|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Рабочий лист** | | |
| **Разложение на простые множители** | | |
| **Простым** называется натуральное число, которое больше единицы имеет два делителя: себя и единицу |  |  |
| Чтобы **разложить число на простые множители**, нужно разделить его на наименьшее простое число, которое возможно, а полученный остаток снова разделить на наименьшее простое число, которое возможно, и так далее, пока остаток не станет равен 1 |  |  |
| **Задача1**  Разложите число 2016 на простые множители | **Решение**: будем делить число 2016 на 2 до тех пор, пока не получится нечетное число  Затем будем делить на 3  Степени мы определили, посчитав то, сколько раз мы делили на то или иное число | 2016→1008→504→252  →126  →63  63→21→7  **Ответ:** 2016=2⁵‧3²‧7 |
| **Задача 2**  Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится нацело на 10, равно 10 000. Найдите сумму этих чисел | **Решение:** так как 10 000=2⁴‧5⁴, то каждое из чисел может содержать в своем разложении на простые множители только 2 и 5. Заметим, что если число одновременно содержит двойку пятерку в своем разложении, то оно делится на 10, что противоречит условию. Поэтому одно число содержит только двойки, оно равно 2⁴=16, а второе содержит только пятерки, равно 5⁴=625. Тогда сумма этих чисел 16+625=641 | **Ответ:** 641 |
| **Задача 3:**  Может ли у натурального числа быть ровно 3 натуральных делителя | **Решение:**  У числа N всегда есть два различных натуральных делителя – это 1 и само число N. Если у числа есть делитель a, то у него есть еще делитель N꞉a=b, то есть количество делителей четно. Чтобы количество делителей было нечетно, нужно потребовать, чтобы N꞉a=a, то есть N=a²  Например, подходит число 9  Делители:1,3,9 | **Ответ:** может |
| **Делимость чисел** | | |
| **Делитель** –это натуральное число, на которое другое натуральное число делится без остатка |  |  |
| **Признаки делимости:**  **на 2**-последняя цифра числа четная  **на 3**-сумма цифр числа делится на 3  **на 4**-последние две цифры числа составляют число, которое делится на 4  **на 5**- последняя цифра числа 5 или 0  **на 6**-число делится и на 2 и на 3  **на 7-**результат вычитания удвоенной последней цифры из числа без последней цифры, делится на 7 (например, 343: 34-3‧2=28)  **на 8**-последние три цифры числа составляют число, которое делится на 8  **на 9**- сумма цифр числа делится на 9  **на 10**-последняя цифра числа 0  **на 11**- сумма цифр числа, стоящих на четных местах равна сумме цифр, стоящих на нечетных местах или отличается на 11  **на 13**- число десятков сложенное с учетверенным числом единиц этого числа делится на 13 (например, 533: 53+3‧4=65)  **на 17**-если разность этого числа без его последней цифры и его последней цифры, умноженной на 5, делится на 17 ( например, 1564: 156-4‧5=136,  13-6‧5= ‒17  **на 19**-сумма этого числа без его последней цифры его последней цифры, умноженной на 2, делится на 19 (например, 1653: 165+3‧2=171, 17+1‧2=19) | **Теоремы делимости**:  • если каждое слагаемое суммы делится на одно и то же число, то и сумма делится на это число  • если в произведении чисел хотя бы один из множителей делится на число, то и все произведение делится на это число  • |  |
| **Задача 1**  Верно ли, что если число делится на 6 и на 8, то оно делится на 48 | **Решение:**  Например, 24  Делится на 6 и на 8, а на 48 не делится | **Ответ** : нет |
| **Задача 2**  Докажите, что произведение любых четырех последовательных целых чисел делится на 8 | **Решение:**  Среди четырех последовательных целых чисел есть два последовательных четных числа, а среди двух последовательных четных чисел всегда есть число, которое делится на 4  Так как есть два числа, одно из которых делится на 2, а другое на 4, то все произведение делится на 8 |  |
| **Задача 3**  Докажите, что число n³‒n делится на 6 при любом целом n | **Решение:**  n³‒n=n(n²‒1)=n(n‒1)(n+1)=  (n‒1)n(n+1)  Произведение трех последовательных чисел, значит среди них есть число, которое делится на 2 и число, которое делится на 3, тогда оно делится на 6 |  |
| **Четность и нечетность чисел** | | |
| Число называется четным, если оно делится на 2  Число называется нечетным, если оно не делится на 2 | Формула четного числа 2n  Формула нечетного числа 2n+1 | Теоремы:  • сумма любого числа четных слагаемых четна  • сумма четного числа нечетных слагаемых четна  • сумма нечетного числа нечетных слагаемых нечетна  • если в произведении все множители нечетны, то произведение нечетно  • если в произведении хотя бы один множитель четный, то произведение четно |
| **Задача 1**  В ряд выписаны числа от 1 до 22. Можно ли между ними расставить знаки «+» и «‒» так, чтобы в результате получился 0 | **Решение:**  Среди чисел 1, 2, 3, …22 всего 11 четных и 11 нечетных чисел, то есть сумма четных слагаемых будет четной, а сумма 11 нечетных слагаемых будет нечетным числом, а 0 четное число, поэтому нельзя | **Ответ:** нет |
| **Задача 2**  Можно ли разменять 1000 рублей купюрами по 5, 25, 125 рублей так, чтобы всего оказалось 101 купюра. (предположить, что купюры 5 , 25 и 125 рублей существуют) | **Решение:**  Так как купюры нечетного номинала и количество слагаемых нечетное (101), а сумма четна (1000), то невозможно | **Ответ**: нет |
| **Задача 3**  Сумму двух целых чисел умножили на их произведение. Могло ли в результате получиться число 123456789? | **Решение:**  Предположим, что такое может быть. Пусть a , b целые числа, тогда (a+b)‧a‧b=123456789  Произведение нечетно, значит числа a , b нечетные, но тогда (a+b) сумма двух нечетных чисел и она четна, тогда произведение должно быть четным ‒ противоречие! | **Ответ:** нет |
| **Среднее арифметическое чисел** | | |
| **Среднее арифметическое** множества чисел – число, равное сумме всех чисел множества, деленной на х количество |  |  |
| **Задача:**  На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших из них равно 15. Может ли наименьшее з этих чисел равняться 3? | **Решение:**  Допустим, что наименьшее из чисел 3, так как эти числа различны, то набор первых шести чисел такой – 3,4,5,6,7,8  Сумма всех чисел 3+4+5+6+7+8=33, наименьшая из возможных.  Так как среднее арифметическое первых шести чисел =5, то сумма этих чисел 5‧6=30, а наименьшая возможная сумма первых шести чисел 33, поэтому не может | **Ответ**: нет |
| **Представление числа в виде суммы разрядных слагаемых** | | |
| Любое натуральное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых | Например:  654=6‧100+5‧10+4 |  |
|  |  |  |
| **Решение задач ЕГЭ** | | |
| **Задача 1**  У Миши в копилке есть 2-рублевые, 5-рублевые и 10-рублевые монеты. Если взять 10 монет, то среди них обязательно найдется хотя бы одна 2-рублевая. Если взять 15 монет, то среди них обязательно найдется хотя бы одна 5-рублевая. Если взять 20 монет, то среди них обязательно найдется хотя бы одна 10-рублевая. Может ли у Миши быть 30 монет? | **Решение:**  Если среди 10 монет имеется хотя бы одна 2-рублевая, то 5- рублевых и 10-рублевых вместе 9 монет.  Если среди 15 монет хотя бы одна 5-рублевая, то 2-рублевых и 10-рублевых монет вместе 14.  Если среди 20 монет хотя бы одна 10-рублевая, то 2-рублевых и 5-рублевых вместе 19.  Пусть х 2-рублевых, у 5-рублевых, z 10-рублевых, тогда  x+y=19  x+z=14  y+z=9 складываем почленно все три уравнения  2x+2y+2z=42, делим на 2  x+y+z=21  всего монет 21 | **Ответ**: не может |
| **Задача 2**  Петя участвовал в викторине по истории. За каждый правильный ответ участнику начисляется 8 баллов, за каждый неверный – списывается 8 баллов, за отсутствие ответа списывается 3 балла. По результатам викторины Петя набрал 35 баллов. На сколько вопросов Петя не дал ответа, если в викторине было 30 вопросов? | **Решение:**  Пусть было х верных ответов, у неверных и z вопросов, на которые не дали ответа. Тогда  х+у+z=30 (1)  Получено баллов  8х-8у-3z=35 (2)  Из (1) выразим х и подставим в (2)  х=30-у- z  8(30-у- z)- 8у-3z=35  240-8у-8z-8у-3z=35  16у+11z=205  z= 205-16у  11 | Переберем значения у  •если у=1, то  z= 205-16=189  11 11  •если у=2, то  z= 205-32=173  11 11  •если у=3, то  z= 205-48=157  11 11  •если у=4, то  z= 205-64=141  11 11  •если у=5, то  z= 205-80=125  11 11  •если у=6, то  z= 205-96=109  11 11  •если у=7, то  z= 205-112=83  11 11  •если у=8, то  z= 205-128=77 =7  11 11  **Ответ:** 7 |
| **Задача 3**  На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 3, к каждому числу из второй группы – цифру 7, а числа из третьей группы оставили без изменений. Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 8 раз? | **Решение:**  Пусть было три однозначных числа а, b, c, сумма (а+b+c)  Когда приписали справа число, то первые два числа стали двузначными  10а+3, 10b+7, c  Сумма (10а+3+10b+7+c) в 8 раз больше предыдущей  (10а+3+10b+7+c)=8(а+b+c)  10а+10b+c-8a-8b-8c=-10  2a+2b=7c-10  2(a+b)=7c-10  Из полученного равенства ясно, что с-четное число | Выполняем перебор элементов  •если с=2, то  2(a+b)=4  (a+b)=2  Тогда а=b=2, противоречит условию, что числа различны  •если с=4, то  2(a+b)=18  (a+b)=9  Тогда пусть а=3, b=6,  Тогда, сумма 3+6+4=13  После изменений  33,67,4, а сумма 33+67+4=104  13‧8=104, все условия задачи выполнены  **Ответ**: может, например это числа 3,6,4 |
| **Задача 4**  На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 8, а среднее арифметическое сем наибольших равно 14. Может ли наибольшее из этих 11 чисел равняться 16? | **Решение:**  Пусть числа расставлены по возрастанию, тогда если среднее арифметическое (с.а.) шести первых 8, то сумма шести первых чисел 8‧6=**48,** а сумма семи последних 14‧7=**98**  Возьмем ряд натуральных чисел с самыми наименьшими возможным значениями  1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,16  сумма шести первых (1+2+3+4+5+6)=**21**  сумма семи последних  5+6+7+8+9+10+16=**61**  Возьмем ряд натуральных чисел с наибольшими значениями  6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16  Сумма последних семи  16+15+14+13+12+11+10=91, а нужно 98, поэтому невозможно | **Ответ**: не может |
| **Задача 5**  Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр-целое число. Может ли это отношение быть равным 11? | **Решение:**  Пусть a-чсло сотен, b-число десятков, с-число единиц. Составим отношение  100а+10b+c =11  a+b+c  100а+10b+c =11(a+b+c)  100а+10b+c-11a-11b=11c  89a=b+10c  Пусть с=8, b=9, a=1 | **Ответ**: может, например, число 198, сумма цифр=18, 198꞉18=11 |