

Выступление на городском методическом объединении учителей математики учителя математики МБОУ МО ГК «СОШ №4» Кондратьевой Л.А.

Что нужно знать, чтобы решить задание 13:

В задании требуется решить уравнение одного из видов: *тригонометрическое, рациональное, показательное, логарифмическое, уравнение с радикалом или смешанное уравнение*, которое может содержать в себе несколько видов, например, логарифмы и тригонометрию. После решения уравнения, часто необходимо отобрать корни, которые принадлежат определенному промежутку.

Алгоритм решения задания №13

1. Находить ОДЗ — область допустимых значений переменной. Например, если мы видим в задаче \sqrt{x} , нужно отметить, что $x \geq 0$. Также нужно быть аккуратным с логарифмами, знаменателем, $\operatorname{tg}(x)$ и $\operatorname{ctg}(x)$, которые существуют не при всех значениях переменной x .
2. Хорошо знать тригонометрию. В 95% случаев на ЕГЭ дают либо чисто тригонометрическое уравнение, либо уравнение смешанного типа, в котором присутствует тригонометрия.

Что тебе точно пригодится: табличные значения, формулы приведения, знаки тригонометрических функций, решение простейших тригонометрических уравнений, формулы двойного аргумента, синус и косинус суммы (разности), основное тригонометрическое тождество.

3. Сделать замену. Большинство уравнений сводится к замене. Например, если перед тобой уравнение:

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

то удобнее сделать замену и продолжать решение для другой переменной, а затем вернуться к исходной. В данном примере необходимо написать:

$$\text{Пусть } 9^{\cos x} = t, \text{ где } t > 0$$

Не забываем об ограничении на показательную функцию. То есть если у нас получится корень $t = -5$, то он нам не подойдет.

4. Владеть представлением об ограничениях для стандартных функций. Как показал пример выше, необходимо проявить бдительность и знать ограничение на показательную функцию. А вот функция логарифма может принимать значения от минус бесконечности до плюс бесконечности. У нас есть ограничения на основания логарифма и на число, стоящее под логарифмом, но если мы заменяем логарифм, то на новую переменную никаких ограничений накладывать не будем.
5. Отбирать полученные корни. Есть множество способов отбора и у каждого свои критерии. Сегодня в примере разберем самый распространенный способ — отбор окружностью

Пример

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

Как было отмечено ранее, сделаем замену и решим квадратное уравнение для новой переменной:

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

$$9 \cdot 9^{2\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

Пусть $9^{\cos x} = t, t > 0$

$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

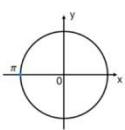
$$D = b^2 - 4ab = 784 - 4 \cdot 27 = 676 = 26^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{28 \pm 26}{18}$$

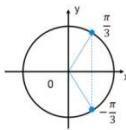
$$t_1 = \frac{1}{9}, \quad t_2 = 3$$

Оба корня получились неотрицательными, значит нам подойдут Сделаем обратную замену и найдем решения для исходной переменной:

$$1) 9^{\cos x} = \frac{1}{9} \\ \cos x = -1 \\ x = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

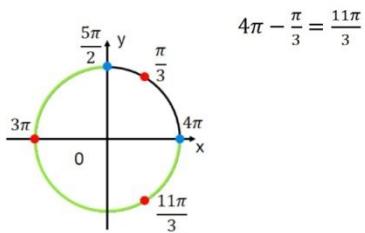


$$2) 9^{\cos x} = 3 \\ \cos x = \frac{1}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$



В пункте (а) рисовать окружность не обязательно, здесь она приведена только для вашего удобства. Вот мы и набрали 1 балл, теперь давайте воспользуемся способом отбора корней при помощи единичной окружности и заработаем максимальное количество баллов за задачу.

$$6) \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$$



Ответ: а) $\pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$

$$б) 3\pi; \frac{11\pi}{3}$$

Давайте разберем критерии такого отбора. Это очень важно, потому что при их невыполнении эксперт может посчитать отбор недостаточно обоснованным:

Критерии отбора корней с помощью окружности

1. Отметь на окружности граничные точки
2. Заштрихуй область об меньшего значения к большему (против часовой стрелки)
3. Отметь все подходящие корни на окружности и обязательно подпиши их значения. Желательно отдельно распиши, как ты их получил.