



Окружность.

Задание №16 ОГЭ по математике

Козляковская Лидия Сергеевна,
учитель математики,
МБОУ СОШ №2, Тимашевский район
Кравченко Ирина Владимировна,
учитель математики,
МБОУ СОШ №5, Тимашевский район

Окружность

Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

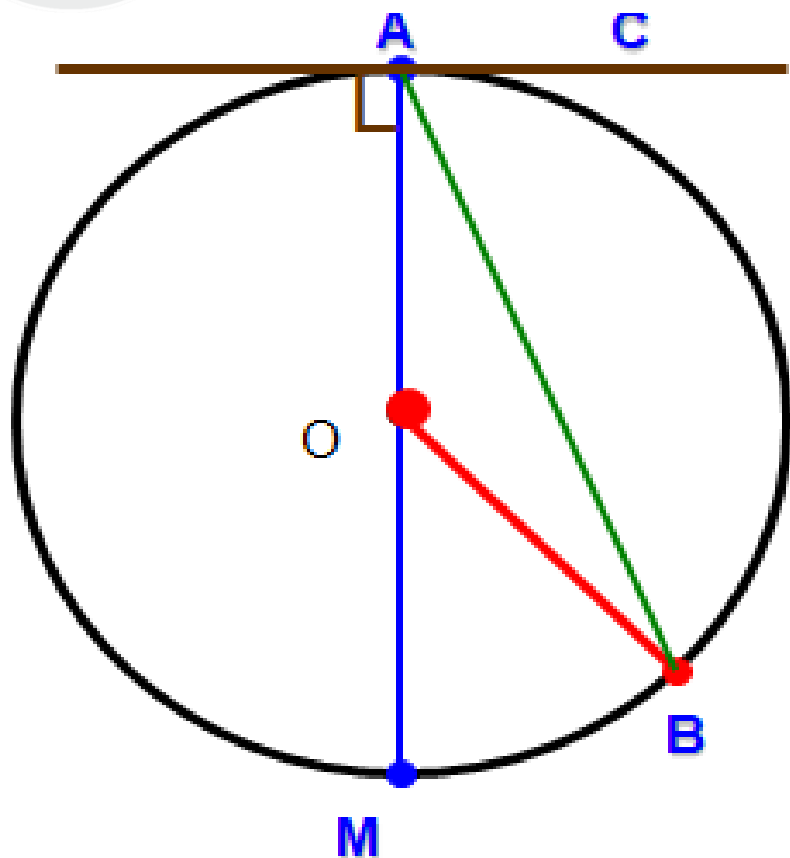
O – центр окружности,

OB – радиус окружности

AM – диаметр окружности

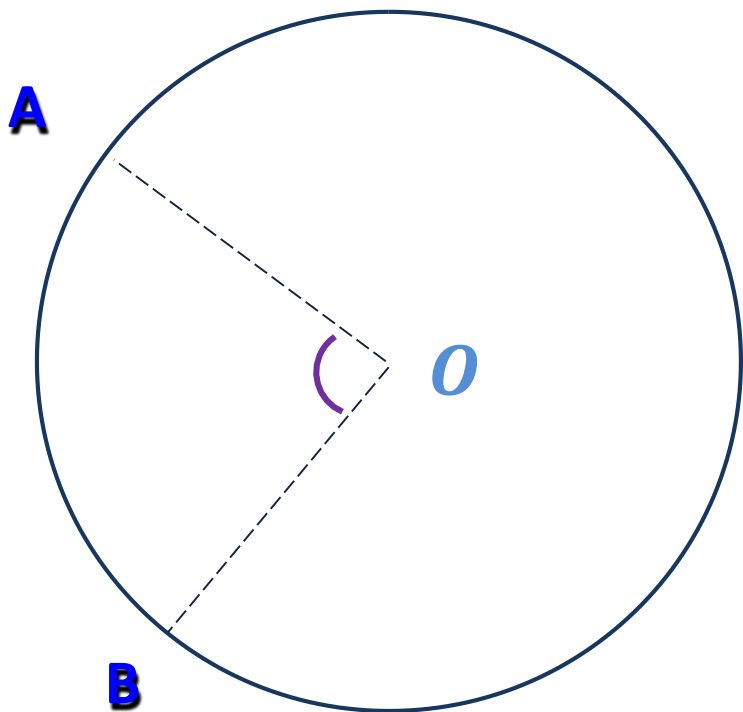
AB – хорда

AC – касательная





Центральный угол



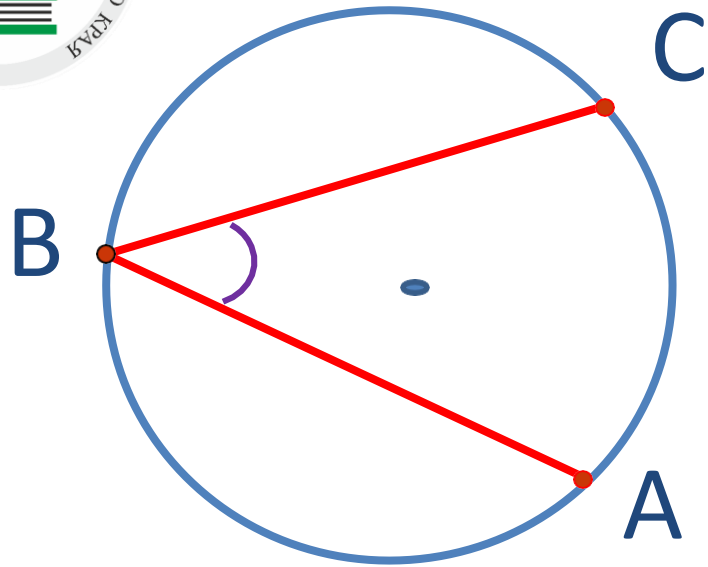
Центральным углом называется угол с вершиной в центре окружности

$\angle AOB$ - **центральный**

$$\angle AOB = \cup AB$$

Центральный угол равен величине дуги, на которую он опирается

Если центральный угол развернутый, то ему соответствуют две полуокружности



Вписанный угол

Вписанный угол - это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность

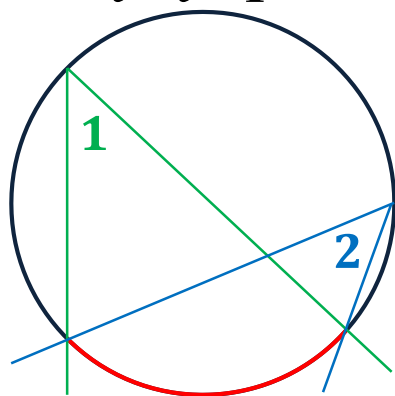
$\sphericalangle ABC$ - вписанный угол

Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается

$$\sphericalangle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC$$

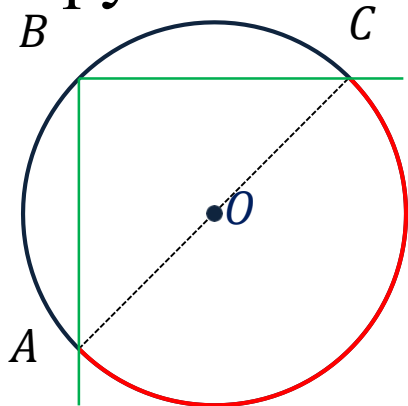


Следствие 1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



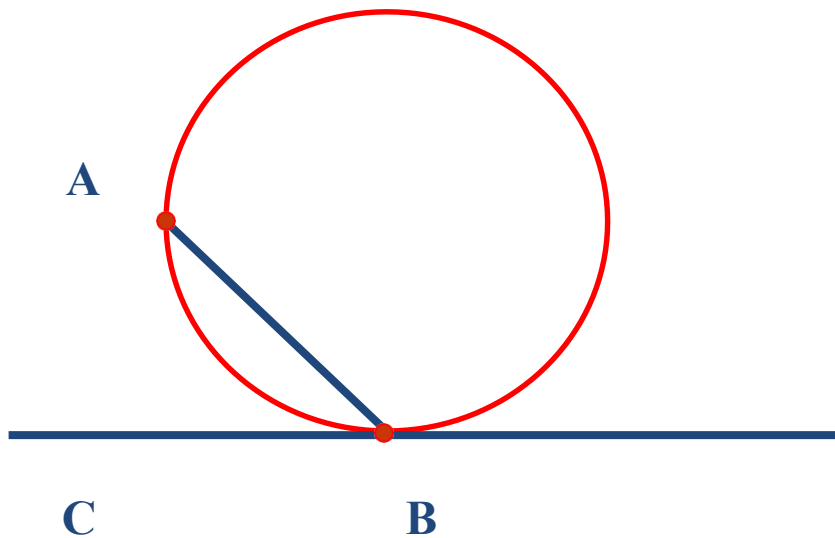
$$\angle 1 = \angle 2$$

Следствие 2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.



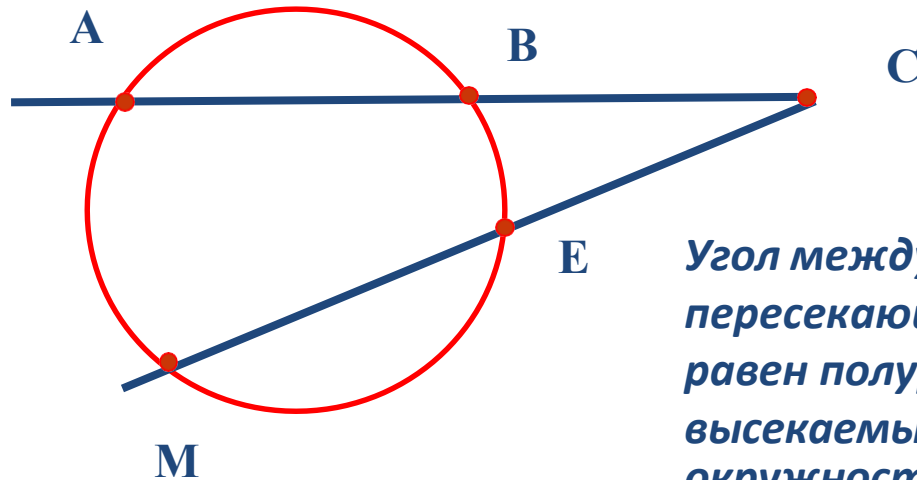
$$\angle ABC = 90^\circ$$

Касательная, хорда, секущая



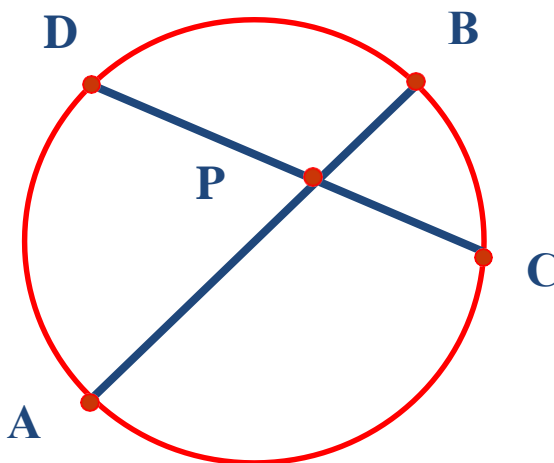
Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$$



Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности

$$\angle C = \frac{\overset{\frown}{AM} - \overset{\frown}{BE}}{2}$$



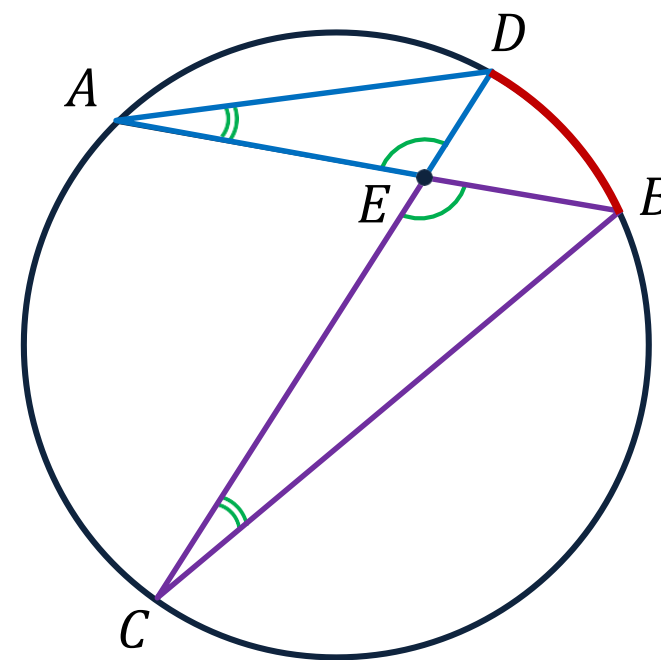
Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами

$$\angle APC = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{2}$$

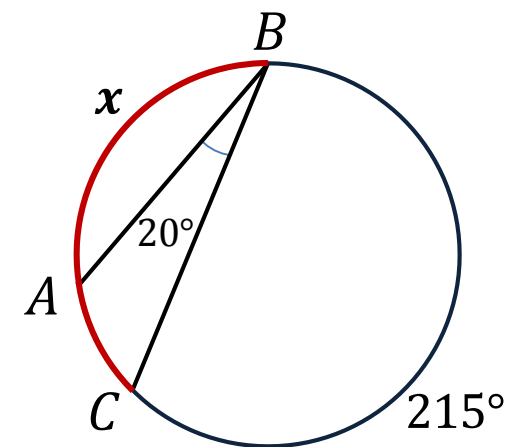
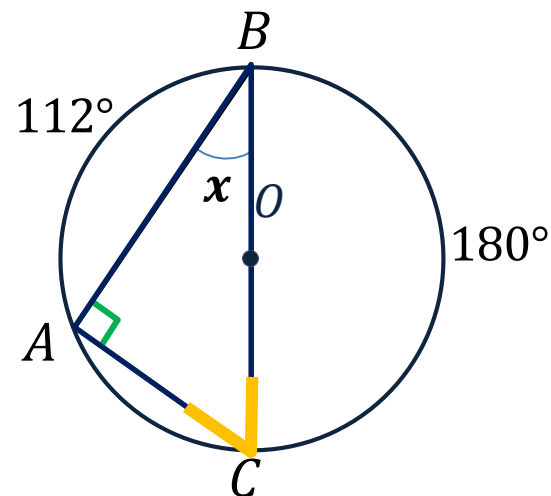
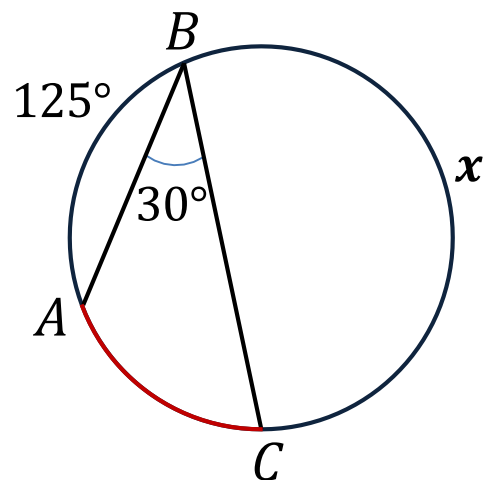
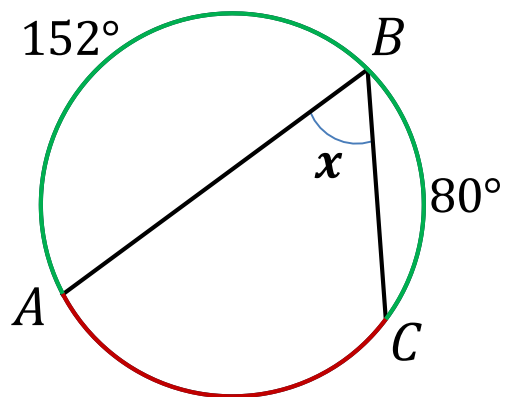
Касательная, хорда, секущая

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$$AE \cdot EB = CE \cdot ED$$



Задача 1. По данным рисунка найдите x .



Решение

$$1. \cup AC = 360^\circ - 80^\circ - 152^\circ = 128^\circ$$

$$x = \frac{1}{2} \cup AC \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 128^\circ = 64^\circ$$

$$2. \angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC \Rightarrow \cup AC = 2 \cdot \angle ABC, \cup AC = 60^\circ$$

$$x = 360^\circ - 60^\circ - 125^\circ = 175^\circ$$

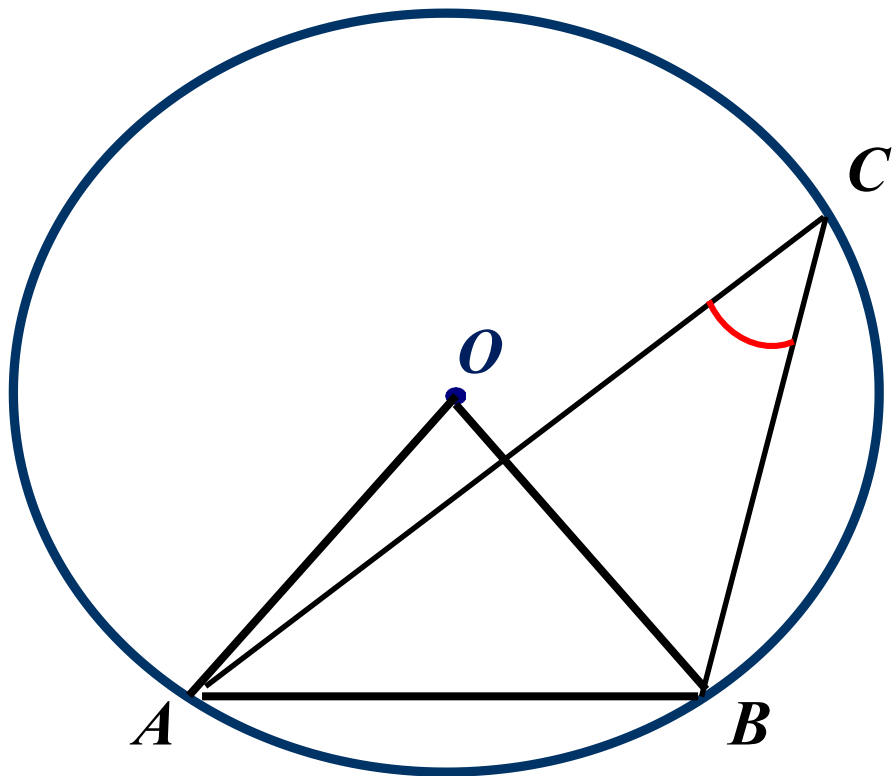
$$3. \angle BAC = 90^\circ; \angle BCA = \frac{1}{2} \cdot 112^\circ = 56^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

$$4. \cup AC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$$

$$x = 360^\circ - 215^\circ - 40^\circ = 105^\circ$$

Задача 2. Найдите величину (в градусах) вписанного угла ACB , опирающегося на хорду AB , равную радиусу окружности.



Решение:

По условию хорда AB равна радиусу окружности R , $AB=R$.

$OA=OB=R$ (радиусы окружности), значит, $\triangle AOB$ - равносторонний, каждый угол которого равен 60° .

Угол ACB - вписанный,

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB, \quad \angle ACB = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

Ответ: 30



Задача 3. Найдите величину $\angle AEC$. Если известно, что хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E , и градусная мера $\sphericalangle BD$ равна 48° , а $\sphericalangle AC$ равна 90° .

Решение

$$1. \angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC, \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

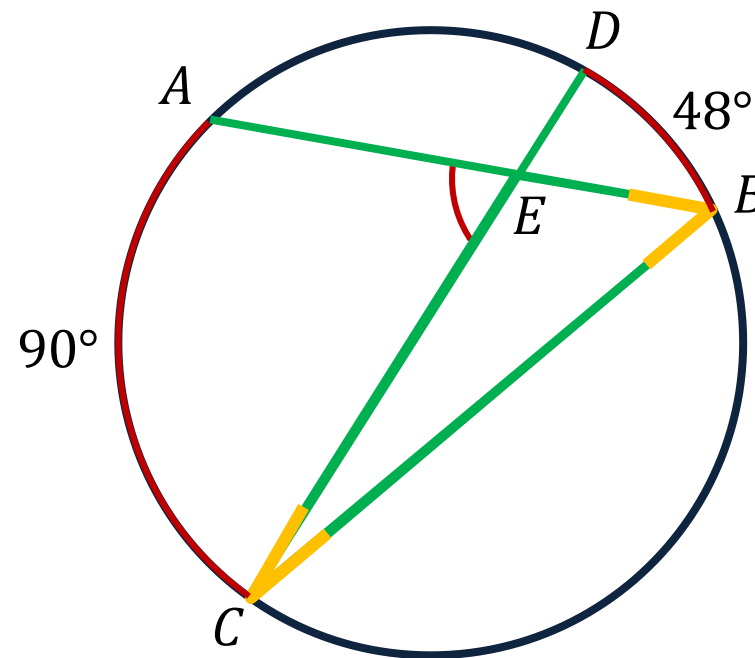
$$2. \angle BCD = \frac{1}{2} \sphericalangle BD, \angle BCD = \frac{1}{2} \cdot 48^\circ = 24^\circ$$

3. $\triangle BCE$:

$$\angle AEC = \angle BCE + \angle CBE$$

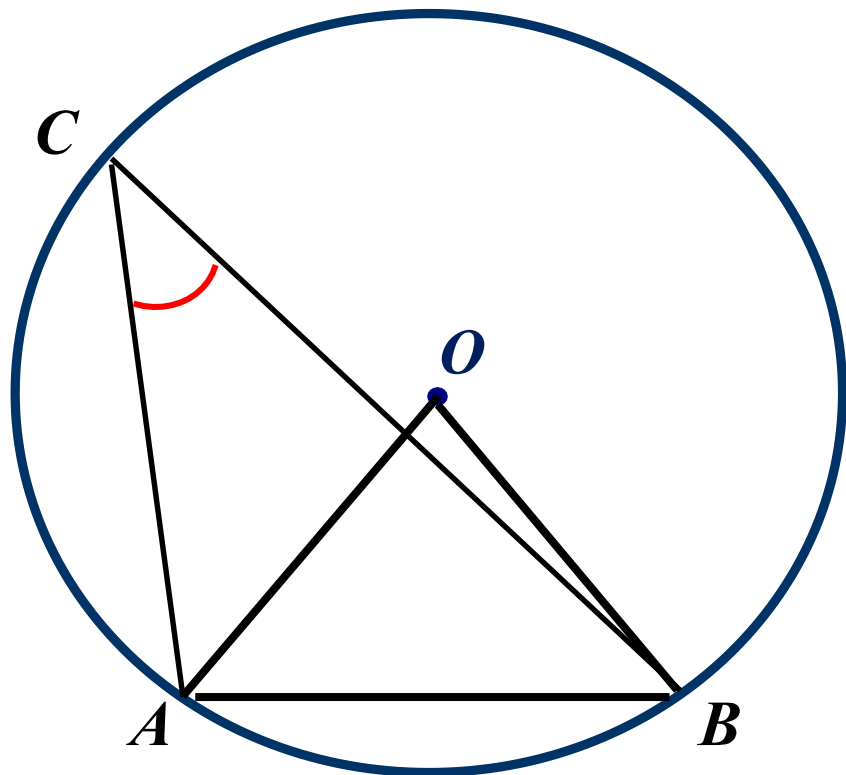
$$\angle AEC = 45^\circ + 24^\circ = 69^\circ$$

Ответ: 69° .





Задача 4. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 33° . Ответ дайте в градусах.



Решение:

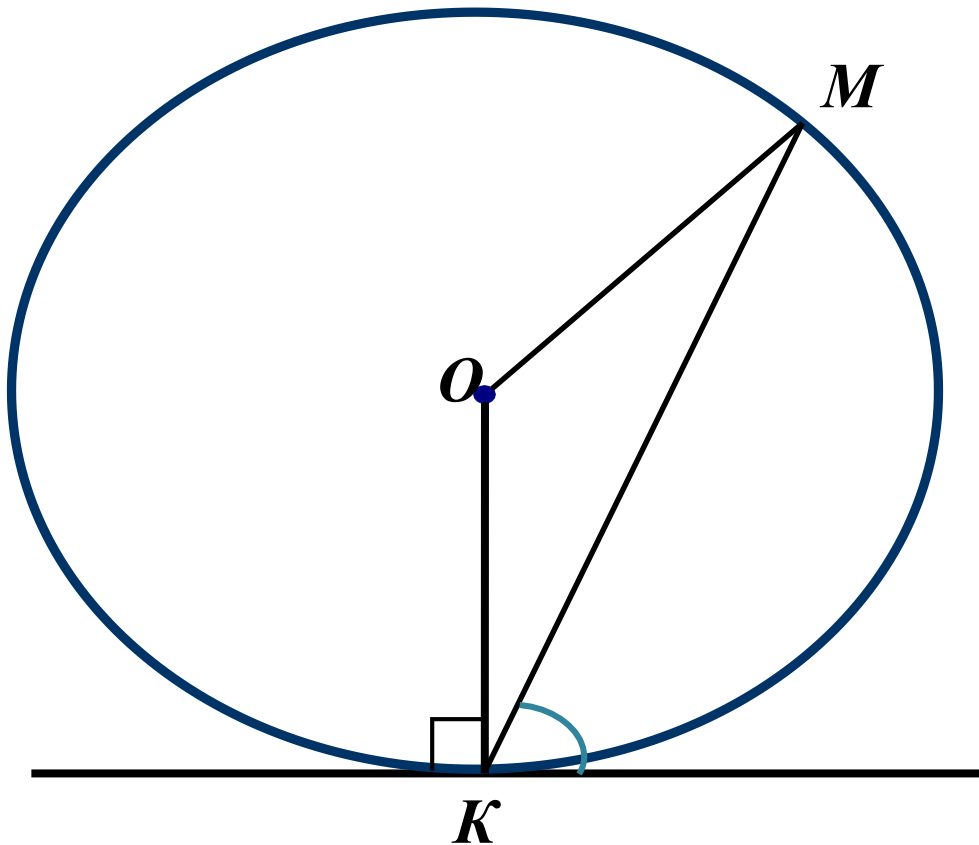
Треугольник ABC вписан в окружность, $\angle ACB$ – вписанный, он равен половине центрального угла AOB

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB, \quad \angle ACB = \frac{33}{2} = 16,5^\circ$$

Ответ:16,5

Задача 5. Прямая касается окружности в точке K . Точка O - центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 83° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.

Решение



$\triangle KOM$ - равнобедренный
($OK=OM$ - радиусы).

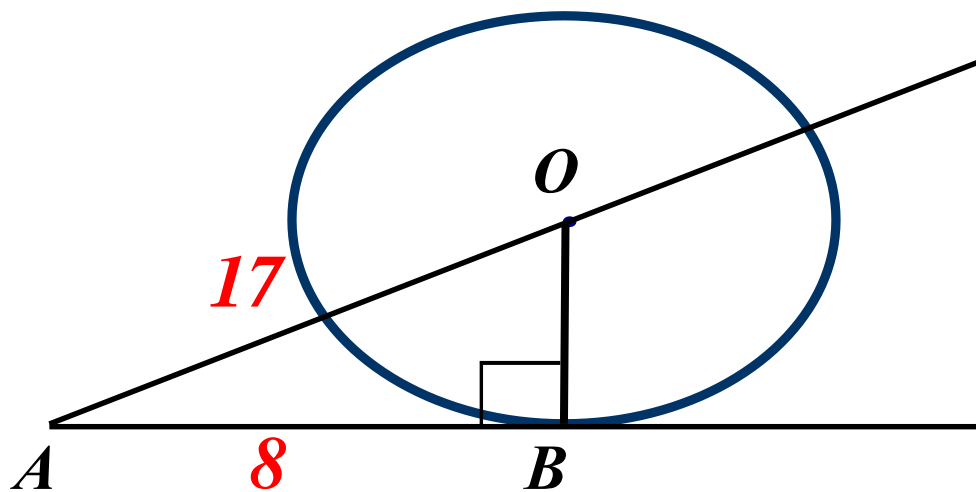
Значит,

$$\angle OKM = \angle OMK = 90^\circ - 83^\circ = 7^\circ$$

Ответ: 7



Задача 6. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 8$ см, $AO = 17$ см.



Решение:

$OB \perp AB \Rightarrow \triangle AOB$ – *прямоугольный*

По теореме Пифагора:

$$AO^2 = OB^2 + AB^2$$

$$OB^2 = AO^2 - AB^2$$

$$OB^2 = 289 - 64 = 225$$

$$OB = 15$$

Ответ: 15



Задача 7. Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 48 см и 3 см, а другая — пополам. Найдите длину второй хорды.

Решение.

Пусть $AB \cap CD = E$. $DE = 3$ см, $CE = 48$ см,

$$AE = BE = x.$$

$$AE \cdot BE = CE \cdot ED$$

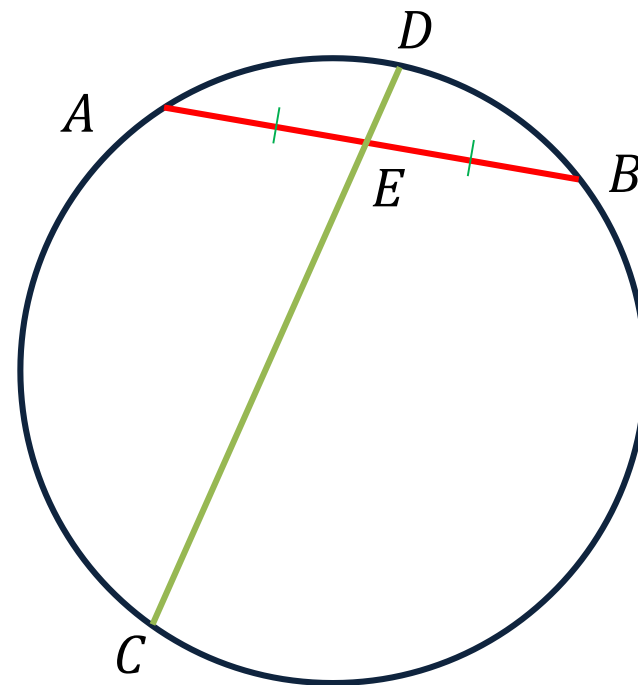
$$x \cdot x = CE \cdot ED$$

$$x^2 = CE \cdot ED$$

$$x = \sqrt{CE \cdot ED}$$

$$x = \sqrt{48 \cdot 3}$$

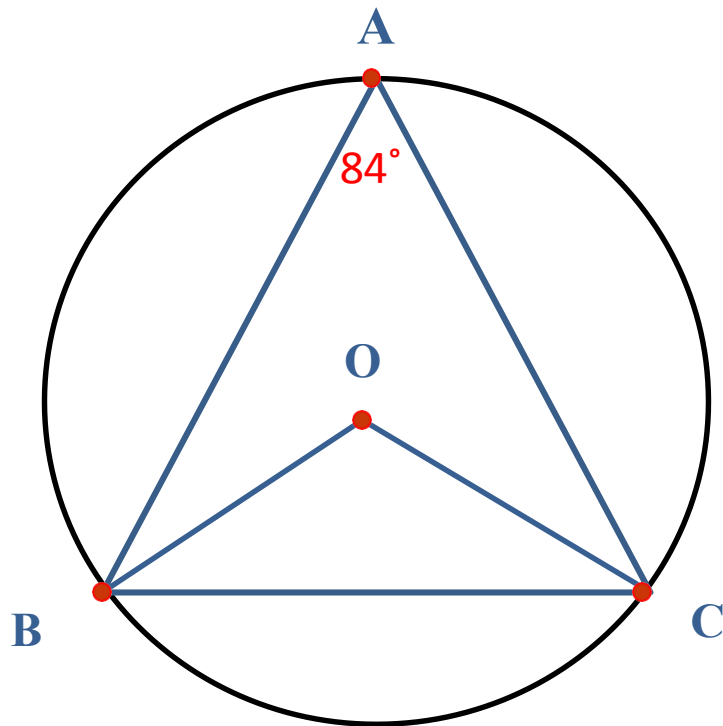
$$x = 12 \text{ (см)} \quad AB = 2x = 2 \cdot 12 = 24 \text{ (см)}$$



Ответ: 24



Задача 8. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 84° .



Решение:

$\angle BAC$ - вписанный и он равен половине центрального угла, следовательно центральный угол в 2 раза больше вписанного:

$$\angle BOC = 84 \cdot 2 = 168^\circ$$

Ответ: 168



Задача 9. Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 22. Найдите высоту этой трапеции.

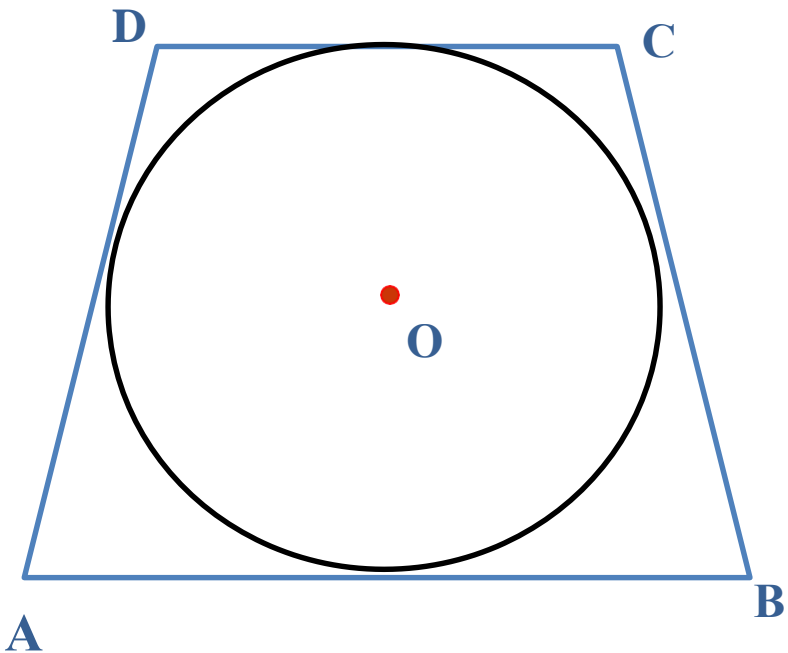
Решение:

Высота равнобедренной трапеции равна диаметру окружности.

Диаметр окружности равен двум радиусам.

$$H = 2 \cdot 22 = 44$$

Ответ: 44

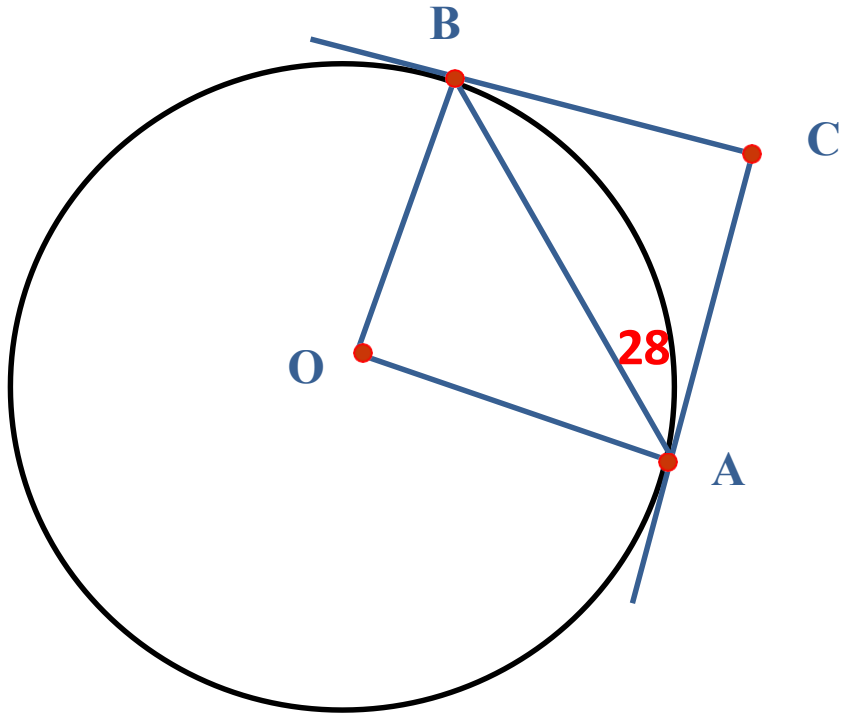




Задача 10. Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC . Угол CAB равен 28° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

Решение:

$$\angle CAB = 28^\circ, \text{ тогда } \angle AOB = 56^\circ,$$
$$\angle AOB = \angle AOB = 56^\circ$$

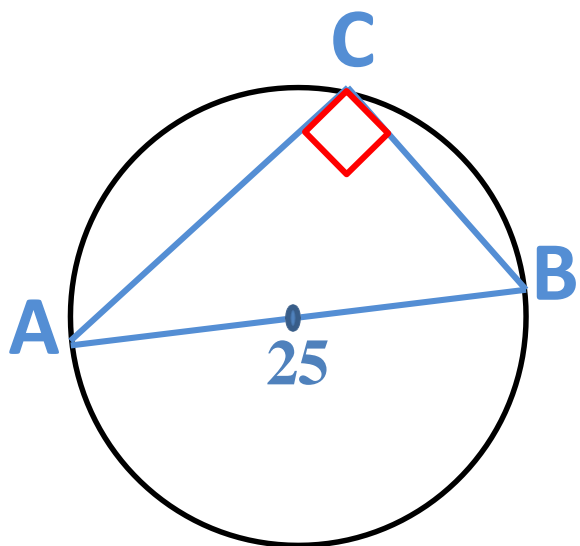


Ответ: 56



Задача 11. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Решение:



$\triangle ABC$ – прямоугольный

$\angle ACB$ – прямой

AB – диаметр

$$R = 25 : 2 = 12,5$$

Ответ: 12,5



Задача 12. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Решение:

Радиус описанной вокруг квадрата окружности равен половине его диагонали.

$$AC = 8\sqrt{2}, \quad AC^2 = 2AB^2$$

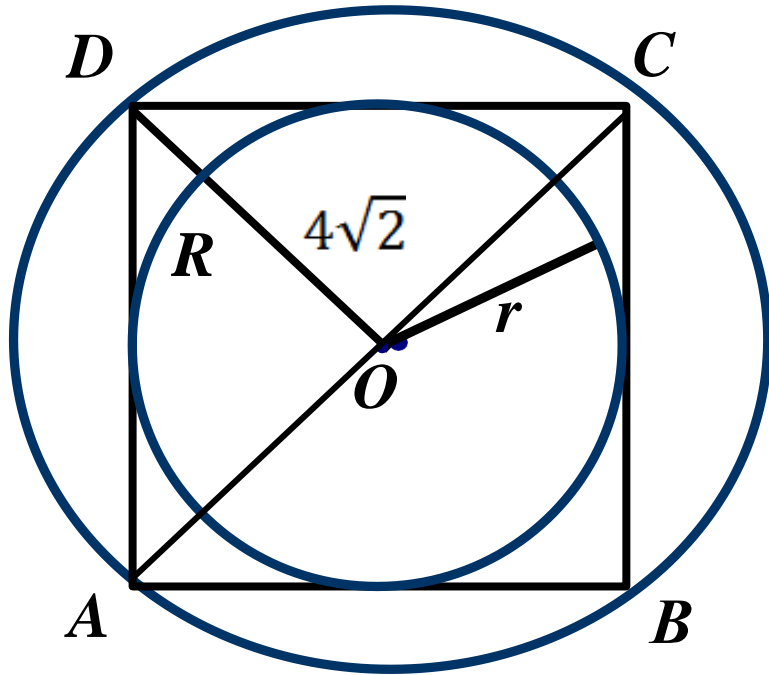
$$2AB^2 = 128; \quad AB^2 = 64;$$

$$AB = 8;$$

Сторона квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности.

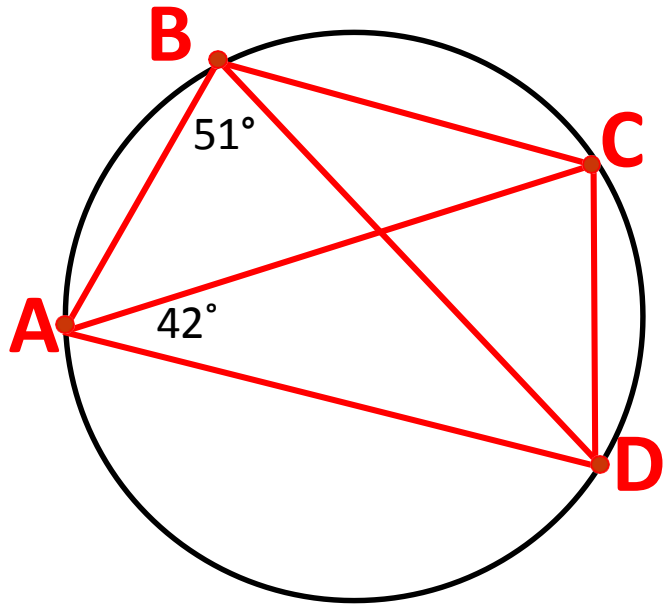
$$r = \frac{AB}{2} = 4$$

Ответ: 4





Задача 13. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 51° , угол CAD равен 42° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$\angle DAC = \angle DBC = 42^\circ$, как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу CD .

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 51^\circ + 42^\circ = 93^\circ$$

Ответ: 93.



***СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ,
ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!***

Козляковская Лидия Сергеевна,
учитель математики, МБОУ СОШ №2, Тимашевский район
Кравченко Ирина Владимировна,
учитель математики, МБОУ СОШ №5, Тимашевский район