

Решение экономических задач ЕГЭ

Савченко Е.В., учитель математики
МАОУ лицей 64 г. Краснодар

Цель урока:

научиться составлять математическую модель практических задач, формирование навыков решения задач №16 единого государственного экзамена

Актуализация знаний.

№1. Найдите 30% от 27.

№2. Вкладчик положил в банк 20000 рублей под 6% годовых. Сколько денег будут на его счете через год.

№3. Какое число получится, если 140 увеличить на 60%?

Основные виды задач:

1) Кредиты с равными (аннуитетными)

платежами (аннуитет — начисление равных платежей на весь срок погашения кредита. При этом в первой половине срока задолженность по кредиту практически не гасится – выплачиваются в большей части проценты.. Эта особенность делает платежи относительно небольшими, но увеличивает общую сумму начисляемых процентов)

2) Кредиты с дифференцированными платежами

(характерны тем, что задолженность по кредиту погашается равномерно начиная с самых первых выплат, а проценты начисляются на фактический остаток. Таким образом, каждый последующий платеж меньше предыдущего)

3) Вклады, сложные проценты

4) Оптимальный выбор

Основные обозначения:

S – сумма кредита

r - процентная ставка(%)

$$k = 1 + \frac{r}{100}$$

x - ежегодная выплата

n - срок кредита

Задача 1.

Ольга хочет взять в кредит 100 000 рублей под 10% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. На какое минимальное количество лет Ольга может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24 тысяч рублей?

Решение

Год	Начисление % на долг (руб.)	Платеж (руб.)	Долг (руб.)
			100 000
1.	$1,1 \cdot 100000 = 110000$	24 000	$110000 - 24000 = 86000$
2.	$1,1 \cdot 86000 = 94600$	24 000	$94600 - 24000 = 70600$
3.	$1,1 \cdot 70600 = 77660$	24 000	$77660 - 24000 = 53660$
4.	$1,1 \cdot 53660 = 59026$	24 000	$59026 - 24000 = 35026$
5.	$1,1 \cdot 35026 = 38528,6$	24 000	$38528,6 - 24000 = 14528,6$
6.	$1,1 \cdot 14528,6 = 15981,46$	15981,46	0

Значит, Ольга может погасить кредит за 6 лет.

Ответ: 6 лет.

Задача 2.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 147 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года.

Пусть x рублей – выплата. Составим таблицу:

Год	Январь Начисление % на долг (руб.)	Февраль-Июнь Платеж (руб.)	Июль Долг (руб.)
2020			147 000
2021	$1,1 \cdot 147000 = 161700$	x	$161700 - x$
2022	$1,1 \cdot (161700 - x)$	x	$1,1 \cdot (161700 - x) - x$

Так как кредит будет погашен за 2 года, то долг в 2022 году будет равен нулю.
Составим и решим уравнение:

$$1,1 \cdot (161700 - x) - x = 0$$

$$177870 - 1,1x - x = 0$$

$$-2,1x = -177870$$

$$x = 84700$$

Значит, платеж равен 84700 рублей, тогда за 2 года банку будет выплачено $84700 \cdot 2 = 169400$ рублей.

Ответ: 169400 рублей.

Задача 3.

В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69 690 821 рубль.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение

Пусть S – сумма кредита, $x = 69\,690\,821$ – выплата.

Год	Январь Начисление % на долг (руб.)	Февраль-Июнь Платеж (руб.)	Июль Долг (руб.)
			S
1.	$1,31S$	x	$1,31S - x$
2.	$1,31 \cdot (1,31S - x)$	x	$1,31 \cdot (1,31S - x) - x$
3.	$1,31 \cdot (1,31 \cdot (1,31S - x) - x)$	x	$1,31 \cdot (1,31 \cdot (1,31S - x) - x) - x$

Так как кредит будет погашен за 3 года, то долг в 3 году будет равен нулю.

$$1,31 \cdot (1,31 \cdot (1,31S - x) - x) - x = 0$$

$$1,31 \cdot (1,31^2 S - 1,31x - x) - x = 0$$

$$1,31^3 S - 1,31^2 x - 1,31x - x = 0$$

$$1,31^3 S = 1,31^2 x + 1,31x + x$$

$$S = \frac{x(1,31^2 + 1,31 + 1)}{1,31^3}$$

$$S = \frac{69690821 \cdot (1,7161 + 1,31 + 1)}{1,31^3}$$

$$S = 31000000 \cdot 4,0261$$

$$S = 124809100$$

Ответ: сумма кредита 124 809 100 рублей.

Задача 4.

В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$;
- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.

Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 56 595 рублей, или за два года равными платежами по 81 095 рублей.

Найдите r .

Решение

Пусть S – сумма кредита, $k = 1 + \frac{r}{100}$, $x = 56595$, $y = 81095$.

1) Кредит взят на 3 года:

Год	Январь Начисление % на долг (руб.)	Февраль-Июль Платеж (руб.)	Август Долг (руб.)
			S
1.	kS	x	$kS - x$
2.	$k \cdot (kS - x)$	x	$k \cdot (kS - x) - x$
3.	$k \cdot (k \cdot (kS - x) - x)$	x	$k \cdot (k \cdot (kS - x) - x) - x$

$$k \cdot (k \cdot (kS - x) - x) - x = 0$$

$$k^3 S - k^2 x - kx - x = 0$$

1) Кредит взят на 2 года:

Год	Январь Начисление % на долг (руб.)	Февраль-Июль Платеж (руб.)	Август Долг (руб.)
			S
1.	kS	y	$kS - y$
2.	$k \cdot (kS - y)$	y	$k \cdot (kS - y) - y$

$$k \cdot (kS - y) - y = 0$$

$$k^2 S - ky - y = 0$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} k^3 S - k^2 x - kx - x = 0 \\ k^2 S - ky - y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k^3 S - k^2 x - kx - x = 0 \\ S = \frac{ky + y}{k^2} \end{cases}$$

$$k^2 y + ky - k^2 x - kx - x = 0$$

$$81095k^2 + 81095k - 56595k^2 - 56595k - 56595 = 0$$

$$k^2 + k - 2,31 = 0$$

$k_1 = -2,1$ не является решением задачи

$$k_2 = 1,1$$

$$1,1 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$r = 10$$

Ответ: 10%.

Задача 5.

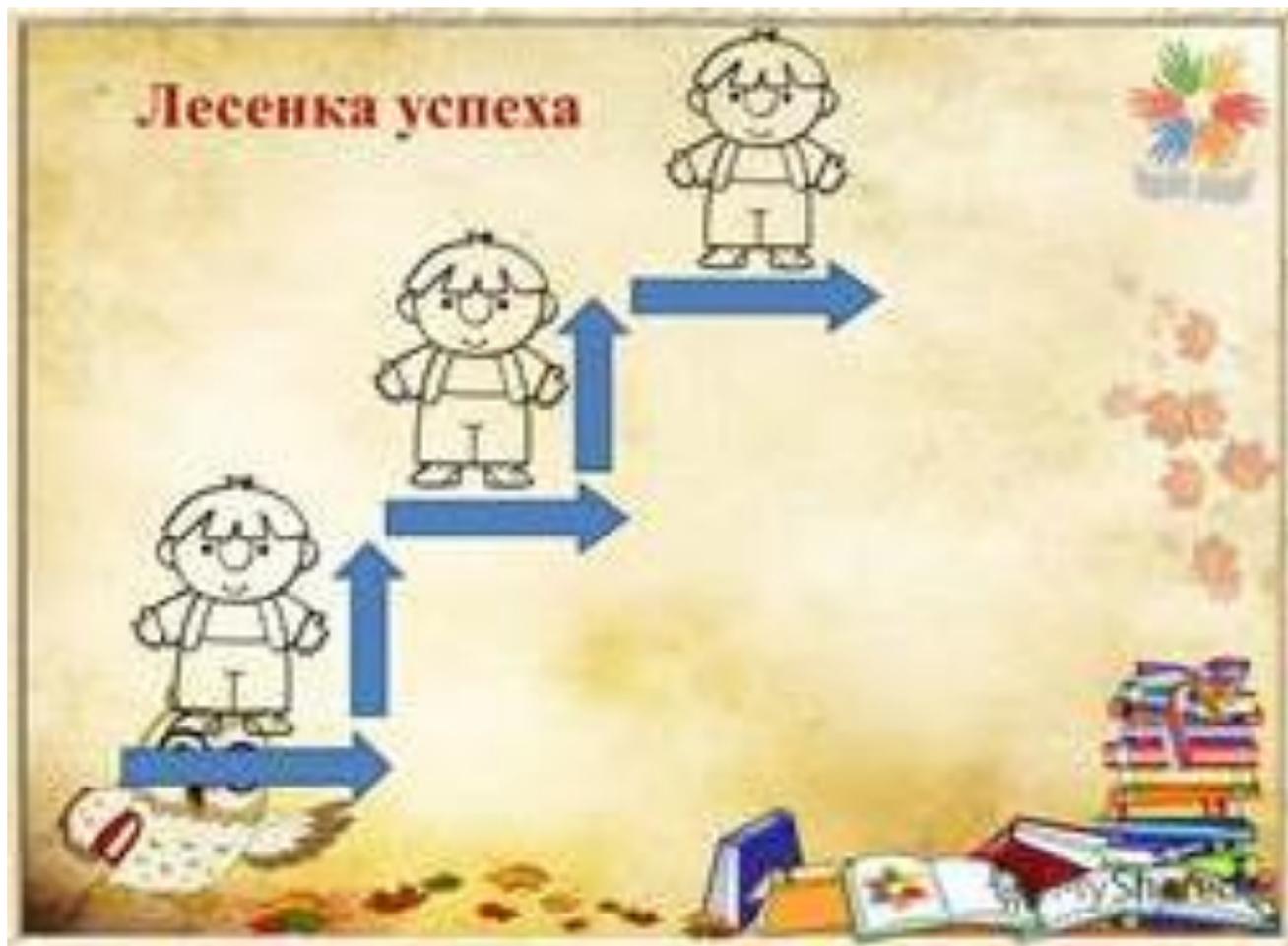
В июле 2018 года планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами, и банку будет выплачено 311 040 рублей?

Ответ: 201 300 рублей

Рефлексия



Домашнее задание.

- ▶ №1. 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?
 - ▶ Ответ: 3 993 000 рублей.
 - ▶ №2. 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?
 - ▶ Ответ: 806400.
-

