



Площади четырехугольников. Задание №17 ОГЭ по математике

Клепань Людмила Ивановна,
учитель математики МАОУ СОШ №99 имени дважды
Героя Советского Союза Бориса Сафонова г. Краснодара



Четырехугольники

Параллелограмм

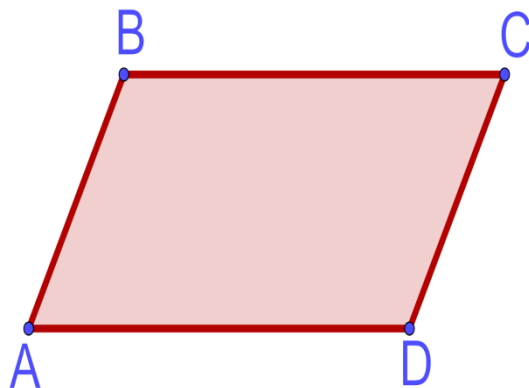
Прямоугольник,
квадрат и ромб

Трапеция



Параллелограмм.

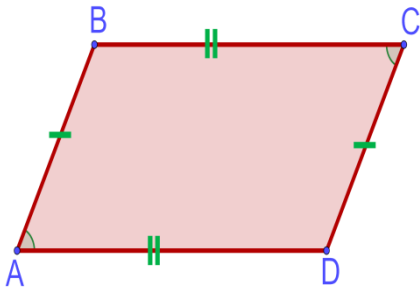
Параллелограммом называется
четырехугольник, у которого
противоположные стороны
попарно параллельны



$$AB \parallel CD$$
$$BC \parallel AD$$

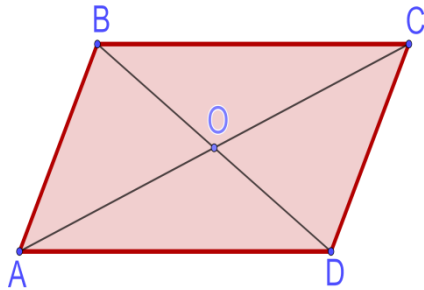


Параллелограмм и его свойства



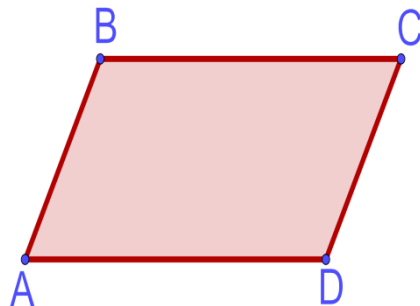
Свойство 1. В параллелограмме противоположные углы и противоположные стороны равны.

$$AB = CD, BC = AD; \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$



Свойство 2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = OC, BO = OD$$



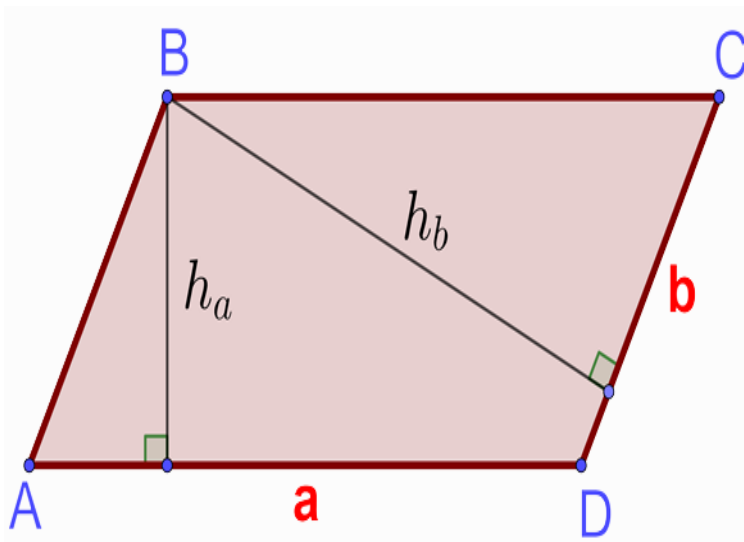
Свойство 3. В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180° .

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \angle A + \angle D = 180^\circ$$



Площадь параллелограмма равна

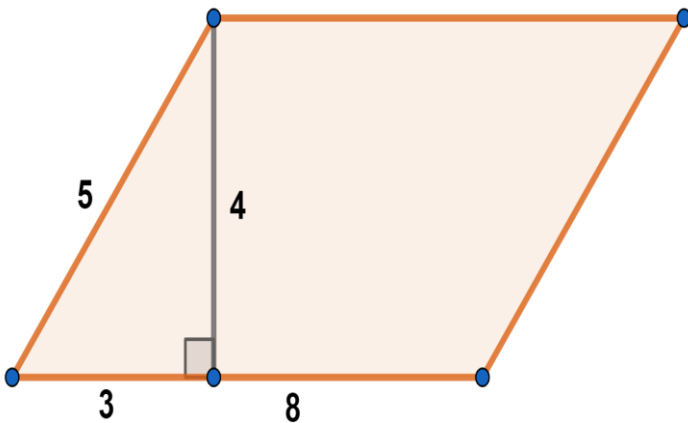
- ❖ произведению его основания на высоту
- ❖ произведению его смежных сторон на синус угла между ними



$$S = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$
$$S = a \cdot b \cdot \sin \gamma$$



Задача 1. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



Решение

$$S = a \cdot h_a$$

$$a = 3 + 8 = 11$$

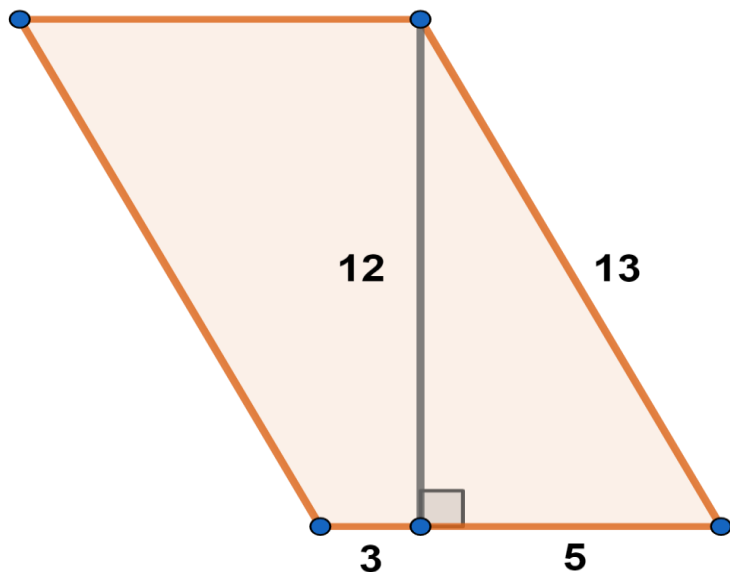
$$h = 4$$

$$S = 11 \cdot 4 = 44$$

Ответ: 44



Задача 2. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



Решение

$$S = a \cdot h_a$$

$$S = 3 + 5 = 8$$

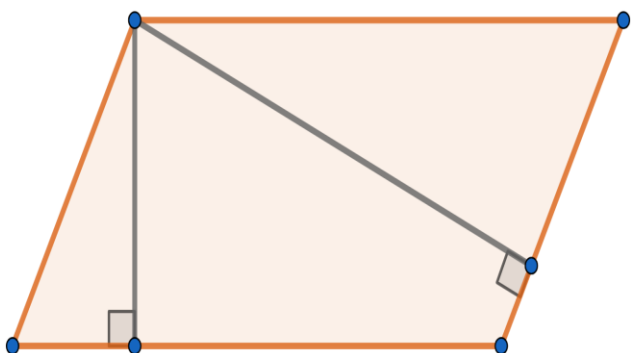
$$h = 12$$

$$S = 8 \cdot 12 = 96$$

Ответ: 96



Задача 3. Площадь параллелограмма равна 56, а две его стороны равны 7 и 28. Найдите его высоты. В ответе укажите меньшую высоту.



Решение

$$1) S = a \cdot h_a$$

$$a = 7$$

$$56 = 7 \cdot h_a$$

$$h_a = 56 : 7 = 8$$

$$2) S = b \cdot h_b$$

$$b = 28$$

$$56 = 28 \cdot h_b$$

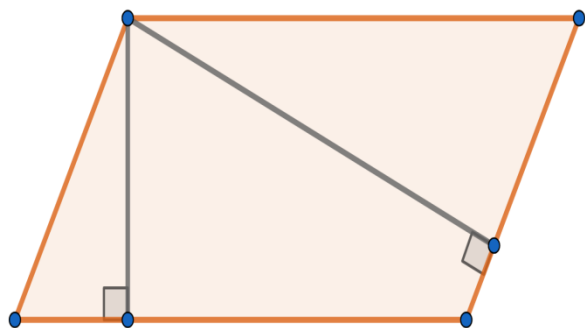
$$h_b = 56 : 28 = 2$$

$$8 > 2$$

Ответ: 2



Задача 4. Площадь параллелограмма равна 45, а две его стороны равны 5 и 15. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



Решение

$$1) S = a \cdot h_a$$

$$a = 5$$

$$45 = 5 \cdot h_a$$

$$h_a = 45 : 5 = 9$$

$$2) S = b \cdot h_b$$

$$b = 15$$

$$45 = 15 \cdot h_b$$

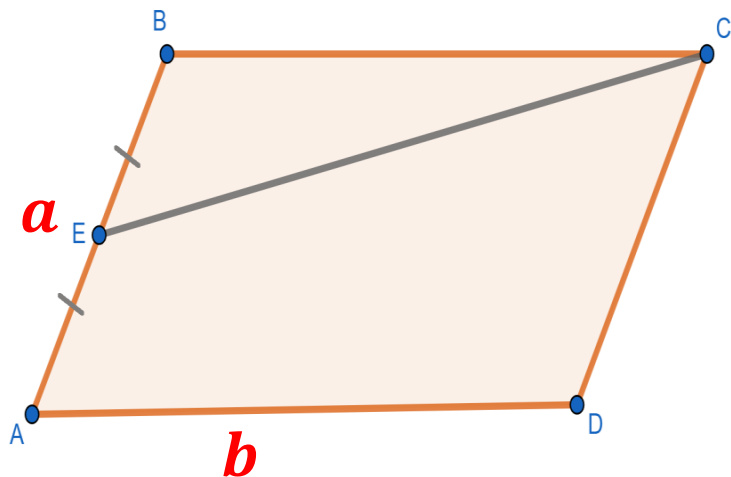
$$h_b = 45 : 15 = 3$$

$$9 > 3$$

Ответ: 9



Задача 5. Площадь параллелограмма ABCD равна 32. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.



Решение

$$S_{\text{пар}} = a \cdot b \cdot \sin \angle B$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} a\right) \cdot b \cdot \sin \angle B$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{4} \cdot S_{\text{пар}}$$

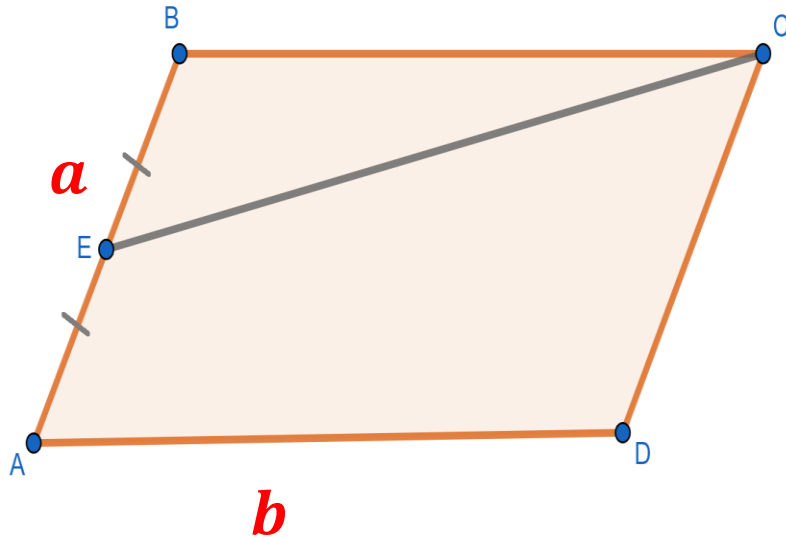
$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{4} \cdot 32 = 8$$

$$S_{AECD} = 32 - 8 = 24$$

Ответ : 24



Задача 6. Площадь параллелограмма ABCD равна 132. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



Решение

$$S_{\text{пар}} = a \cdot b \cdot \sin \angle B$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} a\right) \cdot b \cdot \sin \angle B$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{4} \cdot S_{\text{пар}}$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD}$$

$$S_{ABCD} = 132$$

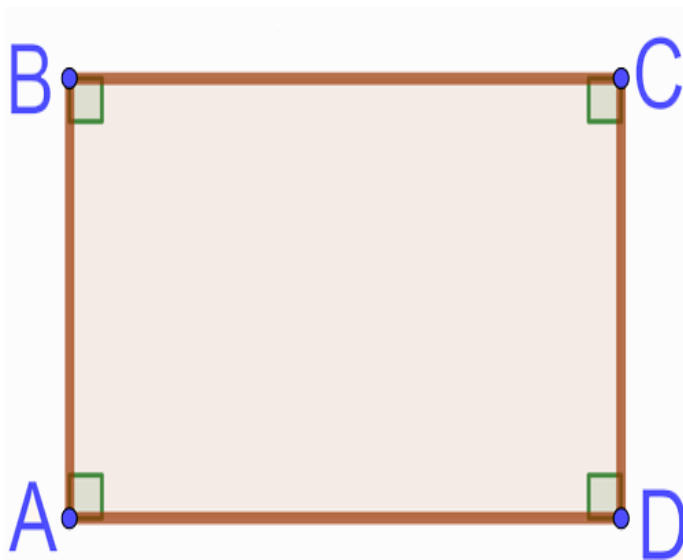
$$S_{\Delta BEC} = \frac{1}{4} \cdot 132 = 33$$

Ответ : 33



Прямоугольник.

Прямоугольником называется параллелограмм,
у которого все углы прямые



$$\angle A = 90^{\circ}$$

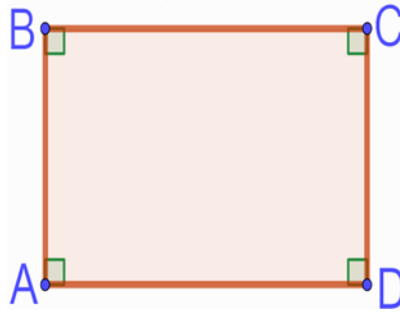
$$\angle B = 90^{\circ}$$

$$\angle C = 90^{\circ}$$

$$\angle D = 90^{\circ}$$



Прямоугольник и его свойства



Свойство 1. Все углы прямоугольника – прямые, а противоположные стороны – равны.

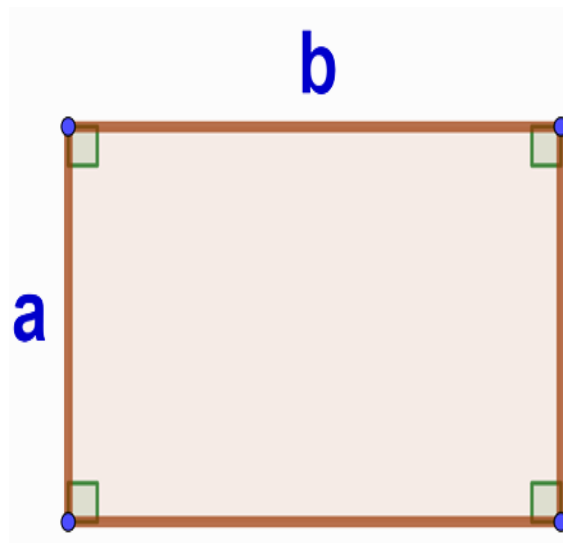
$$\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^{\circ}; AB = CD, BC = AD$$

Свойство 2. Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = BO = CO = DO$$



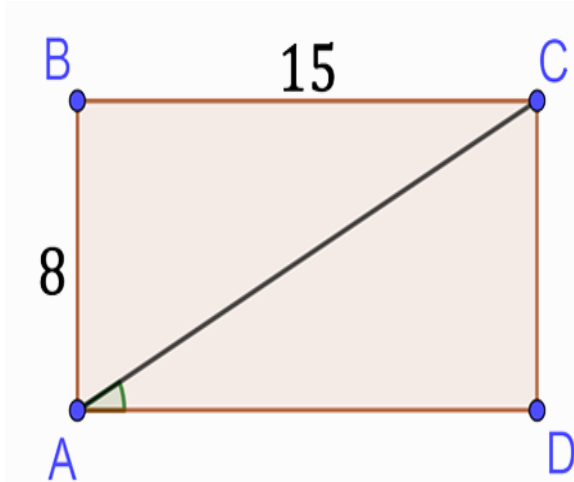
Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон



$$S=ab$$



Задача 7. В прямоугольнике ABCD сторона AB равна 8, сторона BC равна 15. Найдите площадь прямоугольника.



Решение

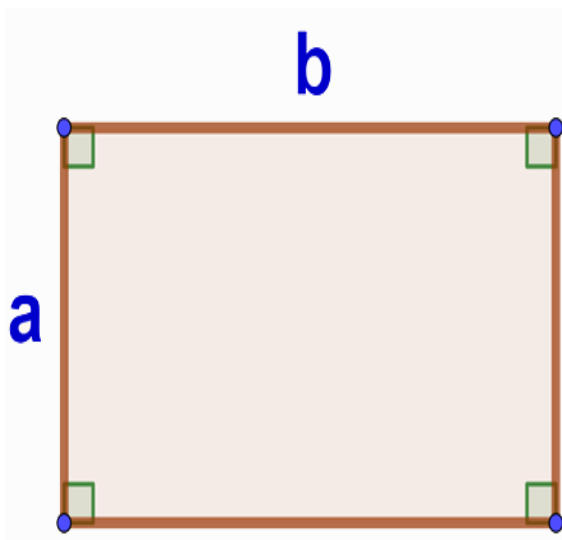
$$1) S_{ABCD} = AB \cdot BC$$

$$2) S_{ABCD} = 8 \cdot 15 = 120$$

Ответ: 120



Задача 8. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 60, а отношение соседних сторон равно 4:11.



Решение

$$1) 2(4+11) = 2 \cdot 15 = 30$$

$$2) 60 : 30 = 2$$

$$3) a = 2 \cdot 4 = 8$$

$$b = 2 \cdot 11 = 22$$

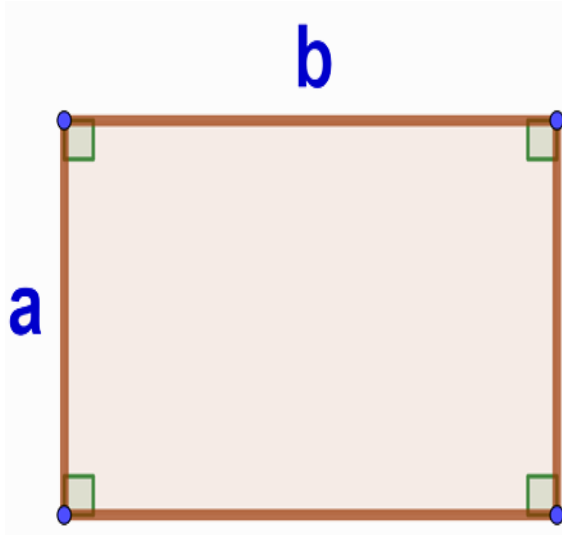
$$4) S = ab$$

$$S = 8 \cdot 22 = 176$$

Ответ: 176



Задача 9. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.



Решение

$$1) a=2+b$$

$$2) P=44$$

$$2(2+b+b)=44$$

$$2+2b=44$$

$$2b=44-2$$

$$2b=42$$

$$b=21$$

$$a=21+2=23$$

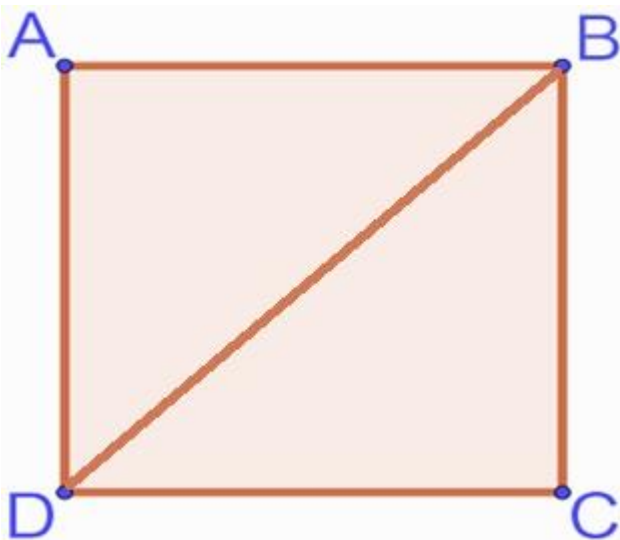
$$3) S=ab$$

$$S=21 \cdot 23=483$$

Ответ: 483



Задача 10. В прямоугольнике диагональ равна 10, угол между ней и одной из сторон равен 30° , длина этой стороны Найдите площадь прямоугольника, деленную на $\sqrt{3}$



Решение

$$DB = 10, \angle CBD = 30^\circ, CD = 5.$$

$$S = ab$$

$$S = 5\sqrt{3} \cdot 5 = 25\sqrt{3}, \text{ делим на } \sqrt{3}, \text{ получаем}$$

$$S = 25$$

Ответ: 25.



Задача 11. В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100. Найдите площадь прямоугольника.

Решение

Пусть a и b — длины сторон
прямоугольника,
 c — длина диагонали.

Из теоремы Пифагора найдем
вторую сторону прямоугольника:

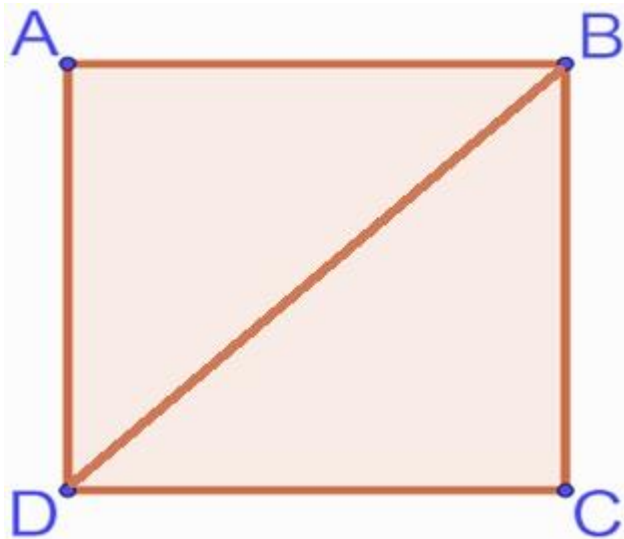
$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{100^2 - 96^2} = 28$$

Найдем площадь прямоугольника

$$S = ab$$

$$S = 96 \cdot 28 = 2688$$

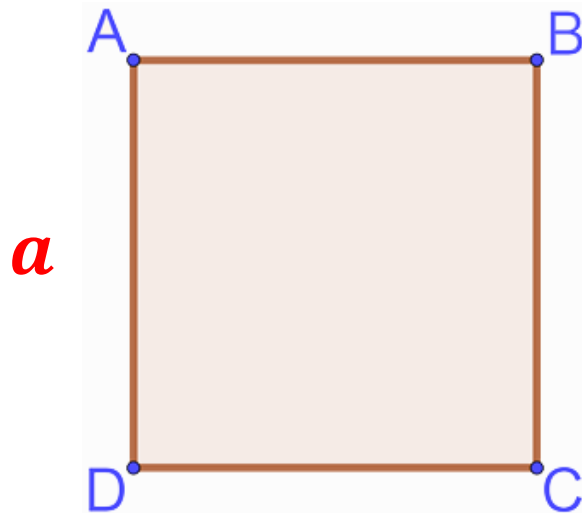
Ответ: 2688





Квадрат.

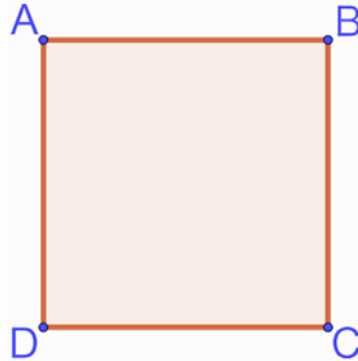
Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны



$$AB=BC=CD=DA=a$$



Квадрат и его свойства



Свойство 1. Все углы квадрата – прямые, а все стороны – равны.
 $\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^{\circ}$; $AB = BC = CD = AD$

Свойство 2. Диагонали квадрата равны и точкой пересечения делятся пополам.

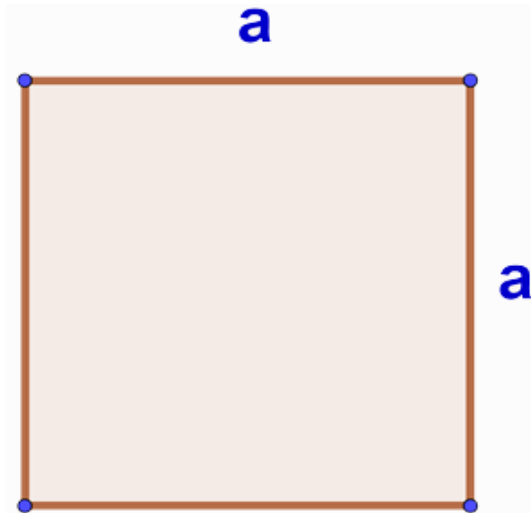
$$AO = BO = CO = DO$$



Квадрат

Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

Периметр квадрата равна сумме всех сторон.



$$S = a^2$$

$$P = a+a+a+a = 4 \cdot a$$



Задача 12. Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата



Решение

$$S = a^2$$

$$S = (3\sqrt{2})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

Ответ: 18



Задача 13. Периметр квадрата равен 80. Найдите площадь этого квадрата.

Решение

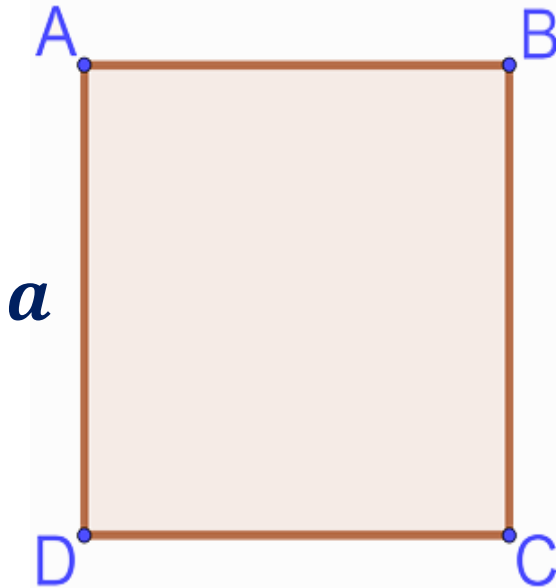
1) $S = a^2$

2) $P = 4 \cdot a$

3) $AB = BC = CD = AD = 80 : 4 = 20$

4) $S_{ABCD} = AB^2 = 20^2 = 400$

Ответ: 400





Задача 14. Периметр квадрата равен 60. Найдите площадь этого квадрата.



Решение

$$1) P = 4a$$

$$60 = 4a$$

$$a = \frac{60}{4}$$

$$a = 15$$

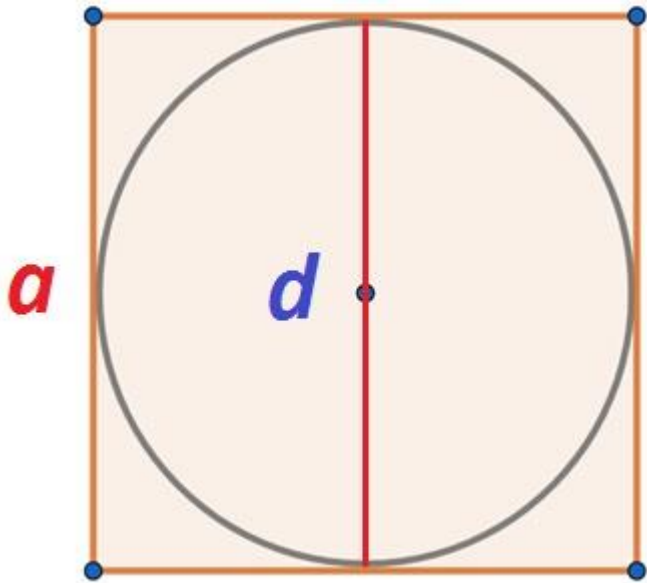
$$2) S = a^2$$

$$S = 15^2 = 225$$

Ответ: 225



Задача 15. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 19.



Решение

$$1) a = d = 2r$$

$$a = 2 \cdot 19 = 38$$

$$2) S = a^2$$

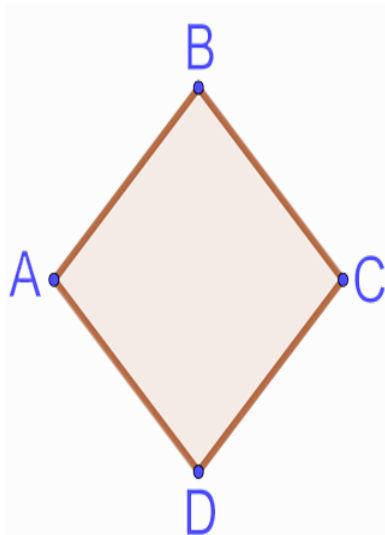
$$S = 38^2 = 1444$$

Ответ: 1444



Ромб.

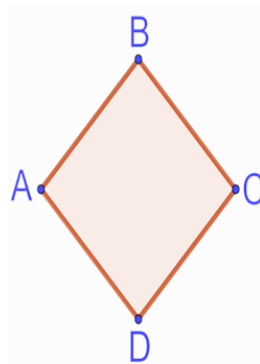
Ромб называется параллелограмм,
у которого все стороны равны



$$AB=BC=CD=DA$$



Ромб и его свойства



Свойство 1. В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4$$

Свойство 2. Диагонали ромба делят его углы пополам.

$$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$$

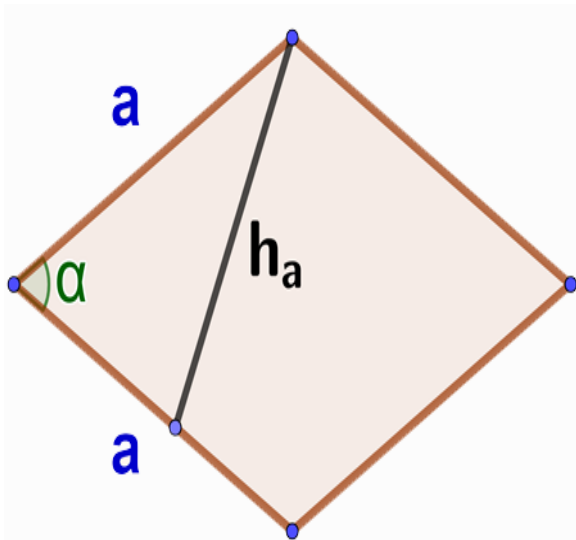
Свойство 3. Сумма углов, прилежающих к одной стороне ромба, равна 180° .

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$



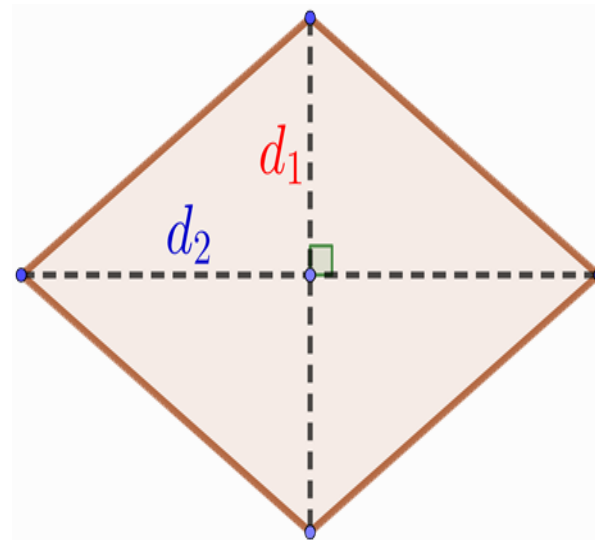
Площадь ромба равна:

- ❖ произведению его стороны на высоту
- ❖ произведению двух его сторон на синус угла между ними
- ❖ половине произведения его диагоналей



$$S = ah_a$$

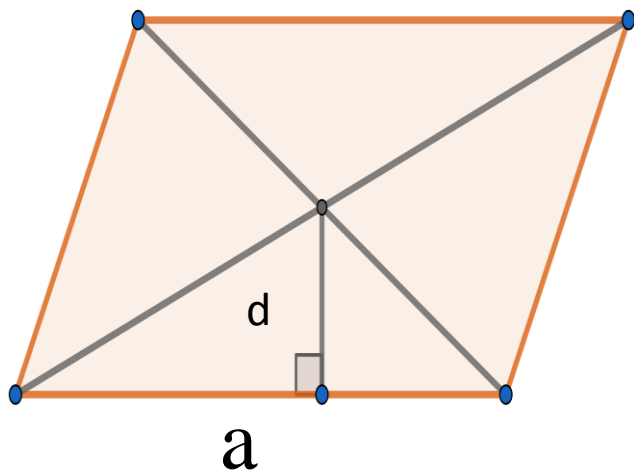
$$S = a^2 \sin \alpha$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



Задача 16. Сторона ромба равна 9, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.



Решение

$$S = a \cdot h_a$$

$$h = 2d$$

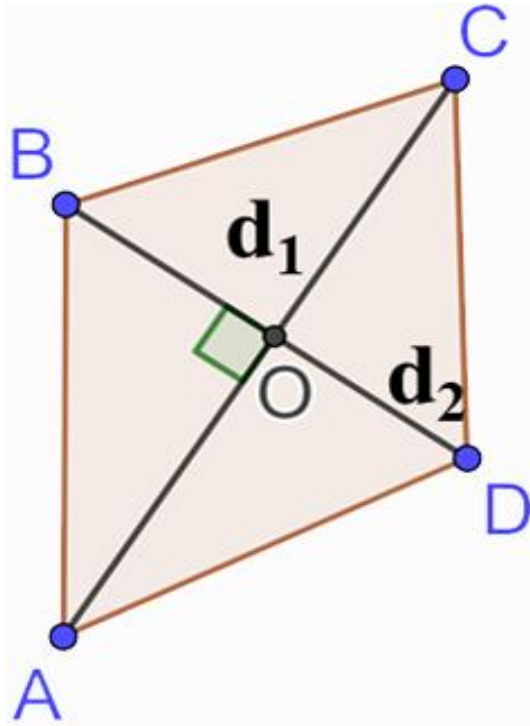
$$h = 2 \cdot 1 = 2$$

$$S = 9 \cdot 2 = 18$$

Ответ: 18



Задача 17. Диагонали ромба равны 24 и 10.
Найдите площадь ромба.



Решение

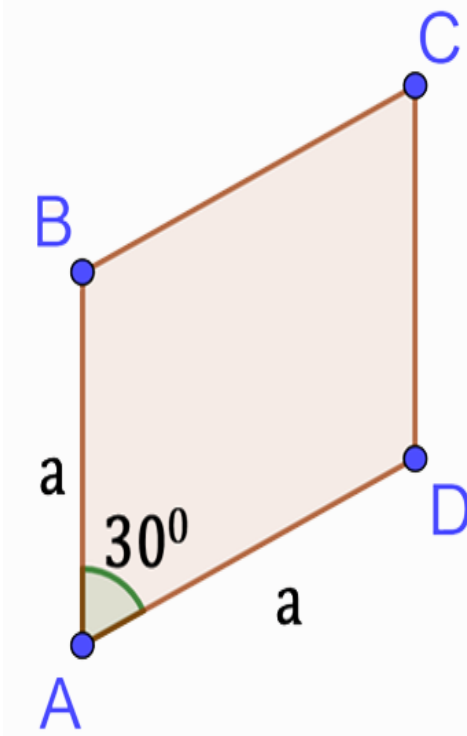
$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$$

Ответ: 120



Задача 18. Периметр ромба равен 56, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Решение.

$$1) P_{ABCD} = 56$$

$$56 = 4a$$

$$a = 14$$

$$2) S = a^2 \cdot \sin \alpha$$

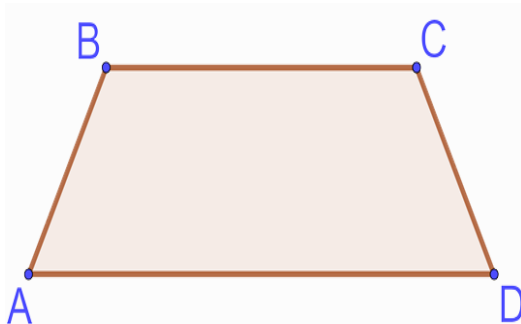
$$S = 14^2 \cdot \sin 30^{\circ} = 14^2 \cdot \frac{1}{2} = 196 \cdot \frac{1}{2} = 98$$

Ответ: 98



Трапеция.

Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.



$$AD \parallel BC$$



Трапеция и её свойства



Свойство 1. Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

$$AB = CD$$

Свойство 2. В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$$

Свойство 3. Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° .

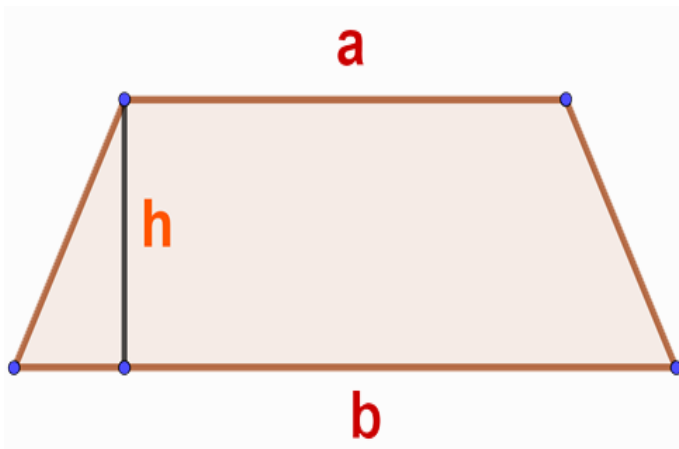
$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \angle C + \angle D = 180^\circ$$

Свойство 4. Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме:

$$L \parallel a; L \parallel b \quad L = \frac{a+b}{2}$$



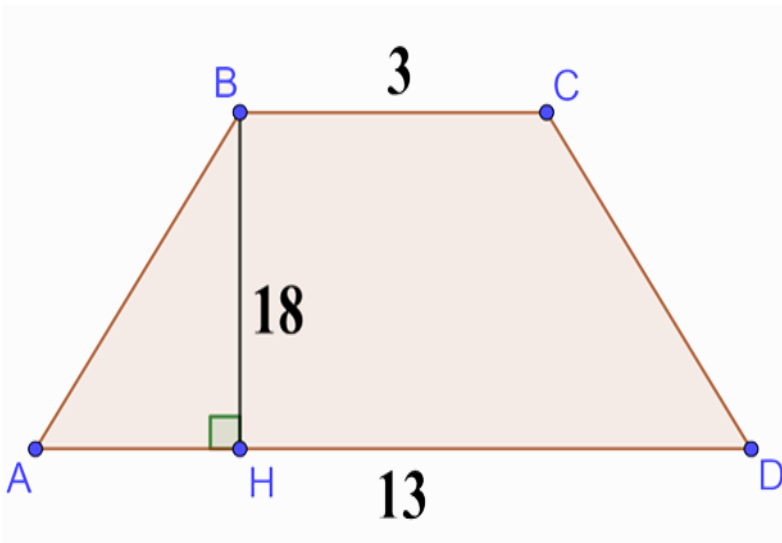
Площадь трапеции равна произведению полсуммы ее оснований на высоту (a , b , h).



$$S = \frac{a+b}{2} h$$



Задача 19. Высота трапеции равна 18, а основания равны 3 и 13. Найдите площадь трапеции.



Решение.

$$1) S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

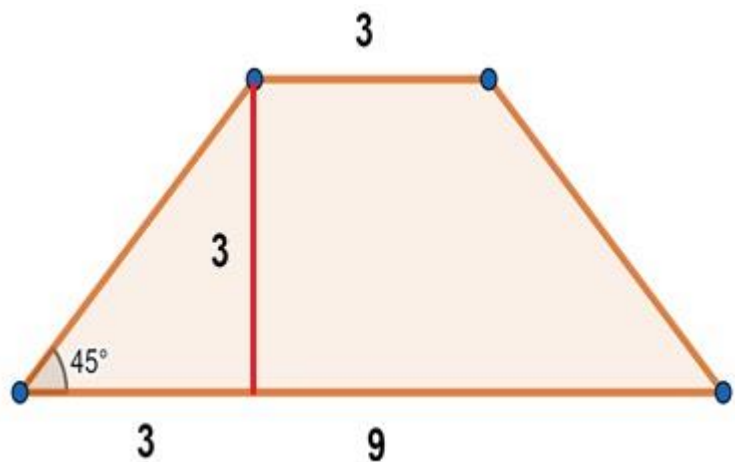
$$2) S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} \cdot BH$$

$$3) S_{ABCD} = \frac{3+13}{2} \cdot 18 = 8 \cdot 18 = 144$$

Ответ: 144



Задача 20. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.



Решение

$$h = 3$$

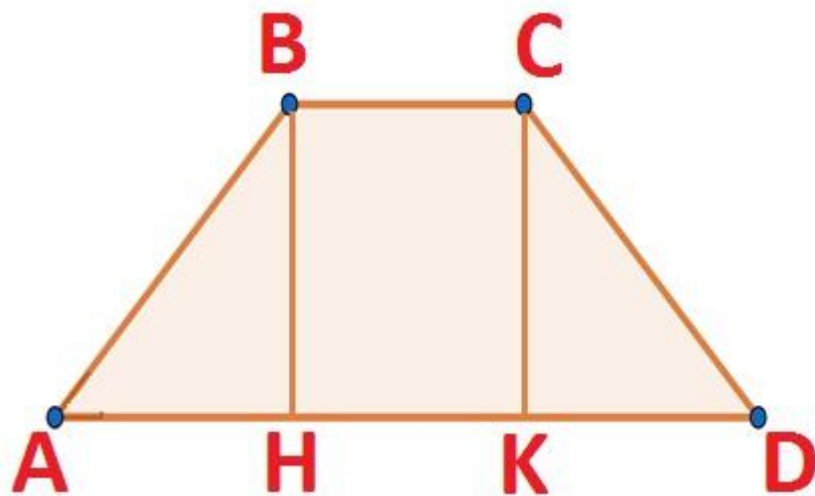
$$S_{\text{тр}} = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

$$S_{\text{тр}} = \frac{3 + 9}{2} \cdot 3 = \frac{12}{2} \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18$$

Ответ: 18



Задача 21. Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.



Решение

ABCD - равнобедренная трапеция, $\angle BAN = \angle CDK$ равны.
 $\triangle ABH = \triangle CDK$.

Из $\triangle ABH$ по теореме Пифагора найдем высоту

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = \frac{5 + 17}{2} \cdot 8 = 88.$$

Ответ: 88



Площади четырехугольников. Задание №17 ОГЭ по математике

Клепань Людмила Ивановна,
учитель математики МАОУ СОШ №99 имени дважды
Героя Советского Союза Бориса Сафонова г. Краснодара