

Рабочий лист.

Геометрия. Окружность. Задание № 16 по математике 9 класс

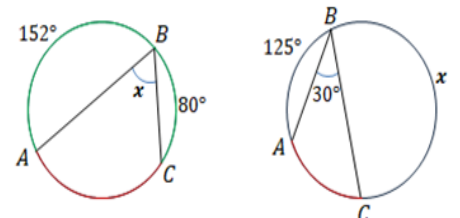
	<p>Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.</p> <p>O – центр окружности, OB – радиус окружности AM - диаметр окружности AB - хорда AC - касательная</p>
	<p>Центральным углом называется угол с вершиной в центре окружности $\angle AOB$ - центральный</p> <p>$\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$</p> <p>Центральный угол равен величине дуги, на которую он опирается.</p> <p>Если центральный угол развернутый, то ему соответствуют две полуокружности.</p>
	<p>Вписанный угол - это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность</p> <p>$\angle ABC$ - вписанный угол</p> <p>Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается</p> <p>$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$</p>
	<p>Следствие 1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.</p> $\angle 1 = \angle 2$
	<p>Следствие 2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.</p> $\angle ABC = 90^\circ$

	<p>Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности $C = (\sphericalangle AM - \sphericalangle BE) : 2$</p>
	<p>Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними $\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AB$</p>
	<p>Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды. $AE \cdot EB = CE \cdot ED$</p>

Задача 1. По данным рисунка найдите x

Решение:

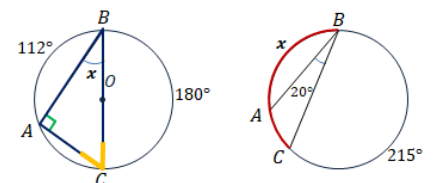
- $\sphericalangle AC = 360^\circ - 80^\circ - 152^\circ = 128^\circ$
 $x = \frac{1}{2} \sphericalangle AC \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 128^\circ = 64^\circ$
 Ответ: 64°
- $\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC \Rightarrow \sphericalangle AC = 2 \cdot \angle ABC$,
 $\sphericalangle AC = 60^\circ \quad x = 360^\circ - 60^\circ - 125^\circ = 175^\circ$
 Ответ: 175°



По данным рисунка найдите x

Решение:

- $\angle BAC = 90^\circ$; $\angle BCA = \frac{1}{2} \cdot 112^\circ = 56^\circ$ $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$
 Ответ: 34°
- $\sphericalangle AC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$ $x = 360^\circ - 215^\circ - 40^\circ = 105^\circ$
 Ответ: 105°

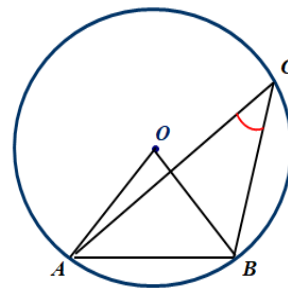


Задача 2. Найдите величину (в градусах) вписанного угла $\angle ACB$, опирающегося на хорду AB , равную радиусу окружности.

Решение:

По условию хорда AB равна радиусу окружности R , $AB=R$ $OA=OB=R$ (радиусы окружности), значит равнобедренный, каждый угол которого равен 60° . Угол $\angle ACB$ – вписанный угол, $\angle ACB=60^\circ:2=30^\circ$

Ответ : 3



Задача 3. Найдите величину $\angle AEC$. Если известно, что хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E , и градусная мера $\angle BD$ равна 48° , а $\angle AC$ равна 90° .

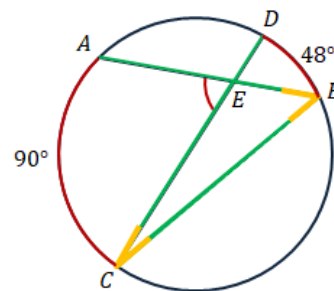
Решение:

$$\angle ABC = 48^\circ / 2 \angle AC, \angle ABC = 1/2 \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

$$2. \angle BCD = 1/2 \angle BD, \angle BCD = 1/2 \cdot 48^\circ = 24^\circ$$

$$3. \triangle BCE: \angle AEC = \angle BCE + \angle CBE \quad \angle AEC = 45^\circ + 24^\circ = 69^\circ$$

Ответ: 69°



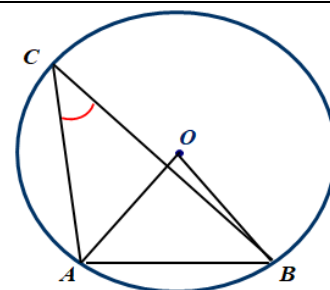
Задача 4. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол $\angle ACB$, если угол $\angle AOB$ равен 33° . Ответ дайте в градусах.

Решение:

Треугольник ABC вписан в окружность, $\angle ACB$ – вписанный угол и он равен половине центрального угла $\angle AOB$.

$$\angle ACB = 1/2 \angle AOB \quad \angle ACB = 33^\circ : 2 = 16,5^\circ$$

Ответ: $16,5^\circ$

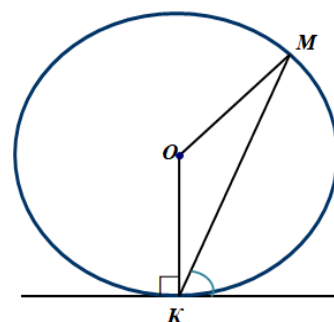


Задача 5 Прямая касается окружности в точке K . Точка O — центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 83° . Найдите величину угла $\angle OMK$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

$\triangle KOM$ - равнобедренный ($OK=OM$ -радиусы), значит $\angle OKM = \angle OMK = 90^\circ - 83^\circ = 7^\circ$

Ответ: 7°



Задача 6 К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 8$ см, $AO = 17$ см.

Решение:

$OB \perp AB \Rightarrow \triangle AOB$ – прямоугольный

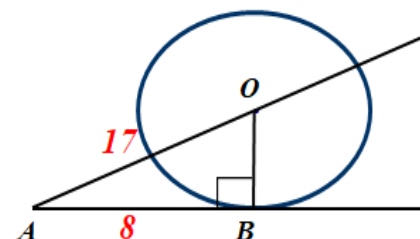
По теореме Пифагора:

$$AO^2 = OB^2 + AB^2$$

$$OB^2 = AO^2 - AB^2$$

$$OB^2 = 289 - 64 = 225$$

$$OB = 15$$



Ответ: 15

Задача 7. Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 48 см и 3 см, а другая — пополам. Найдите длину второй хорды.

Решение:

Пусть $AB \cap CD = E$. $DE = 3$ см, $CE = 48$ см,

$AE = BE = x$.

$AE \cdot BE = CE \cdot ED$

$x \cdot x = CE \cdot ED$

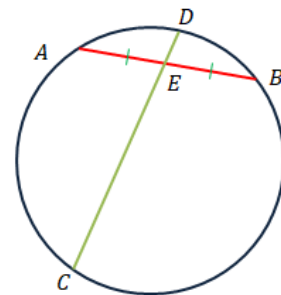
$x^2 = CE \cdot ED$

$x = \sqrt{CE \cdot ED}$

$x = \sqrt{48 \cdot 3}$

$x = 12$ (см) $AB = 2x = 2 \cdot 12 = 24$ (см)

Ответ: 24 см

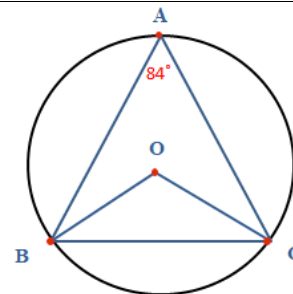


Задача 8 Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 84° .

Решение:

$\angle BAC$ - вписанный угол и он равен половине центрального угла, следовательно центральный угол в 2 раза больше вписанного: $\angle BOC = 84 \cdot 2 = 168^\circ$

Ответ: 168°



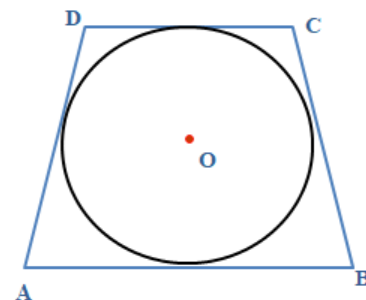
Задача 9 Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 22. Найдите высоту этой трапеции.

Решение:

Высота равнобедренной трапеции равна диаметру окружности. Диаметр окружности равен двум радиусам.

$H = 2 \cdot 22 = 44$

Ответ: 44



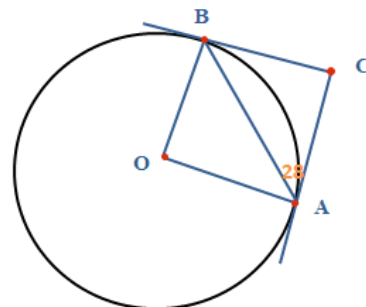
Задача 10 Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC . Угол CAB равен 28° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

Решение:

$\angle CAB = 28^\circ$, тогда $\sphericalangle AB = 56^\circ$

$\sphericalangle AB = \angle AOB = 56^\circ$

Ответ: 56°



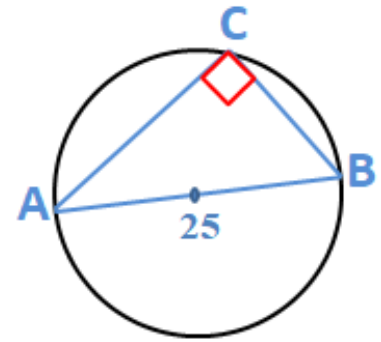
Задача 11. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Решение:

$\triangle ABC$ – прямоугольный, $\angle ACB$ – прямой, AB – диаметр

$$R = 25 : 2 = 12,5$$

Ответ: 12,5



Задача 12 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Решение:

Радиус описанной вокруг квадрата окружности равен половине его диагонали.

$$AC = 8\sqrt{2} \quad AC^2 = 2AB^2$$

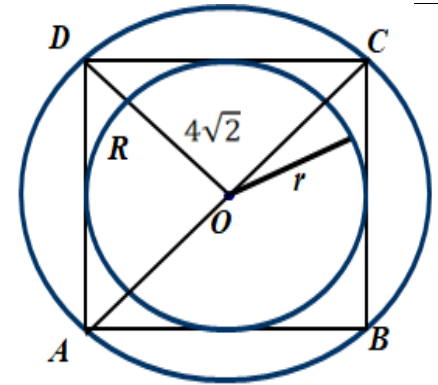
$$2AB^2 = 128; \quad AB^2 = 64;$$

$$AB = 8;$$

Сторона квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности.

$$r = \frac{AB}{2} = 4$$

Ответ: 4



Задача 13 Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 51° , угол CAD равен 42° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

Решение:

$\angle DAC = \angle DBC = 42^\circ$, как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу CD.

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 51^\circ + 42^\circ = 93^\circ$$

Ответ: 93°

