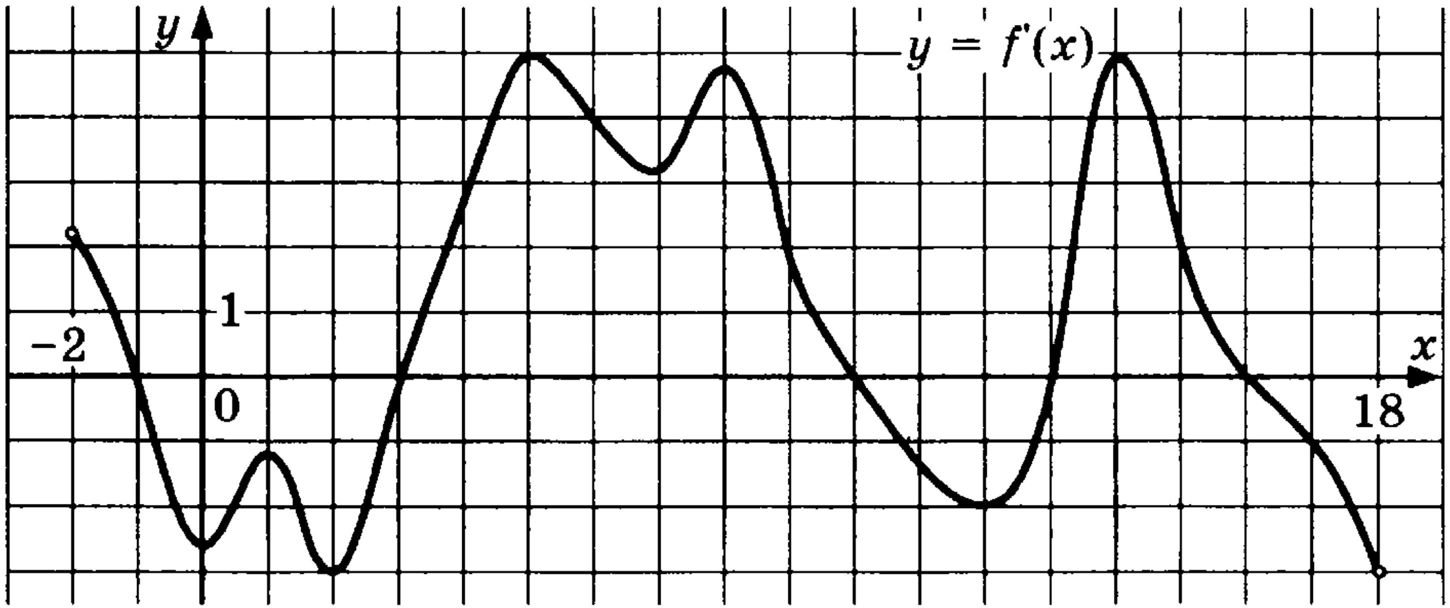


На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

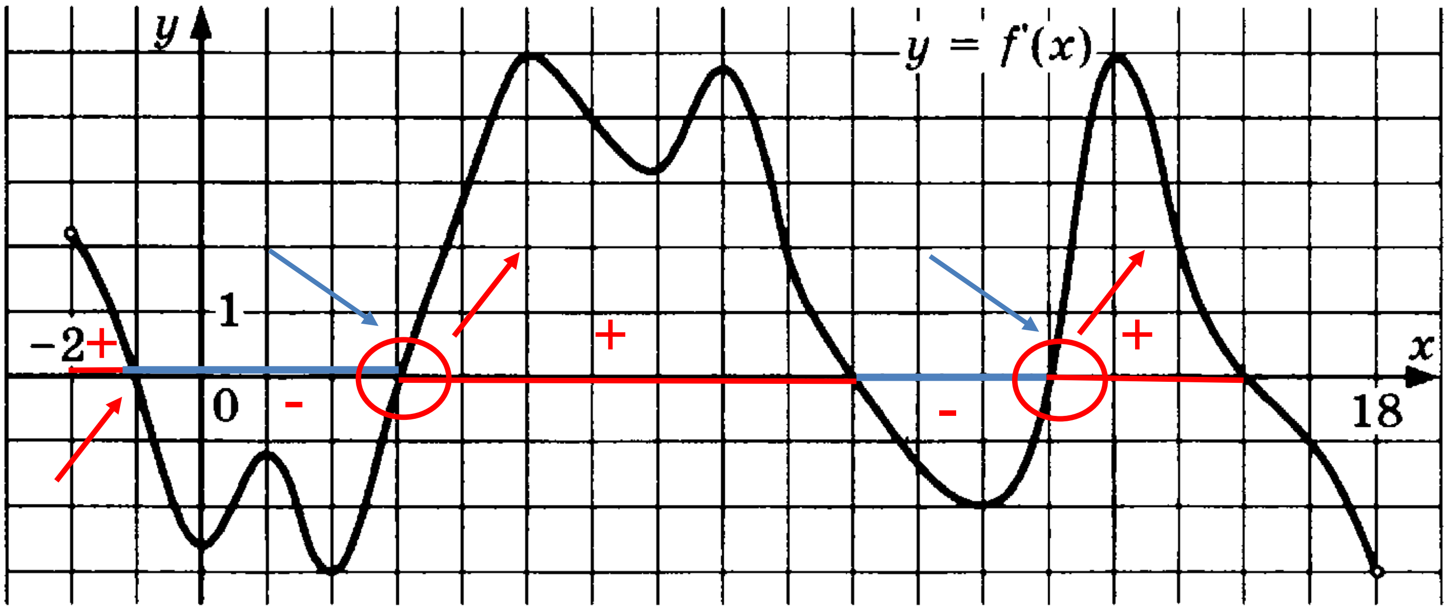


2

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 18)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 15]$.

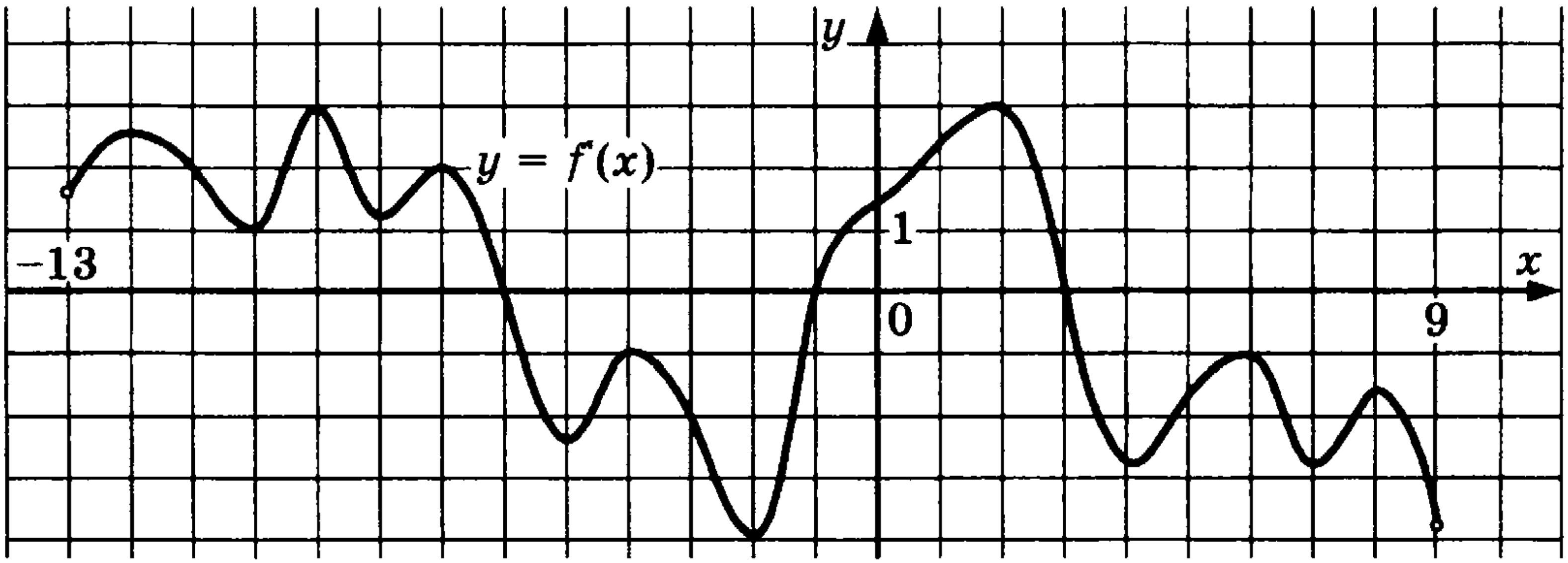


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 18)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[0;\ 15]$.

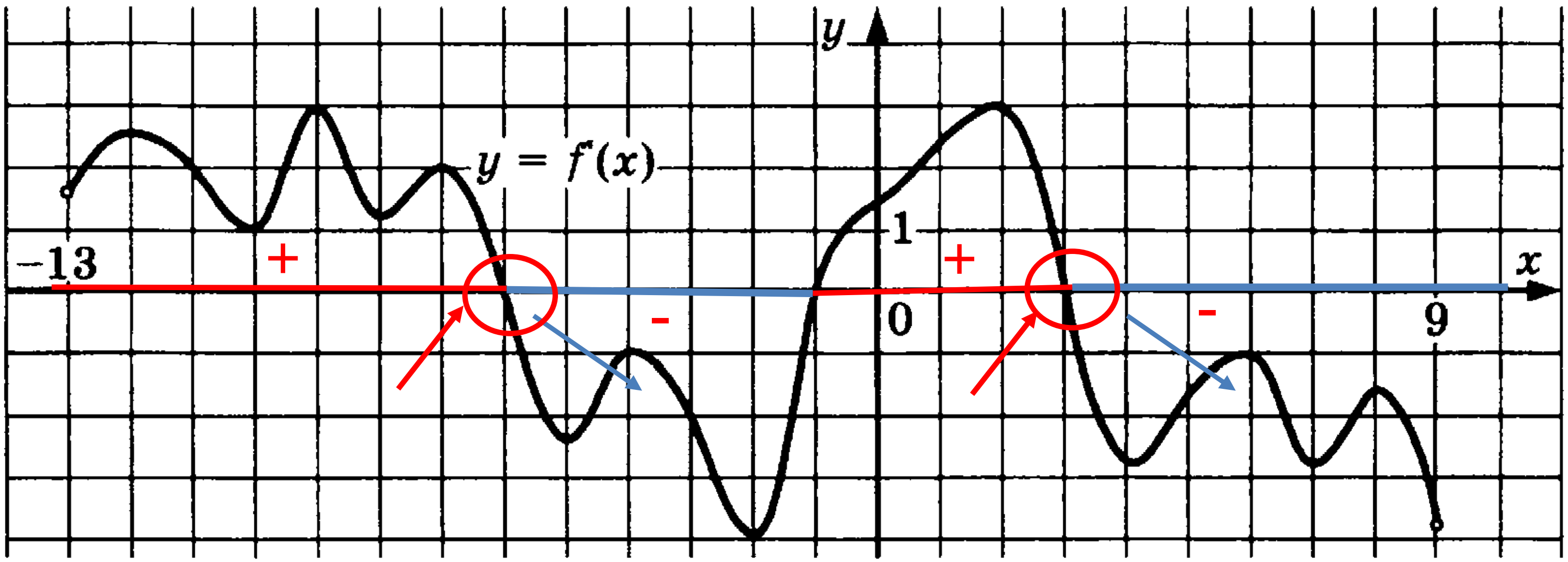


2

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13;\ 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-12;\ 6]$.

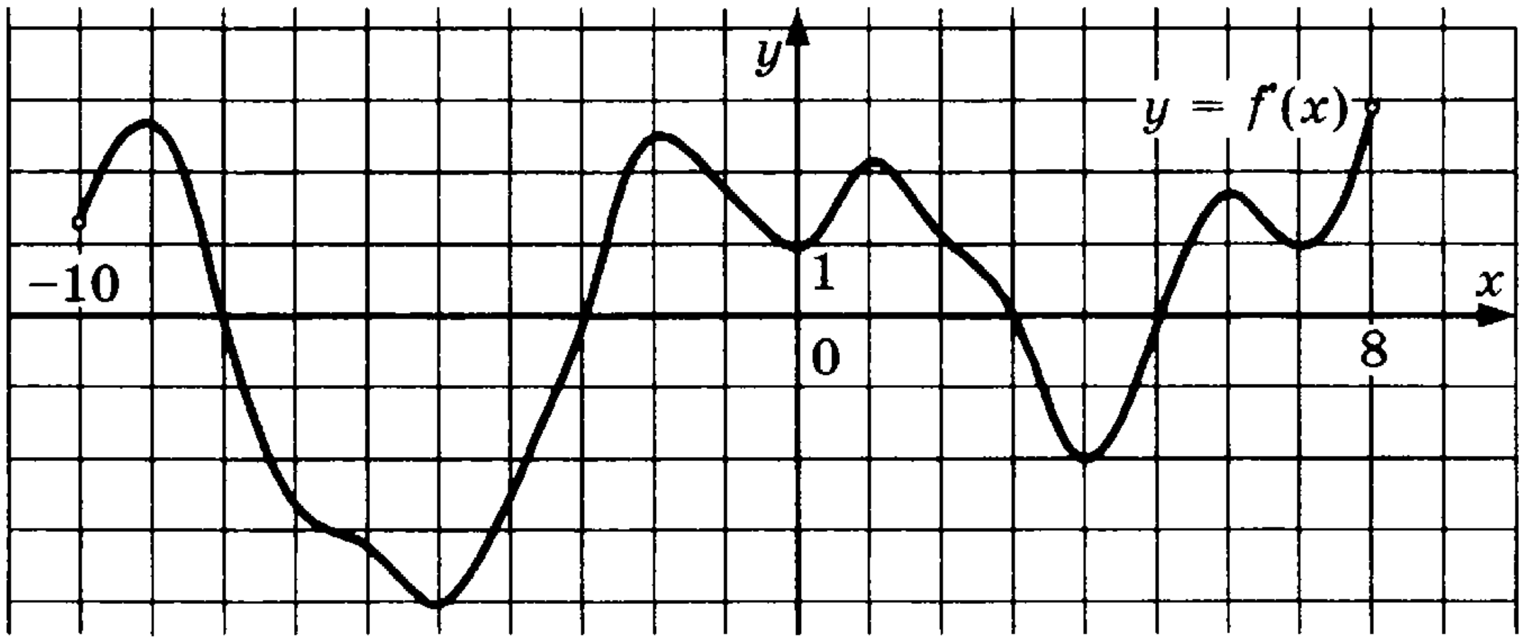


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-12; 6]$.

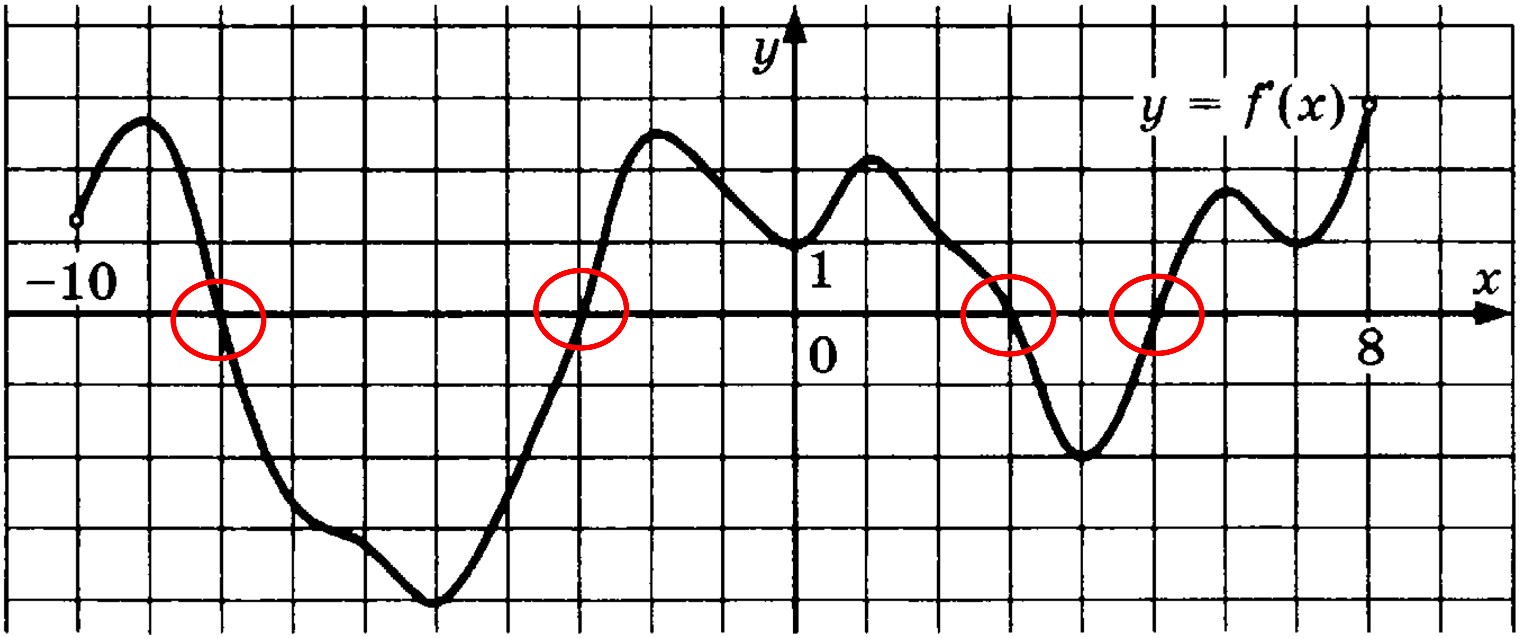


2

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-9; 7]$.

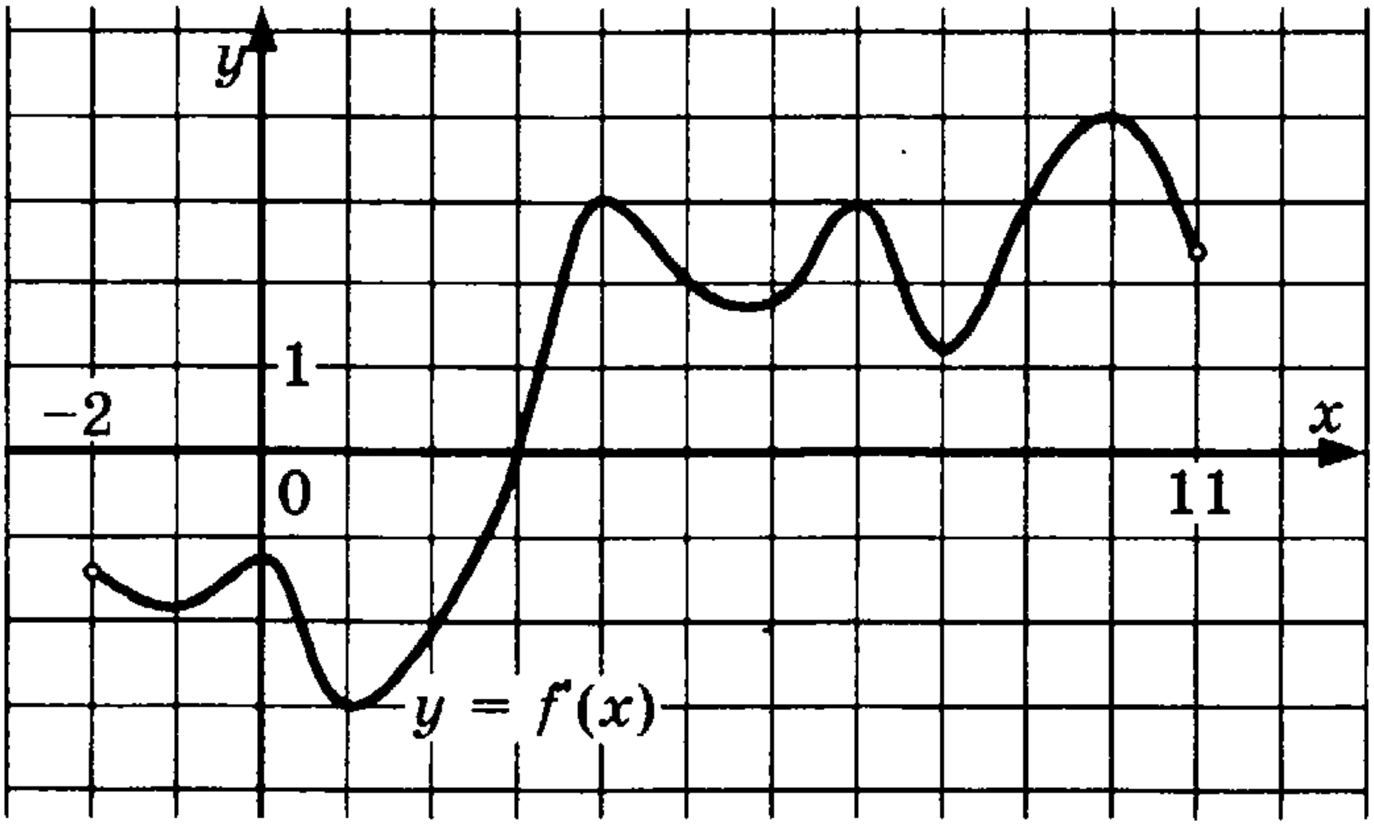


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10;\ 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-9;\ 7]$.

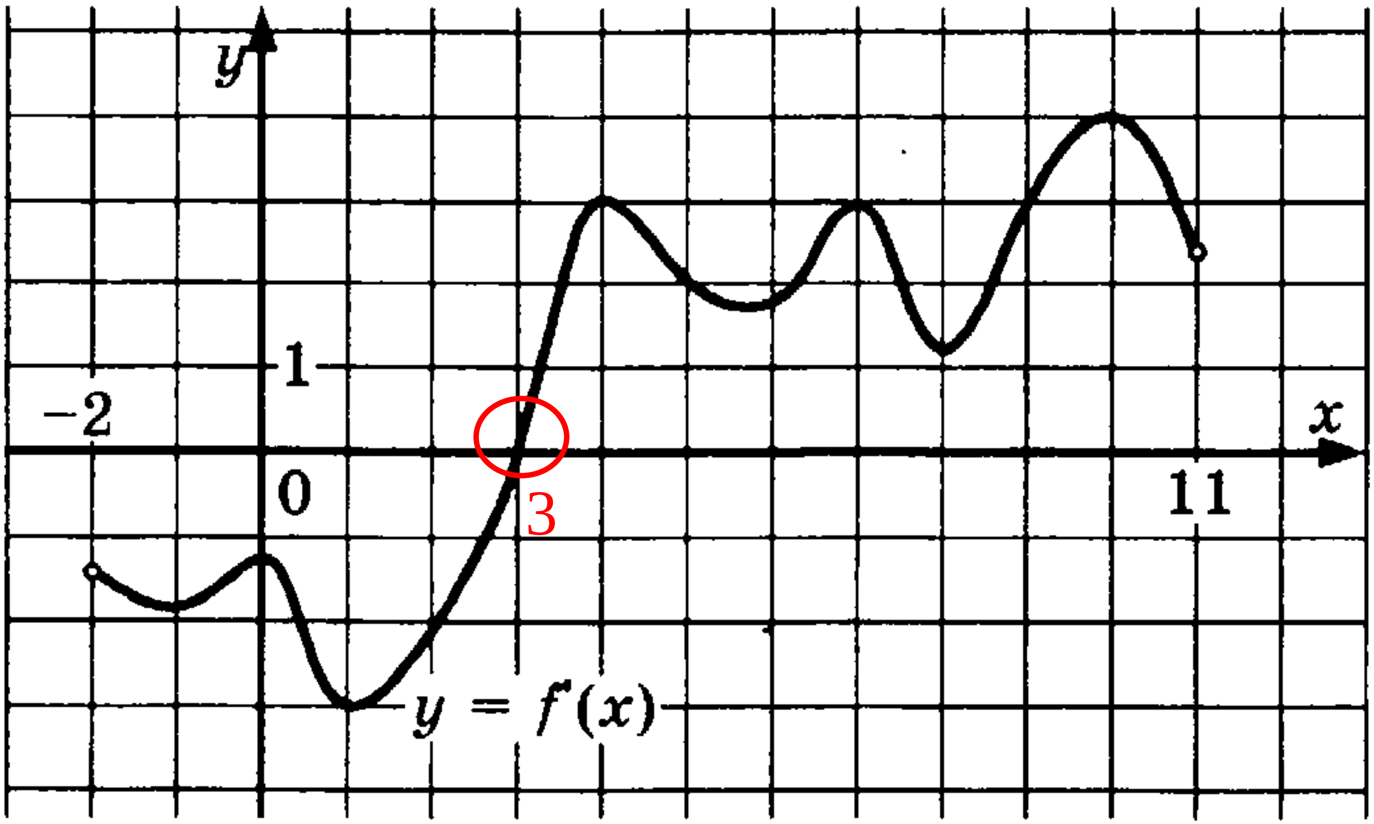


4

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0;\ 5]$.

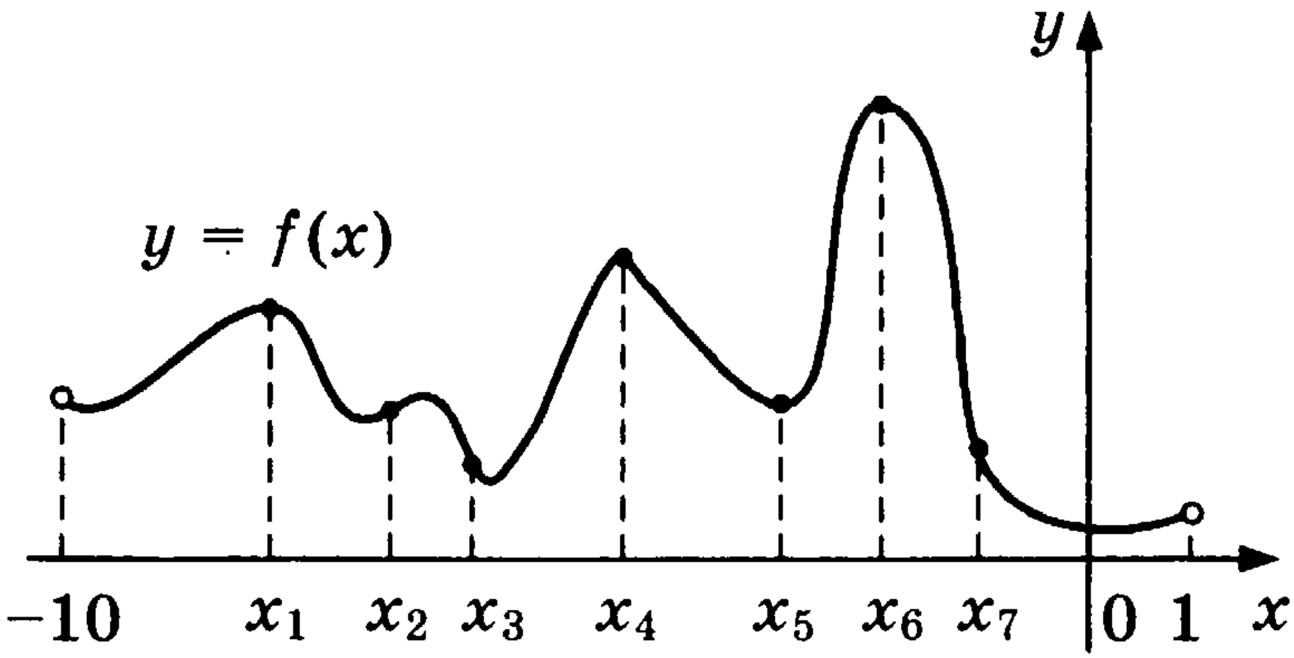


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0;\ 5]$.



3

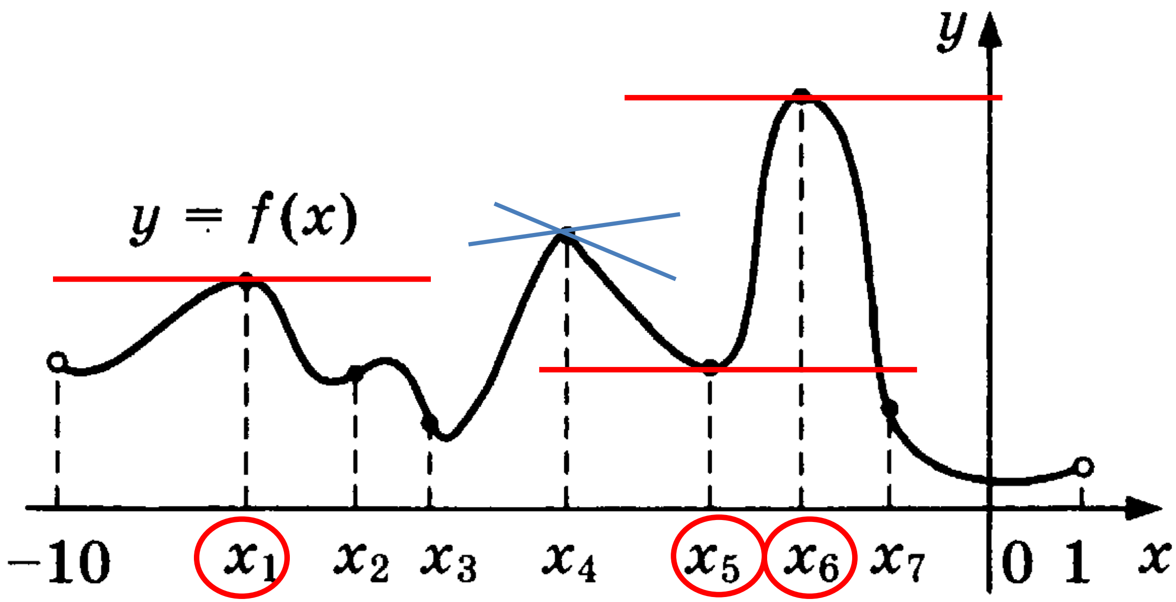
Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-10;\ 1)$. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1, x_2, \ldots, x_7$ те точки, в которых производная функции $f(x)$ равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-10; 1)$. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1, x_2, \ldots, x_7$ те точки, в которых производная функции $f(x)$ равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.

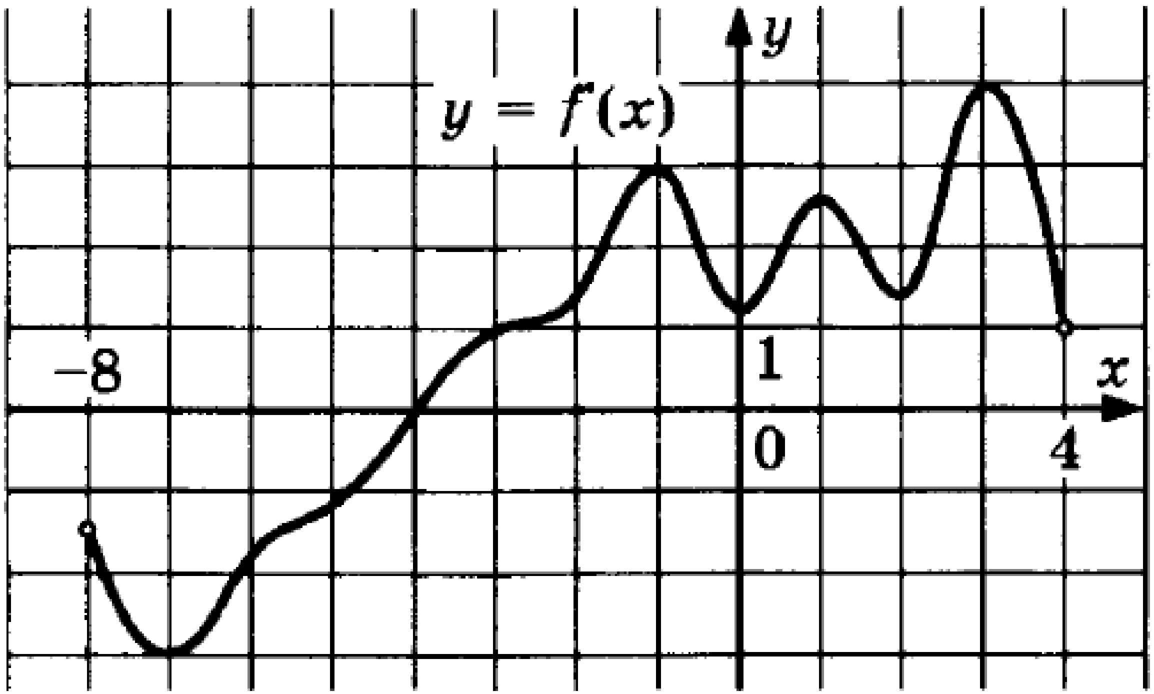
$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$

В точках максимума и минимума касательная параллельна оси Ох.

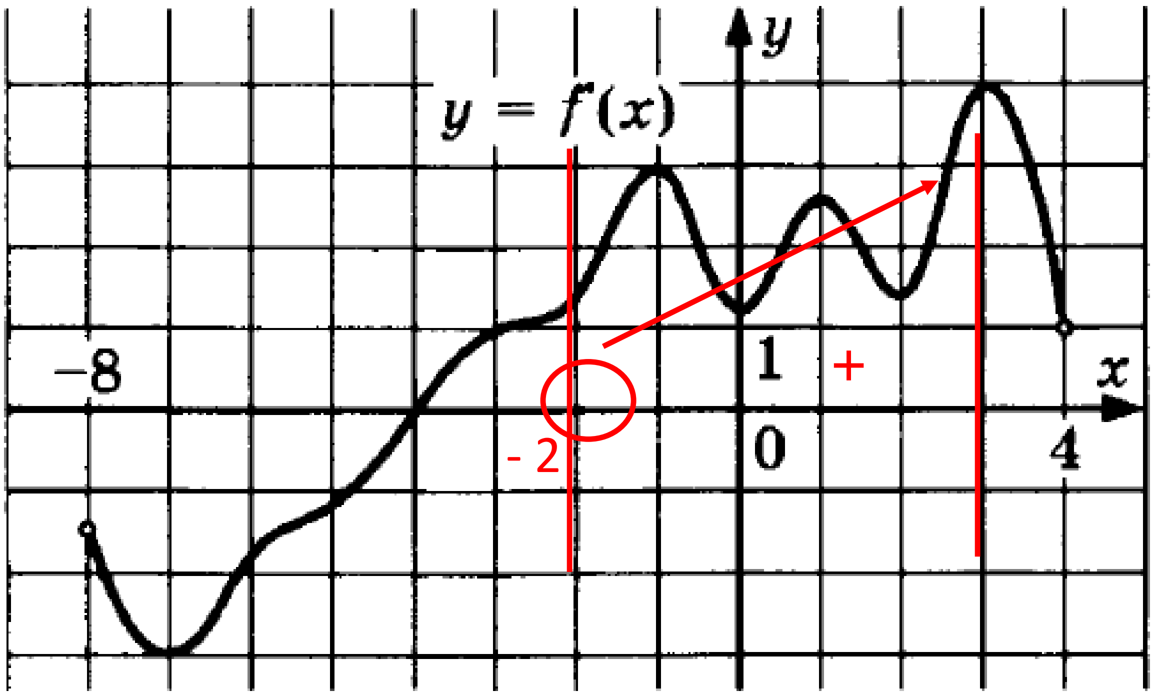


3

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 4)$. В какой точке отрезка $[-2;\ 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

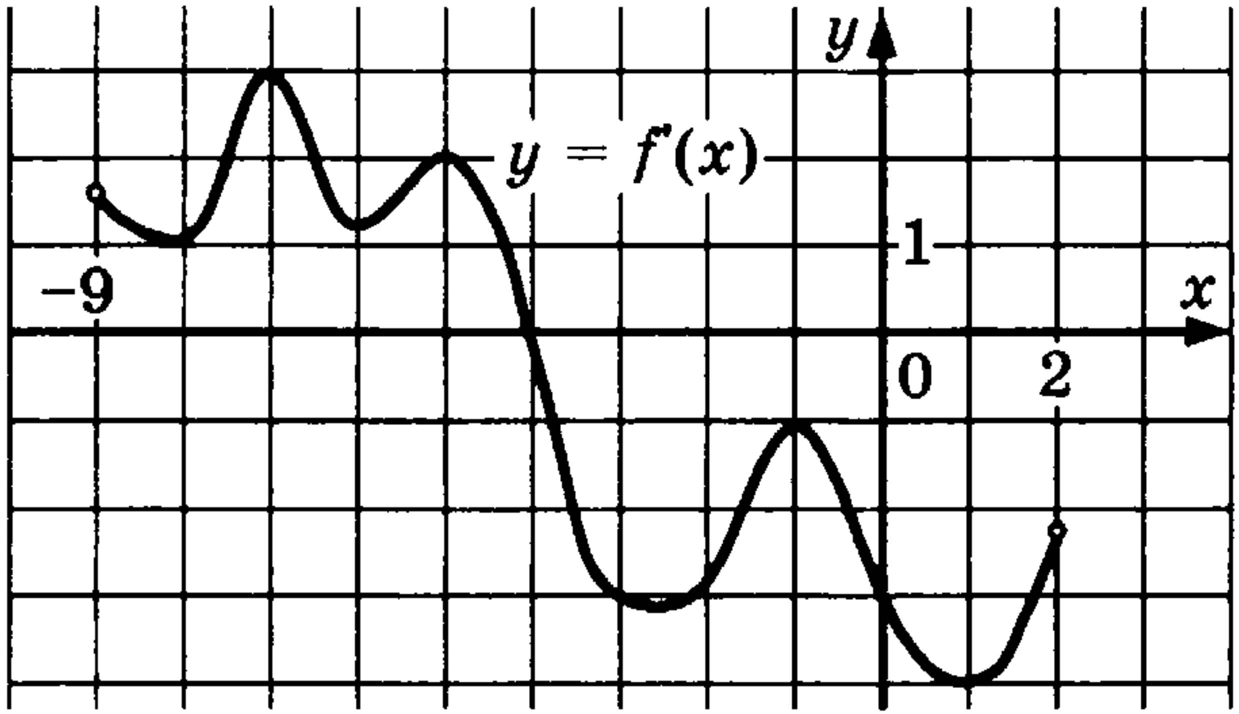


На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 4)$. В какой точке отрезка $[-2;\ 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

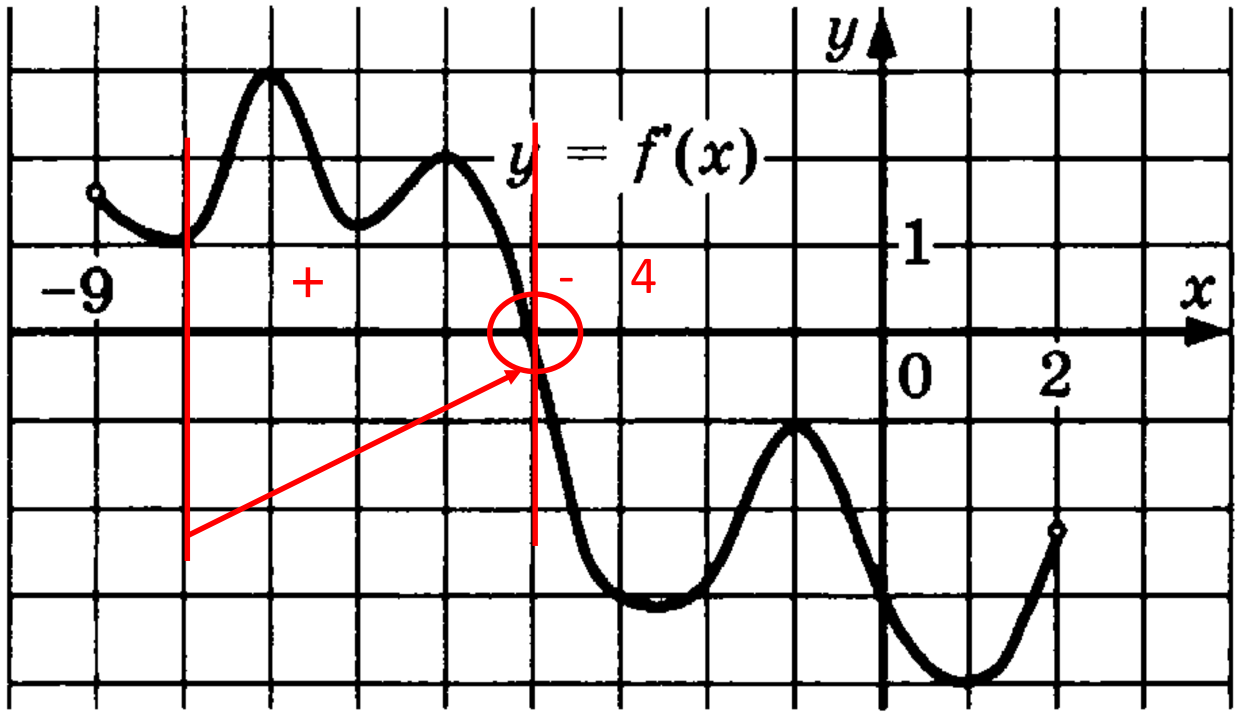


-	2

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;\ 2)$. В какой точке отрезка $[-8;\ -4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;\ 2)$. В какой точке отрезка $[-8;\ -4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



-	4

Удачи на ЕГЭ!

Чалова Наталья Геннадьевна,
учитель математики МБОУ СОШ №3
им. А. Верещагиной г. Туапсе