



Углы и стороны четырёхугольника в Заданиях 1 части ОГЭ.

Логинова Татьяна Артуровна, учитель
математики высшей категории
МОБУ СОШ № 10 п.Прохладного
Лабинского района



Четырехугольники. Определение.

параллелограмм

Это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

прямоугольник

Это параллелограмм, у которого все углы прямые.

квадрат

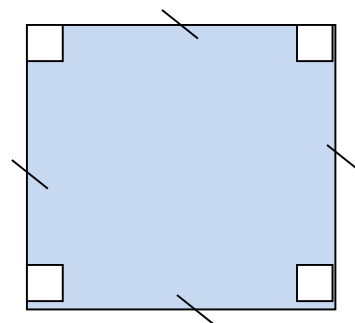
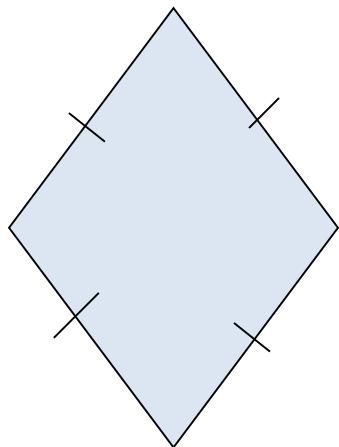
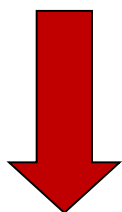
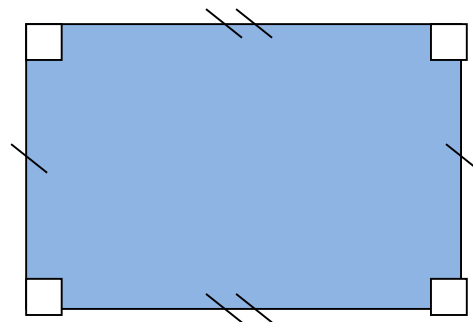
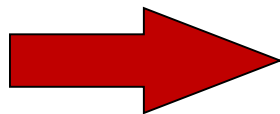
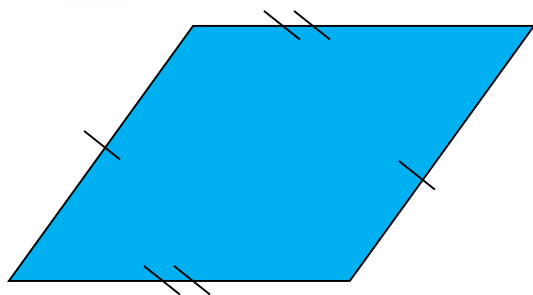
Это прямоугольник, у которого все стороны равны.

ромб

Это параллелограмм, у которого все стороны равны.



Закрепим определения:





Четырехугольники. Свойства сторон.

параллелограмм	прямоугольник	квадрат	ромб
Попарно параллельны и равны	Попарно параллельны и равны	Попарно параллельны и равны	Попарно параллельны и равны



Четырехугольники. Свойство сторон.

Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.

НЕ ВЕРНО

Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.

ВЕРНО

Существует квадрат, который не является прямоугольником.

НЕ ВЕРНО



Четырехугольники. Свойства углов.

параллелограмм

Противоположные углы равны.

Сумма соседних углов равна 180° .

прямоугольник

Противоположные углы равны (**все по 90°**).

Сумма соседних углов равна 180° .

квадрат

Противоположные углы равны (**все по 90°**).

Сумма соседних углов равна 180° .

ромб

Противоположные углы равны.

Сумма соседних углов равна 180° .



Свойства углов

- Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 180° .
НЕ ВЕРНО
- Если один из углов параллелограмма равен 60° , то противоположный ему угол равен 120° .
НЕ ВЕРНО
- Если один из углов, прилежащих к стороне параллелограмма, равен 50° , то другой угол, прилежащий к той же стороне, равен 50° .
НЕ ВЕРНО
- Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна 200° , то его четвертый угол равен 160° .
ВЕРНО



Четырехугольники. Свойства диагоналей

параллелограмм	прямоугольник	квадрат	ромб
Точкой пересечения диагоналей делятся пополам.	Точкой пересечения диагоналей делятся пополам. Диагонали равны.	Точкой пересечения диагоналей делятся пополам. Диагонали перпендикулярны. Диагонали равны. Являются биссектрисами своих углов.	Точкой пересечения диагоналей делятся пополам. Диагонали перпендикулярны. Являются биссектрисами своих углов.



Свойства диагоналей

• В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.

НЕ ВЕРНО

• Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.

ВЕРНО

• Диагонали квадрата делят его углы пополам.

ВЕРНО

• Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Верно



Четырехугольники. Трапеция.

- **Определение:** Четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие нет.
- **Основания трапеции параллельны.**
- **Сумма соседних углов при боковых сторонах равна 180° .**
- **Только у равнобедренной трапеции диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам.**



Прямоугольник.

Диагонали AC и BD прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $BO = 7$, $AB = 6$.

Найдите AC .

Решение:

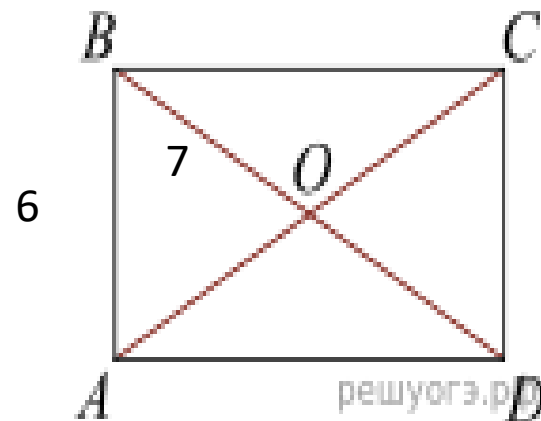
Свойство диагоналей прямоугольника: они равны и точкой пересечения делятся пополам.

*Значит $AC = BD = BO * 2 = 7 * 2 = 14$*

Ответ:

1

4





Прямоугольник.

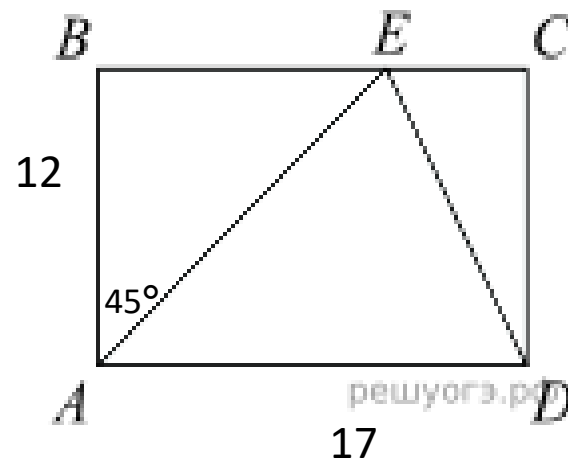
На стороне BC прямоугольника $ABCD$, у которого $AB = 12$ и $AD = 17$, отмечена точка E так, что $\angle EAB = 45^\circ$. Найдите ED .

Решение:

Треугольник ABE равнобедренный, тогда $BE = AB = 12$. $EC = 17 - 12 = 5$. Треугольник DEC с катетами 5 , 12 , имеет гипотенузу 13 (Пифагорова тройка). Ее можно посчитать с помощью теоремы Пифагора:

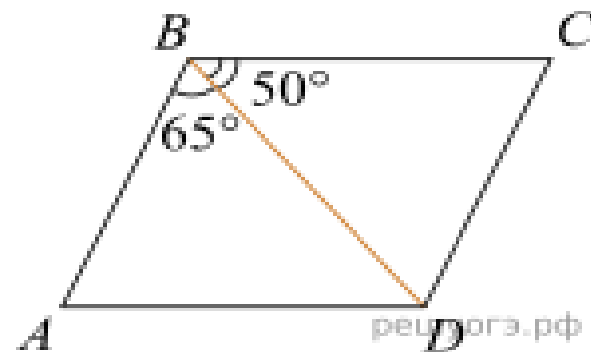
$$DE = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

Ответ:



Параллелограмм.

Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.



Решение: $\text{угол } B = 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$ - тупой угол.

Сумма углов A и B равна 180° , тогда

$\text{Угол } A = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ - острый, значит меньший.

Ответ:

6

5

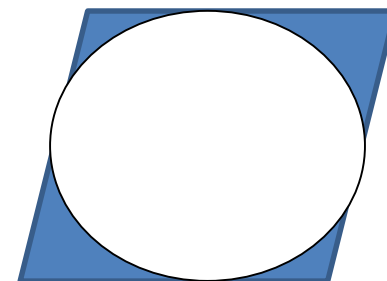


Параллелограмм.

В параллелограмм вписана окружность.
Найдите периметр параллелограмма,
если одна из его сторон равна 6.

Решение:

По теореме: *Четырёхугольник
можно описать вокруг окружности тогда и
только тогда, когда суммы его
противоположных сторон равны. А с
учётом, что противоположные стороны
параллелограмма равны, получаем ромб.
Тогда $P = 2 \cdot (2 \cdot 6) = 24$*



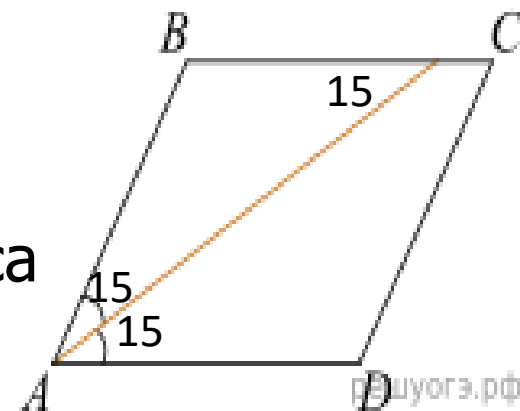
Ответ:

2 4



Параллелограмм.

Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 15° . Ответ дайте в градусах.



Решение:

По свойству параллельности сторон BC , AD и секущей- биссектрисой имеем равные накрест лежащие углы по 15° , тогда угол A равен 30°

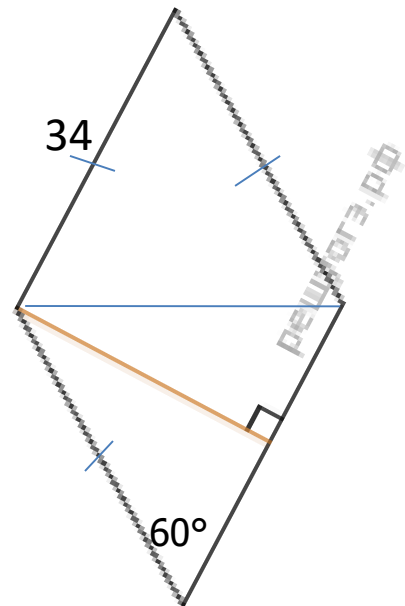
Ответ: **30**



Ромб.

Сторона ромба равна 34, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

Перечислите эти длины в ответе без пробелов в порядке возрастания.



Решение: по свойству углов ромба: углы имеют величину 60° и 120° . Проведем меньшую диагональ. Получили два равносторонних треугольника. Тогда высота разделит сторону ромба на два равных отрезка по 17.

Ответ:

1717

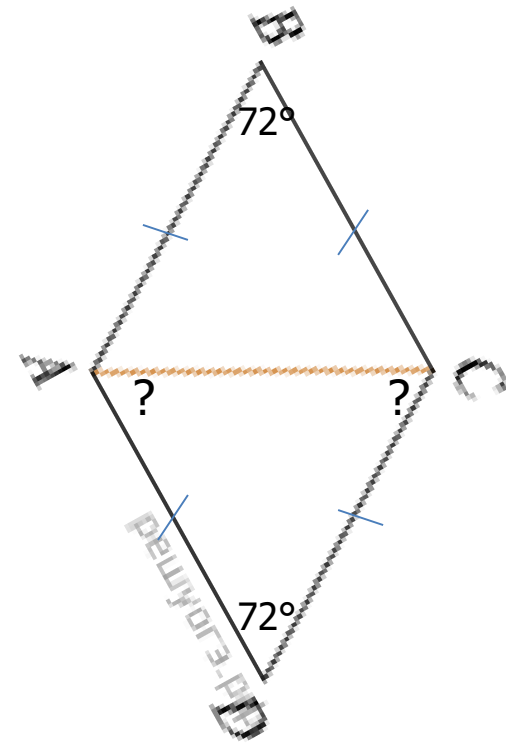


Ромб.

В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 72° .
Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.

Решение:

по свойствам углов ромба
 $(180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$.



Ответ:

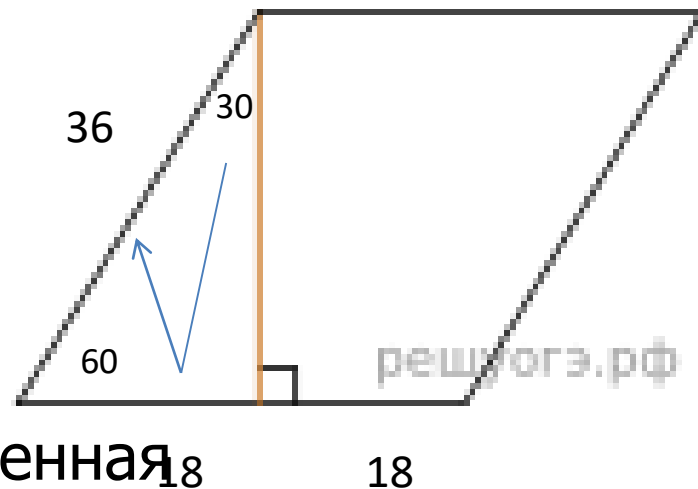


Ромб.

Сторона ромба равна 36, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

Решение:

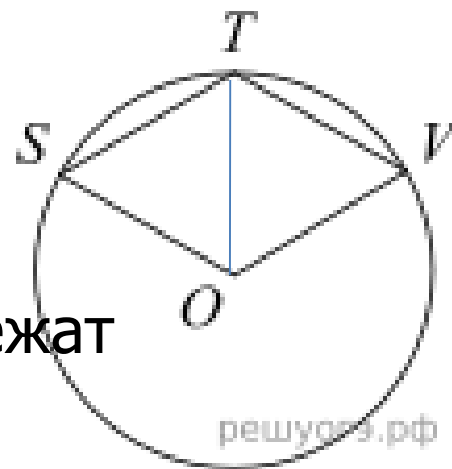
Высота образует прямоугольный треугольник с углами 60° и 30° . Катет, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы. Т.О. сторона делится на отрезки 18 и 18.



Ответ:



Ромб.



Точка O — центр окружности, на которой лежат точки S , T и V таким образом, что $OSTV$ — ромб. Найдите угол STV . Ответ дайте в градусах.

Решение:

Проведем отрезок OT . SO , OT , OV являются радиусами окружности. Так как у ромба стороны равны (и равны они радиусу), то получили два равносторонних треугольника, а у этих треугольников углы равны по 60° . Значит искомый угол равен 120° .

Ответ:



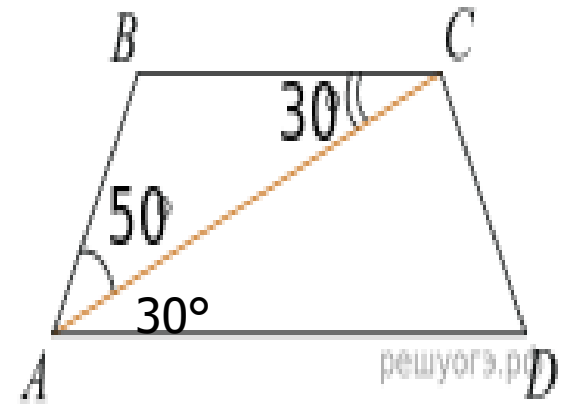
Трапеция.

Найдите угол ADC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы, равные 30° и 50° соответственно.

Решение:

При параллельных AD , BC и секущей AC образуется пара накрест лежащих углов, равных по 30° .

*Углы при основании равнобедренной трапеции равны, тогда искомый угол:
 $30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$*



Ответ:

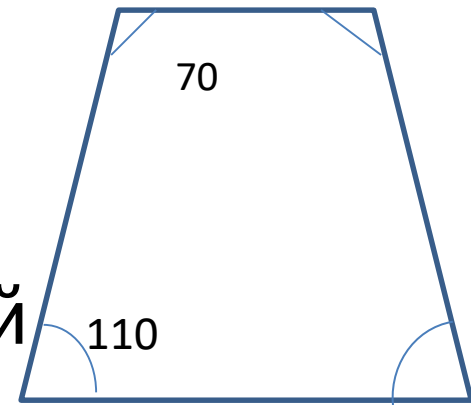


Трапеция.

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 140° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Решение:

*Т.к. сумма углов при боковых сторонах 180° , то 140° - это сумма углов при одном из оснований. А т.к. трапеция равнобедренная, то углы при основаниях соответственно равны,
 $140^\circ : 2 = 70^\circ$, $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$*



Ответ:



Трапеция.

Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как 1:2. Ответ дайте в градусах.

Решение:

В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны. Различны углы при боковых сторонах. Их сумма составляет 180° .

Отношение 1:2 означает, что 180° делятся на $(1+2)$ равных части по 60° . Тогда один угол 60° , другой - 120° . В ответ нужен меньший.

Ответ: **60**



Трапеция.

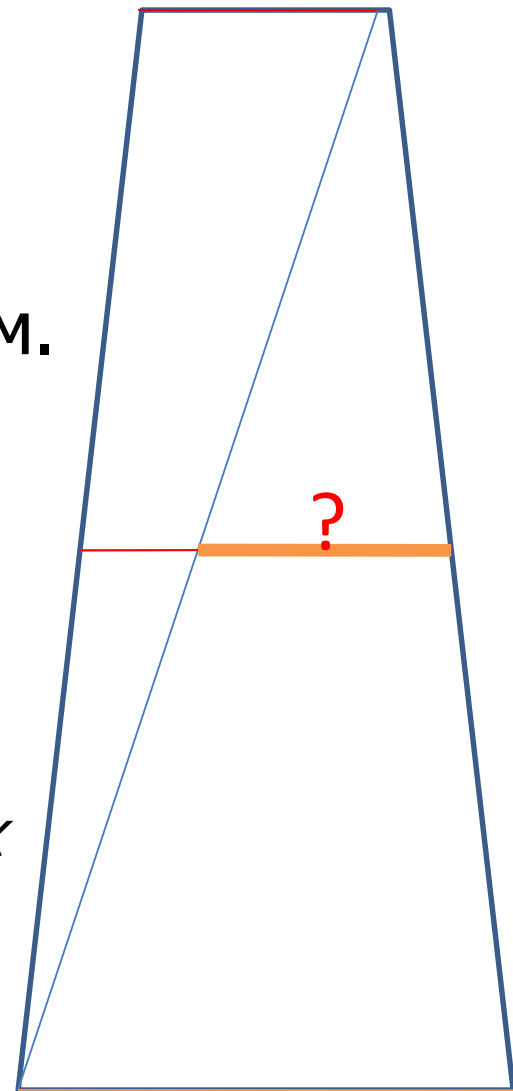
Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

Решение:

Диагональ делит трапецию на два треугольника, средняя линия каждого из них равна половине стороны, которой она параллельна. Большой отрезок параллелен стороне 10 см, он равен $10:2=5$ см.

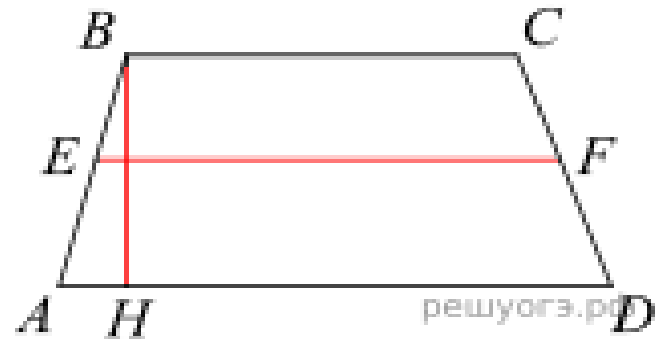
Ответ:

5





Трапеция.



Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.

Решение:

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований.

$$EF = (BC + AD) : 2$$

$$11 = (5 + AD) : 2,$$

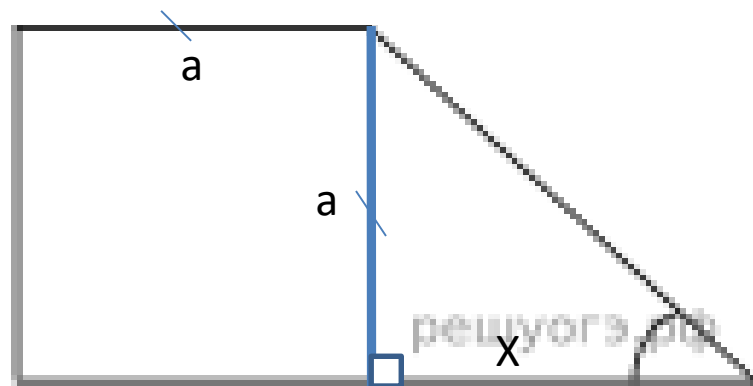
$$5 + AD = 22,$$

$$AD = 22 - 5 = 17.$$

Ответ:



Трапеция.



Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $5/6$
Найдите ее большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 15.

Решение:

Меньшее основание и высота равны a , по определению тангенса острого угла в прямоугольном треугольнике:

$$5/6 = a/x, \quad a = 15, \quad 5/6 = 15/x,$$

решив пропорцию, получим $x = 18$,

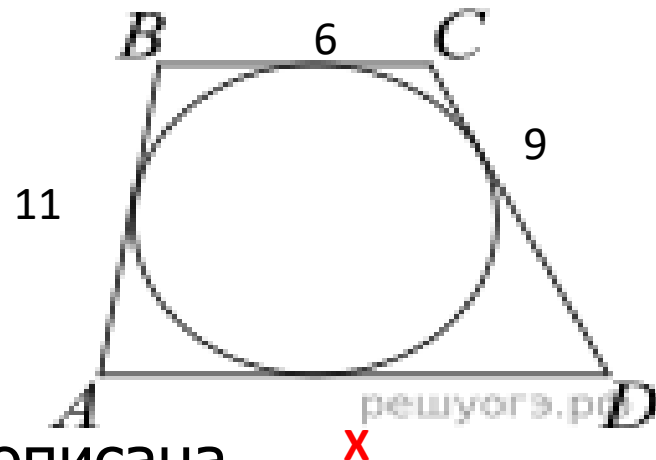
*большее основание равно: $15 * 18 = 33$*

Ответ:

3 3



Трапеция.



Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 11$, $BC = 6$, $CD = 9$.

Найдите AD .

Решение:

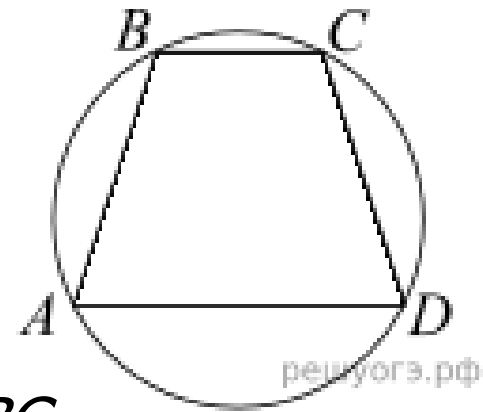
По свойству четырехугольника, описанного около окружности: $AB + CD = BC + AD$.

Получили: $11 + 9 = 6 + X$, $X = 14$.

Ответ:



Трапеция.



Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , вписанной в окружность, равен 81° .

Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

Решение:

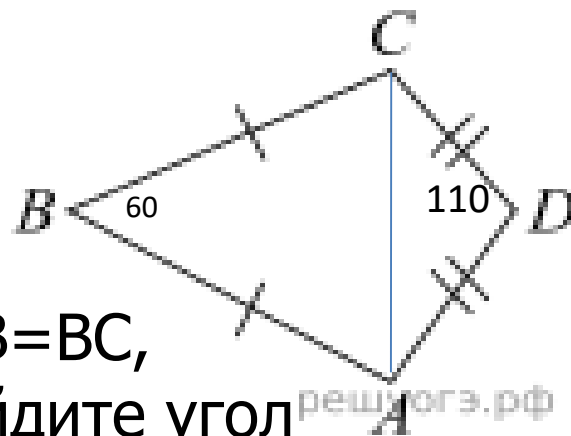
По свойству четырехугольника, вписанного в окружность:

$$\begin{aligned}\angle B + \angle D &= \angle A + \angle C = 180, \\ \angle C &= 180 - 81 = 99\end{aligned}$$

Ответ:



Четырехугольник.



В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $CD=AD$. Угол $B = 60^\circ$, угол $D=110^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

Решение:

*Проведем диагональ AC . Получили два равнобедренных треугольника, углы которых при основании равны. Угол $DAC = (180-110):2=35^\circ$
 $BAC = (180-60):2=60^\circ$*

Т.О. угол $A = 60+35=95^\circ$

Ответ: **9** **5**



Четырехугольник.

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° .
Найдите больший из оставшихся углов.
Ответ дайте в градусах.

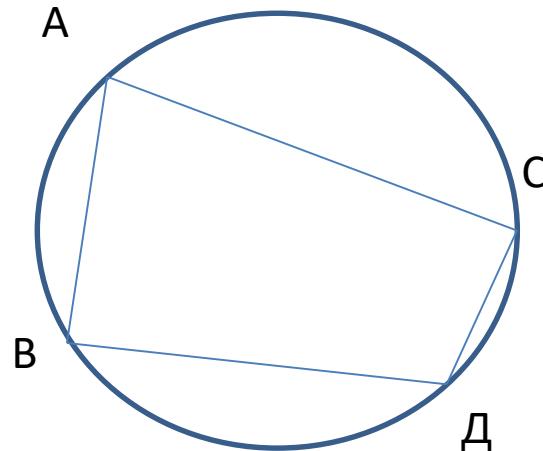
Решение:

Определимся сначала, какие из углов могут иметь заданные величины. По свойству углов четырехугольника, вписанного в окружность сумма противоположных углов равна 180° .

Следовательно данные углы не являются противоположными. Значит больший из оставшихся углов: $180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

Ответ:

1	2	2
---	---	---





Спасибо за внимание!



Удачи на экзаменах!