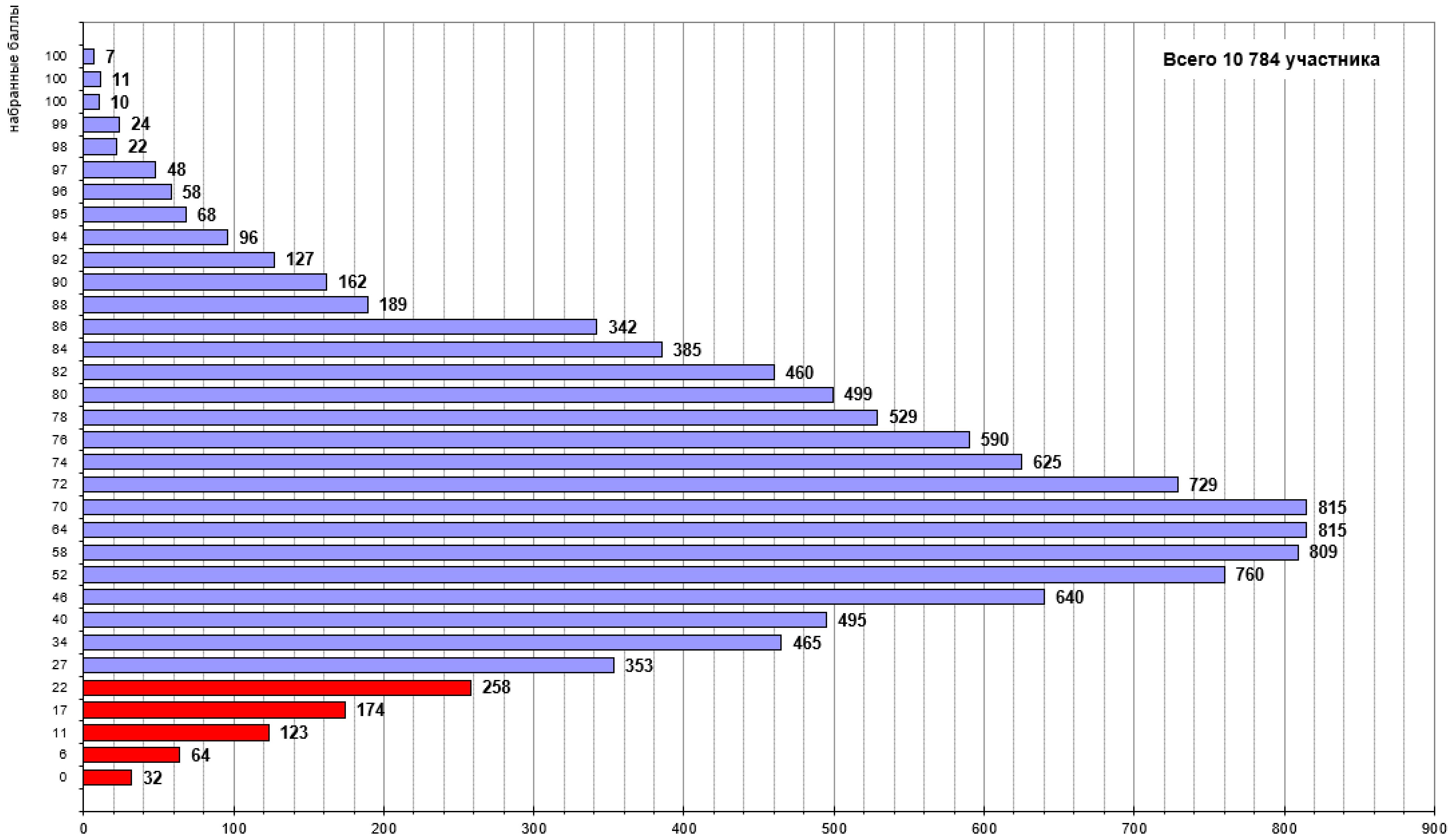
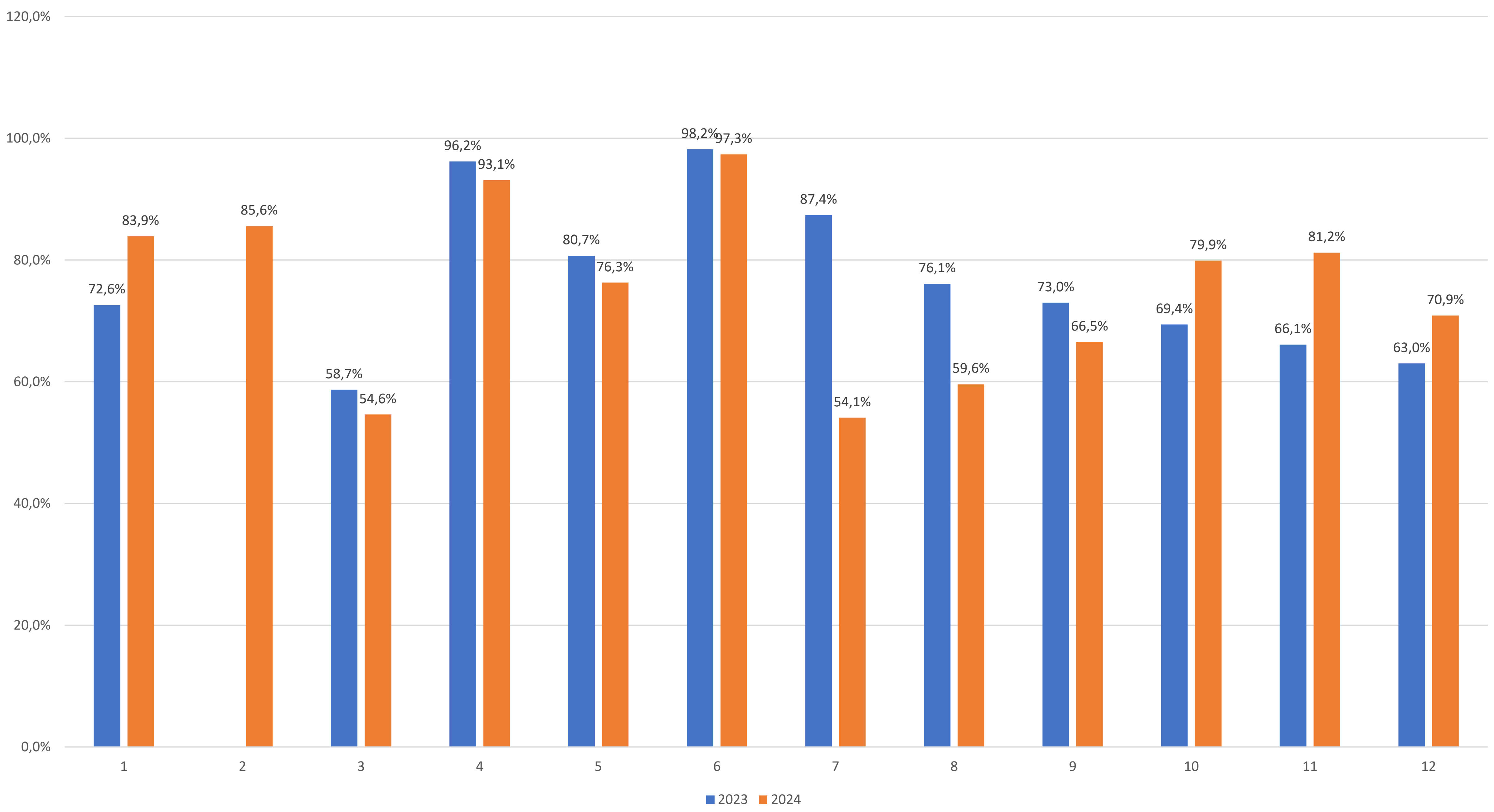
«О ЕГЭ предметно»: комментарии председателя предметной комиссии и рекомендации по подготовке к экзамену: математика»

Гайденко Станислав Викторович, председатель комиссии ЕГЭ по математике, к.ф-.м.н, доцент кафедры вычислительной математики и информатики КубГУ

2023		2024	
Верных ответов	Итоговый балл	Верных ответов	Итоговый балл
0	0	0	0
1	6	1	6
2	11	2	11
3	17	3	17
4	22	4	22
5	27	5	27
6	34	6	34
7	40	7	40
8	46	8	46
9	52	9	52
10	58	10	58
11	64	11	64
12	66	12	70
13	68	13	72
14	70	14	74
15	72	15	76
16	74	16	78
17	76	17	80
18	78	18	82
19	80	19	84
20	82	20	86
21	84	21	88
22	86	22	90
23	88	23	92
24	90	24	94
25	92	25	95
26	94	26	96
27	96	27	97
28	98	28	98
29	100	29	99
30	100	30	100
31	100	31	100
		32	100

Распределение участников ЕГЭ по итоговым баллам
Математика, 31.05.24г.




120,0%
100,0%
80,0%
60,0%
40,0%
20,0%
0,0%
72,6%
83,9%
85,6%
58,7%
54,6%
96,2%
93,1%
80,7%
76,3%
98,2%
97,3%
87,4%
54,1%
76,1%
59,6%
73,0%
66,5%
69,4%
79,9%
66,1%
81,2%
63,0%
70,9%
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
2023
2024

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2025 года по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 | - | 0 | , | 8 | Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

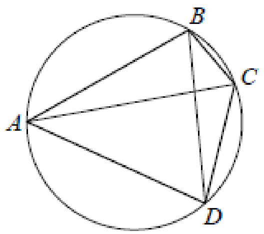
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

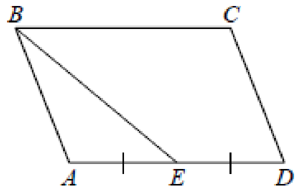
1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $103°$, угол CAD равен $42°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ____________________.

ИЛИ

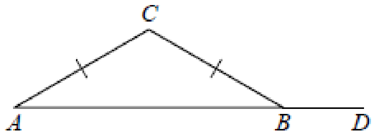
Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 24. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь трапеции $BCDE$.



Ответ: ____________________.

ИЛИ

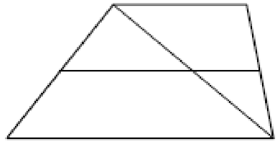
В треугольнике ABC стороны AC и BC равны, угол C равен $134°$, угол CBD — внешний. Найдите угол CBD. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ____________________.

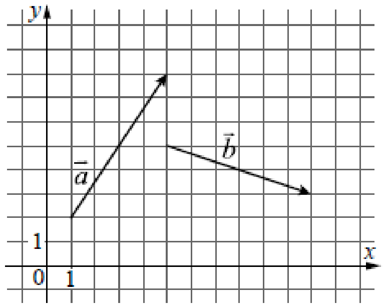
ИЛИ

Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: ___________________________.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.



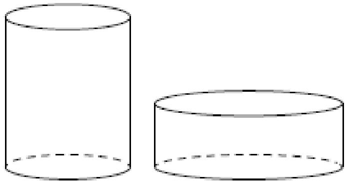
Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Даны векторы $\vec{a}(25;0)$ и $\vec{b}(1;-5)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-4\vec{b}$.

Ответ: ___________________________.

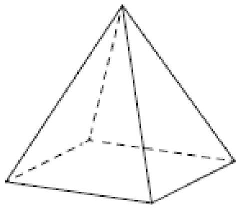
3 Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

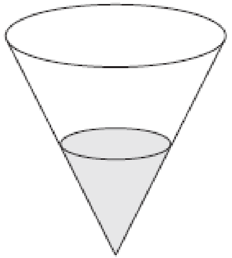
Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 10, боковые рёбра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 4 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: ___________________________.

4 В группе туристов 20 человек. С помощью жребия они выбирают семь человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно.

Ответ: ___________________________.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,2. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**?

Ответ: ____________________________.

ИЛИ

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: ____________________________.

6 Найдите корень уравнения $4^{x-7}=\frac{1}{64}$.

Ответ: ____________________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+49}=10$.

Ответ: ____________________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_8(5x+47)=3$.

Ответ: ____________________________.

ИЛИ

Решите уравнение $\sqrt{2x+3}=x$. Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: ____________________________.

7 Найдите значение выражения $3\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=0,2$.

Ответ: ____________________________.

ИЛИ

Найдите значение выражения $\frac{\log_9 28}{\log_9 7}+\log_7\frac{7}{4}$.

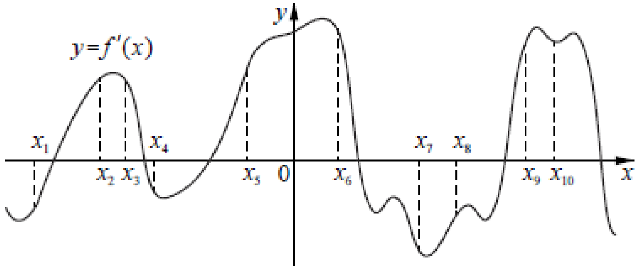
Ответ: ____________________________.

ИЛИ

Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{8}+3}\cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$.

Ответ: ____________________________.

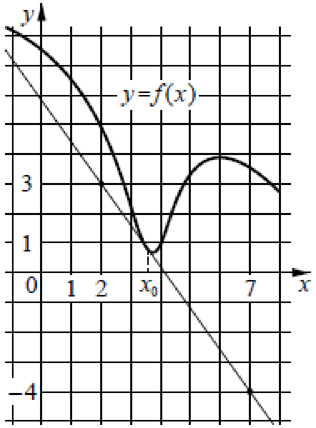
8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: ____________________________.

ИЛИ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ___________________________.

9 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 295$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе такой же тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) и изменяется по закону $f(v) = \dfrac{f_0}{1 - \dfrac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: ___________________________.

10 Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?

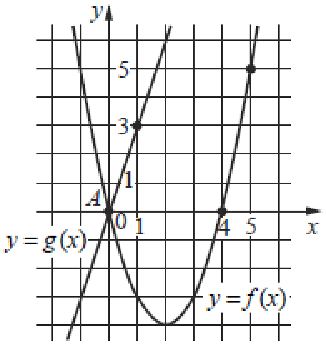
Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: ___________________________.

11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$$

на отрезке $[-10,5; 0]$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку минимума функции $y = -\dfrac{x}{x^2+256}$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$$

на отрезке $[-10,5;\, 0]$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку минимума функции $y = -\dfrac{x}{x^2+256}$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте* БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. *Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2}\cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Пример ошибки, которая не может быть отнесена к вычислительной

№13

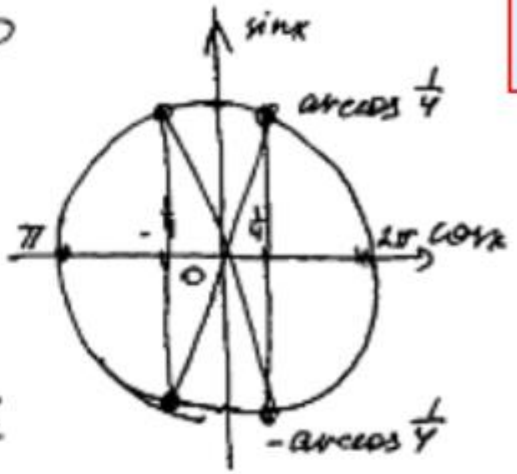
а) $\cos 2x + 0{,}5 = \cos^2 x$

$2\cos^2 x - 1 + 0{,}5 - \cos^2 x = 0$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{4} \\ \cos x = -\frac{1}{4} \end{array}\right.$

$x \in \pm\arccos\frac{1}{4} + \pi k,\ k \in Z$



Вычислительная ошибка – ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

- сложение,
- вычитание,
- умножение,
- деление

Для оценивания отбора корней с помощью тригонометрической окружности были сформулированы общие требования:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Выполнена не та операция – вместо извлечения корня из числа это число возведено в квадрат.

Пример 1. Работа 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in Z;$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0,\quad \log_4(4\sin x)=t,$

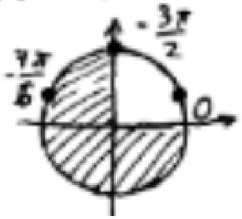
$2t^2-5t+2=0;\ D=25-16=9=3^2,\ t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2};\ t_2=\frac{5+3}{4}=1,$

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2};\ \log_4(4\sin x)=\log_4 2,\ 4\sin x=2;\ \sin x=\frac{1}{2};$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;$

$\log_4(4\sin x)=t_2=1;\ \log_4(4\sin x)=\log_4 4;\ 4\sin x=4;\ \sin x=1;$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{\pi}{2}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2},\ -\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

? баллов

Пример 1. Работа 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$, $\log_4(4\sin x)=t$,

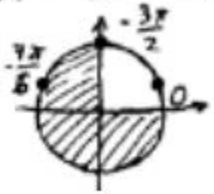
$2t^2-5t+2=0$; $D=25-16=9=3^2$, $t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$; $t_2=\frac{5+3}{4}=1$,

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 2$, $4\sin x=2$; $\sin x=\frac{1}{2}$;

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$;

$\log_4(4\sin x)=t_2=1$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 4$; $4\sin x=4$; $\sin x=1$;

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

1 балл

Пример 1. Работа 2

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geq 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4\cdot 2\cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $\quad t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $\quad t_2 = 1$

Обратная замена

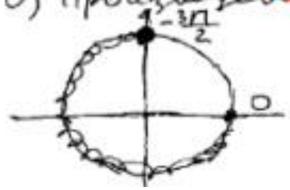
$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $\quad 4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\quad \sin x = 64$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\quad$ Нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности



$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

? баллов

Отбор корней с помощью тригонометрической окружности:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Пример 1. Работа 2

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x)=t$; $t \geq 0$

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-4\cdot2\cdot2$

$D=25-16$

$D=9$

$t_1=\frac{5+3}{2}$ $t_1=4$

$t_2=\frac{5-3}{2}$ $t_2=1$

Обратная замена

$\log_4(4\sin x)=1$ или $\log_4(4\sin x)=4$

$4\sin x=4$ $\quad 4\sin x=256$

$\sin x=1$ $\quad \sin x=64$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$ $\quad$ нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности

$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n; n\in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

0 баллов

Отбор корней с помощью тригонометрической окружности:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

Пример 1. Работа 3

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $\quad \log_4(4\sin x)=t$

ОДЗ
$4\sin x>0$
$\sin x>0$
$x\neq\pi n$ $\quad n\in\mathbb{Z}$

$2t^2-5t+2=0 \quad D=25-16=9$

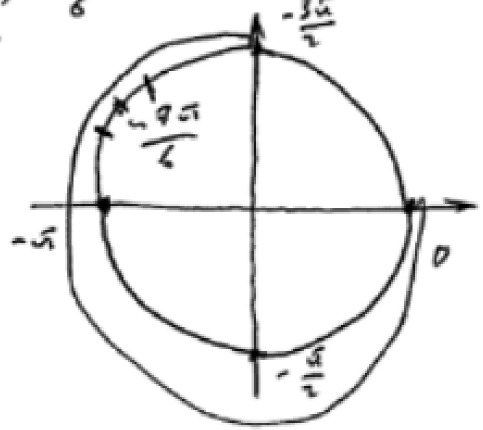
$t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$

$t_2=\frac{5+3}{4}=2$

$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x)=2\\ \log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l}8=4\sin x\\ 2=4\sin x\end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l}\sin x=2\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ не подходит т.к. $-1\leq\sin x\leq 1$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n \quad n\in\mathbb{Z}$

$\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$



Ответ: а) $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n$

б) ~~же~~ $-\frac{7\pi}{6}$ $\quad n\in\mathbb{Z}$

? баллов

Пример 1. Работа 3

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $\log_4(4\sin x)=t$

ОДЗ $4\sin x\neq 0$, $\sin x\neq 0$, $x\neq \pi n$, $n\in\mathbb{Z}$

$2t^2-5t+2=0$ $D=25-16=9$

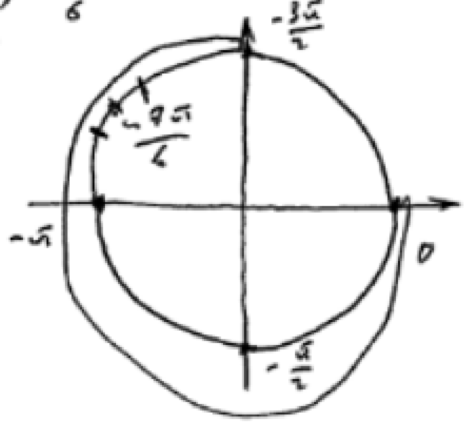
$t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$

$t_2=\frac{5+3}{4}=2$

$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x)=2\\ \log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}8=4\sin x\\ 2=4\sin x\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\sin x=2\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ не подходит т.к. $-1\leq\sin x\leq 1$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n$ $n\in\mathbb{Z}$

$\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$



Ответ: а) $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n$

б) ~~же~~ $-\frac{7\pi}{6}$ $n\in\mathbb{Z}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

0 баллов

Пример 2. Работа 1

13. а) $9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$

Пусть $9^{\cos x} = t$, тогда:

$9t^2 - 28t + 3 = 0$

$D = (-28)^2 - 4\cdot 9\cdot 3 = 784 - 108 = 676$

$t_1 = \frac{28-26}{2\cdot 9} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$; $t_2 = \frac{28+26}{2\cdot 9} = \frac{54}{18} = 3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x} = \frac{1}{9}$ или $9^{\cos x} = 3$

$\cos x = -1$

$x = \pi + \pi d, d \in Z$

$(3^2)^{\cos x} = 3^1$

$2\cos x = 1$

$\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

б) $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$

$\frac{5\pi}{2} \le \frac{\pi}{3} + 2\pi n \le 4\pi$; $\frac{5\pi}{2} \le -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi$; $\frac{5\pi}{2} \le \pi + \pi d \le 4\pi$

$\frac{5}{2} \le \frac{1}{3} + 2n \le 4, n \in Z$; $\frac{5}{2} \le -\frac{1}{3} + 2k \le 4, k \in Z$; $\frac{5}{2} \le 1 + d \le 4, d \in Z$

$2\frac{1}{6} \le 2n \le 3\frac{2}{3}, n \in Z$; $2\frac{5}{6} \le 2k \le 4\frac{1}{3}, k \in Z$; $1\frac{1}{2} \le d \le 3, d \in Z$

$1\frac{1}{12} \le n \le 1\frac{5}{6}, n \in Z$; $1\frac{5}{12} \le k \le 2\frac{1}{6}, k \in Z$; $d = 2, 3$

n - нет чисел; $k = 2$; $x_2 = \pi + 2\pi = 3\pi$

$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\cdot 2\pi = \frac{11\pi}{3}$; $x_3 = \pi + 4\pi = 5\pi$

Ответ: а) $x = \pi + \pi d, d \in Z$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$;

б) $x_1 = \frac{11\pi}{3}$; $x_2 = 3\pi$; $x_3 = 5\pi$

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m$, $n \in \mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

? баллов

Пример 2. Работа 1

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d,\ d\in Z$

$(3)^{2\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$; $\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$; $\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4,\ n\in z$; $\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4,\ k\in z$; $\frac{5}{2}\le 1+d\le 4,\ d\in z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3},\ n\in z$; $2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3},\ k\in z$; $1\frac{1}{2}\le d\le 3,\ d\in z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6},\ n\in z$; $1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6},\ k\in z$; $d=2,3$

n - нет чисел; $k=2$; $x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$; $x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d,\ d\in z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

0 баллов

Пример 2. Работа 2

№13

$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

а) $9t^2-28t+3=0$

$D=784-108=676$

$t_1=\frac{28+26}{18}=3$

$t_2=\frac{28-26}{18}=\frac{1}{9}$

$9^{\cos x}=3$

$\cos x=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x=-1$

$x=\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\qquad$ $x=\pi+2\pi k$

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$\frac{5\pi}{2}\le \pi+2\pi k\le 4\pi$

$0{,}75\le k\le 1{,}5$

$k=1$

б) $\frac{5\pi}{2}\le \frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\le 2k\le 4-\frac{1}{3}$

$\frac{15-2}{12}\le k\le \frac{12-1}{6}$

$\frac{13}{12}\le k\le \frac{11}{6}$

$\cancel{k=-1,0,1}$ $k\in\varnothing$

$\frac{5\pi}{2}\le -\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}+\frac{1}{3}\le 2k\le 4+\frac{1}{3}$

$\frac{15+2}{12}\le k\le \frac{12+1}{6}$

$\frac{17}{12}\le k\le \frac{13}{6}$

$k=\cancel{-1,0,1,2}\ 2$

Ответ: $x_1=3\pi$; $x_2=\frac{11\pi}{3}$

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

? баллов

Пример 2. Работа 2

№13

$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

а) $9t^2-28t+3=0$

$D=784-108=676$

$t_1=\frac{28+26}{18}=3$

$t_2=\frac{28-26}{18}=\frac{1}{9}$

$9^{\cos x}=3$

$\cos x=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x=-1$

$x=\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\qquad$ $x=\pi+2\pi k$

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$\frac{5\pi}{2}\le \pi+2\pi k\le 4\pi$

$0{,}75\le k\le 1{,}5$

$k=1.$

б) $\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\le 2k\le 4-\frac{1}{3}$

$\frac{15-2}{12}\le k\le\frac{12-1}{6}$

$\frac{13}{12}\le k\le\frac{11}{6}$

$\cancel{k=-1,0,1}$ $k\in\varnothing$

$\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}+\frac{1}{3}\le 2k\le 4+\frac{1}{3}$

$\frac{15+2}{12}\le k\le\frac{12+1}{6}$

$\frac{17}{12}\le k\le\frac{13}{6}$

$k=\cancel{-1,0,1,}\ 2.\ 2$

Ответ: $x_1=3\pi$; $x_2=\frac{11\pi}{3}$

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

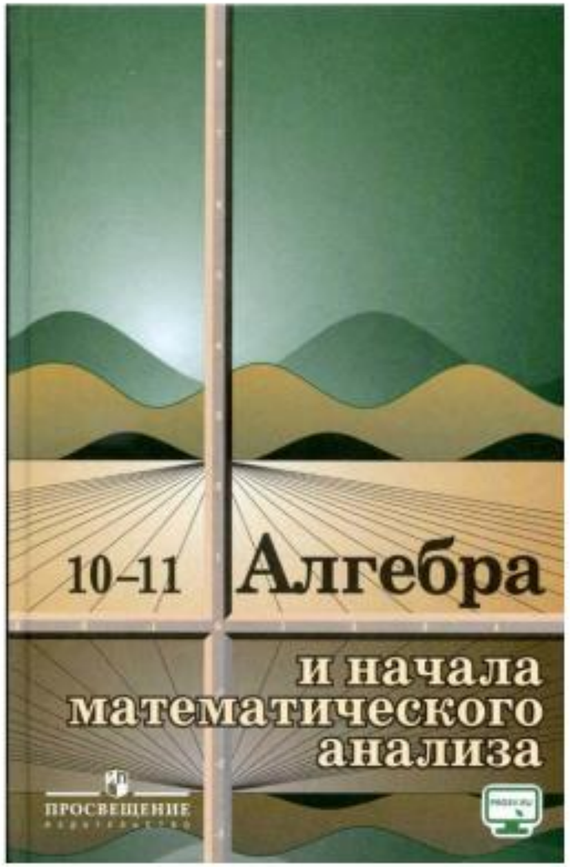
Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

2 балла

15 Решите неравенство $\dfrac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+\log_2 x^4+1} \geq 0.$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\dfrac{1}{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*



УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.14я72
А45

12+

Авторы:
А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын,
Б. М. Ивлев, С. И. Шварцбурд

Алгебра и начала математического анализа. 10—
А45 11 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / [А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др.] ; под ред. А. Н. Колмогорова. — 26-е изд. — М. : Просвещение, 2018. — 384 с. : ил. — ISBN 978-5-09-053519-9.

Учебное пособие написано на высоком научном уровне, основные теоретические положения иллюстрируются конкретными примерами. Система упражнений в нём представлена задачами двух уровней сложности как к каждому параграфу, так и к каждой главе. Упражнения для повторения курса в главе «Задачи на повторение» и задачи повышенной трудности в заключительной главе содержат богатый материал для подготовки к ЕГЭ. Исторические справки познакомят учащихся с историей развития математики.

УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.14я72

ISBN 978-5-09-053519-9

2. Метод интервалов. На свойстве непрерывных функций, рассмотренном в этом пункте (его полное доказательство приводится в курсах математического анализа), основан метод решения неравенств с одной переменной (*метод интервалов*). Опишем его.

Пусть функция f непрерывна на интервале I и обращается в нуль в конечном числе точек этого интервала. По сформулированному выше свойству непрерывных функций этими точками I разбивается на интервалы, в каждом из которых непрерывная функция f сохраняет постоянный знак. Чтобы определить этот знак, достаточно вычислить значение функции f в какой-либо одной точке из каждого такого интервала.

Метод интервалов.

1. Привести неравенство к виду $f(x) \vee 0$. Рассмотреть функцию $f(x)$.
2. Найти область определения функции $f(x)$.
3. Найти нули функции $f(x)$, решив уравнение $f(x)=0$.
4. Отметить на числовой прямой область определения и нули функции $f(x)$.
5. Определить знаки функции на промежутках, входящих в область определения функции.
6. Записать ответ, включив в него промежутки в соответствии со знаком неравенства (обратив внимание на нули функции).

Пример 1. Работа 1

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

пусть $3^x=t$, тогда;

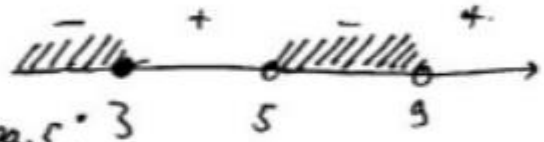
$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

ОДЗ: $t\ne5$; $t\ne9$.

$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le0.$$

$$\frac{\cancel{t^3}-\cancel{9t^2}-\cancel{6t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+\cancel{9t^2}+25t-225}{(t-5)(t-9)}\le0.$$

$$\frac{2t-6}{(t-5)(t-9)}\le0.$$



$3^x=3$, $x=1$; $3^x=5$, $x=\log_3 5$; $3^x=9$, $x=2$.

$\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$.

? баллов

Пример 1. Работа 1

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$

пусть $3^x=t$, тогда;

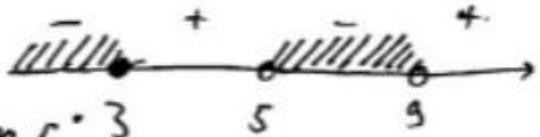
ОДЗ: $t\ne 5$; $t\ne 9$.

$\dfrac{t^2-6t+4}{t-5}+\dfrac{6t-51}{t-9}\le t+5$

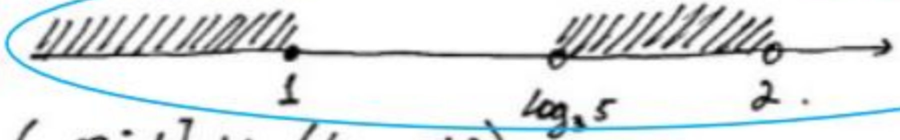
$\dfrac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le 0.$

$\dfrac{\cancel{t^3}-\cancel{9t^2}-\cancel{6t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+\cancel{9t^2}+25t-225}{(t-5)(t-9)}\le 0.$

$\dfrac{2t-6}{(t-5)(t-9)}\le 0.$



$3^x=3$, $x=1$; $3^x=5$, $x=\log_3 5$; $3^x=9$, $x=2$.



$x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$.

2 балла

Пример 1. Работа 2

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1];\ (\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot3^x\cdot3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^x\cdot3-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x-9>0$
$3^x=9$
$x>2$

$3^x-5>0$
$3^x=5$
$x>\log_3 5$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

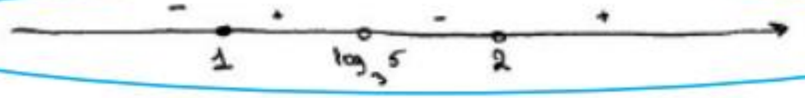
$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\le(t+5)(t-5)(t-9)$$

$$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\le t^3-25t-9t^2+225$$

$$\cancel{t^3}-\cancel{6t^2}+4t-\cancel{9t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+\cancel{9t^2}-225\le0$$

$2t-6=0$
$2t=6$
$t=3$

$3^x=3$
$x=1$
$x\le1$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

? баллов

Пример 1. Работа 2

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot3^x\cdot3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^x\cdot3-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x-9>0$, $3^x=9$, $x>2$

$3^x-5>0$, $3^x=5$, $x>\log_3 5$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

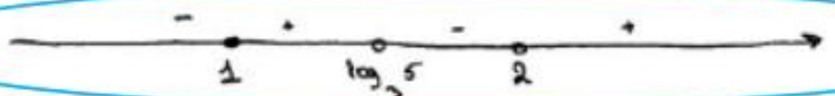
$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\le(t+5)(t-5)(t-9)$$

$$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\le t^3-25t-9t^2+225$$

$$\cancel{t^3}-6\cancel{t^2}+4t-9\cancel{t^2}+54t-36+6\cancel{t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+9\cancel{t^2}-225\le 0$$

$2t-6=0$, $2t=6$, $t=3$

$3^x=3$, $x=1$, $x\le 1$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

0 баллов

Пример 1. Работа 3

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{(3^{2x}-2\cdot3\cdot3^x+4)(3^x-9)+(2\cdot3\cdot3^x-51)(3^x-5)-(3^x-5)(3^x+5)(3^x-9)}{(3^x-5)(3^x-9)}\le 0$$

$$\frac{3^{3x}-6\cdot3^{2x}+4\cdot3^x-9\cdot3^{2x}+54\cdot3^x-36+6\cdot3^{2x}-51\cdot3^x-30\cdot3^x+255-(3^{2x}-25)(3^x-9)}{(3^x-3^{\log_3 5})(3^x-3^2)}\le 0$$

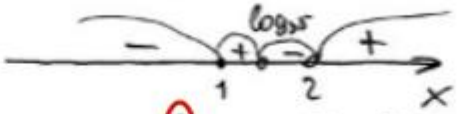
знаки $(3^x-3^{\log_3 5})$ и (3^x-3^2) совпадает со знаками $(x-\log_3 5)$ и $(x-2)$ соответственно

$$\frac{\cancel{3^{3x}}-9\cdot3^{2x}-23\cdot3^x+219-\cancel{3^{3x}}+\cancel{9\cdot3^{2x}}+25\cdot3^x-225}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$

$$\frac{2\cdot3^x-6}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0\ \Big|:2;\quad \frac{3^x-3^1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$

знак (3^x-3^1) совпадает со знаком $(x-1)$

$$\frac{x-1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$



$1<\log_3 5<2$ $\Rightarrow x\in\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

? баллов

Пример 1. Работа 3

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{(3^{2x}-2\cdot3\cdot3^x+4)(3^x-9)+(2\cdot3\cdot3^x-51)(3^x-5)-(3^x-5)(3^x+5)(3^x-9)}{(3^x-5)(3^x-9)}\le0$$

$$\frac{3^{3x}-6\cdot3^{2x}+4\cdot3^x-9\cdot3^{2x}+54\cdot3^x-36+6\cdot3^{2x}-51\cdot3^x-30\cdot3^x+255-(3^{2x}-25)(3^x-9)}{(3^x-3^{\log_3 5})(3^x-3^2)}\le0$$

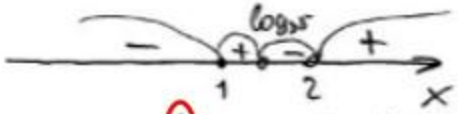
знаки $(3^x-3^{\log_3 5})$ и (3^x-3^2) совпадает со знаками $(x-\log_3 5)$ и $(x-2)$ соответственно

$$\frac{\cancel{3^{3x}}-9\cdot3^{2x}-23\cdot3^x+219-\cancel{3^{3x}}+\cancel{9\cdot3^{2x}}+25\cdot3^x-225}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0$$

$$\frac{2\cdot3^x-6}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0\,\Big|:2;\qquad \frac{3^x-3^1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0$$

знак (3^x-3^1) совпадает со знаком $(x-1)$

$$\frac{x-1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0$$



$1<\log_3 5<2$ $\Rightarrow x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

2 балла

Пример 2. Работа 1

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

$\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$

ОДЗ: $x>0$.

$\log_4 x\neq\pm3$. $\begin{cases}x\neq 64\\ x\neq \frac{1}{64}\end{cases}$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\geq\dfrac{4\log_4|x|+16}{\log_4^2 x-9}$ $\quad\log_4 x=t$

$\dfrac{3+t}{t-3}+\dfrac{t-3}{3+t}\geq\dfrac{4t+16}{t^2-9}$

$\dfrac{(3+t)^2+(t-3)^2-4t-16}{t^2-9}\geq0$

$\dfrac{t^2-2t+2}{t^2-9}\geq0$ $\quad t^2-2t+2=0$

$D=4-4\cdot2<0\Rightarrow t^2-2t+2>0$

$t\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$

$\left[\begin{array}{l}\log_4 x<-3\\ \log_4 x>3\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}x<\frac{1}{64}\\ x>64\end{array}\right.$

Ответ: $x\in(0;\frac{1}{64})\cup(64;+\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

? баллов

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

ОДЗ: $x>0$.

$\log_4 x\neq\pm3$. $\begin{cases}x\neq64\\ x\neq\cancel{-64}\,\frac{1}{64}\end{cases}$

$$\frac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\geq\frac{4\log_4|x|+16}{\log_4^2 x-9}\qquad \log_4 x=t$$

$$\frac{3+t}{t-3}+\frac{t-3}{3+t}\geq\frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\frac{(3+t)^2+(t-3)^2-4t-16}{t^2-9}\geq0$$

$$\frac{t^2-2t+2}{t^2-9}\geq0\qquad t^2-2t+2=0$$

$D=4-4\cdot2<0\Rightarrow t^2-2t+2>0$

$t\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$

$$\left[\begin{aligned}&\log_4 x<-3\\&\log_4 x>3\end{aligned}\right.;\quad\left\{\begin{aligned}&x<\frac{1}{64}\\&x>64\end{aligned}\right.$$

Ответ: $x\in\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup(64;+\infty)$

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

0 баллов

Решите неравенство $x^2 \log_{625}(2-x) \geq \log_5\left(x^2-4x+4\right)$.

Ответ: $\left(-\infty; -2\sqrt{2}\right]$; $[1; 2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и / или $-2\sqrt{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$x^2 \log_{625}(2-x) \geqslant \log_5(x^2-4x+4)$

$\frac{1}{4}x^2 \log_5(2-x) - \log_5(x^2-4x+4) \geqslant 0$

$\frac{x^2}{4}\log_5(2-x) - \log_5(x-2)^2 \geqslant 0$

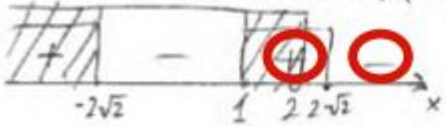
$\frac{x^2}{4}\log_5(2-x) - \log_5(2-x)^2 \geqslant 0$

$\frac{x^2}{4}\log_5(2-x) - 2\log_5(2-x) \geqslant 0$

$\left(\frac{x^2}{4}-2\right)\left(\log_5(2-x)\right) \geqslant 0$

$(x^2-8)\left(\log_5(2-x)\right) \geqslant 0$

$(x-2\sqrt{2})(x+2\sqrt{2})\left(\log_5(2-x)\right) \geqslant 0$



Ответ: $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [1, 2)$.

О.Д.З.:

1) $2-x>0$

$x<2$

2) $(x-2)^2>0$

верно всегда

? баллов

Решите неравенство $x^2 \log_{625}(2-x) \geq \log_5\left(x^2-4x+4\right)$.

Ответ: $\left(-\infty; -2\sqrt{2}\right]$; $[1; 2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и / или $-2\sqrt{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$x^2 \log_{625}(2-x) \geq \log_5(x^2-4x+4)$

$\frac{1}{4}x^2 \log_5(2-x) - \log_5(x^2-4x+4) \geq 0$

$\frac{x^2}{4}\log_5(2-x) - \log_5(x-2)^2 \geq 0$

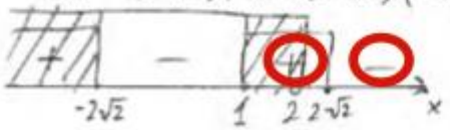
$\frac{x^2}{4}\log_5(2-x) - \log_5(2-x)^2 \geq 0$

$\frac{x^2}{4}\log_5(2-x) - 2\log_5(2-x) \geq 0$

$\left(\frac{x^2}{4}-2\right)\left(\log_5(2-x)\right) \geq 0$

$(x^2-8)(\log_5(2-x)) \geq 0$

$(x-2\sqrt{2})(x+2\sqrt{2})(\log_5(2-x)) \geq 0$



Ответ: $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [1, 2)$.

О.Д.З:

1) $2-x>0$

$x<2$

2) $(x-2)^2>0$

верно всегда

0 баллов

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
– в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1+1\cdot r$	0,9	$1+1r-0,9$
3	$0,9+0,9\cdot r$	0,8	$0,9+0,9-0,8$
4	$0,8+0,8r$	0,7	$0,8+0,8r-0,7$
5	$0,7+0,7\cdot r$	0,6	$0,7+0,7r-0,6$
6	$0,6+0,6r$	0,5	$0,6+0,6r-0,5$
7	$0,5+0,5r$	0	$0,5+0,5r$

Тогда общая сумма выплат:

$1+1\cdot r-\cancel{0,9}+\cancel{0,9}+0,9r-\cancel{0,8}+\cancel{0,8}+0,8r-\cancel{0,7}+\cancel{0,7}+0,7r-$
$-\cancel{0,6}+\cancel{0,6}+0,6r-\cancel{0,5}+\cancel{0,5}+0,5r=$
$=1+r+0,9r+0,8r+0,7r+0,6r+0,5r=1+4,5r$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$= \quad 1+4,5r>1,2$
$4,5r>0,2$
$r>2,25$

т.к. r - целое число, то наименьшее $r=3$.

Ответ: r наименьшее $=3$

? баллов

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1+1\cdot r$	0,9	$1+1r-0,9$
3	$0,9+0,9\cdot r$	0,8	$0,9+0,9-0,8$
4	$0,8+0,8r$	0,7	$0,8+0,8r-0,7$
5	$0,7+0,7\cdot r$	0,6	$0,7+0,7r-0,6$
6	$0,6+0,6r$	0,5	$0,6+0,6r-0,5$
7	$0,5+0,5r$	0	$0,5+0,5r$

тогда общая сумма выплат:

$1+1\cdot r-\cancel{0,9}+\cancel{0,9}+0,9r-\cancel{0,8}+\cancel{0,8}+0,8r-\cancel{0,7}+\cancel{0,7}+0,7r-$
$-\cancel{0,6}+\cancel{0,6}+0,6r-\cancel{0,5}+\cancel{0,5}+0,5r=$
$=1+r+0,9r+0,8r+0,7r+0,6r+0,5r=1+4,5r$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$$= \quad 1+4,5r>1,2$$
$$4,5r>0,2$$
$$r>2,25$$

т.к. r - целое число, то наименьшее $r=3$.

Ответ: r наименьшее $=3$

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

0 баллов

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 > 1,2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$

$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0,9$

$P_2 = 0,9(1 + \frac{r}{100}) - 0,8$

$P_3 = 0,8(1 + \frac{r}{100}) - 0,7$

$P_4 = 0,7(1 + \frac{r}{100}) - 0,6$

$P_5 = 0,6(1 + \frac{r}{100}) - 0,5$

$P = 0,5(1 + \frac{r}{100})$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	0,17	0,163	0,156	0,149	0,142	0,535	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,525	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,52	1,18

Наименьшим числом r, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r = 4$, $S < 1,2$.

Ответ: 5

? баллов

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 > 1,2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$

$P_1 = \left(1 + \frac{r}{100}\right) - 0,9$

$P_2 = 0,9\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 0,8$

$P_3 = 0,8\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 0,7$

$P_4 = 0,7\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 0,6$

$P_5 = 0,6\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 0,5$

$P = 0,5\left(1 + \frac{r}{100}\right)$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	0,17	0,163	0,156	0,149	0,142	0,535	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,525	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,52	1,18

Наименьшим числом r, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r = 4$, $S < 1,2$.

Ответ: 5

2 балла

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Дано:

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 > 1{,}2$ млн, где X – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ?, где r – %, $r \in Z$

$X_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $X_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $X_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$X_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $X_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $X_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$

$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

? баллов

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$

$r > \frac{20}{3{,}5}$

$r_{min} = 5\%$

Ответ: $r = 5\%$

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Дано:

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 > 1{,}2$ млн, где X – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ?, где r – %, $r \in \mathbb{Z}$

$X_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $X_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $X_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$X_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $X_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $X_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$

$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

1 балл

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$

$r > \frac{20}{3{,}5}$

$r_{min} = 5\%$

Ответ: $r = 5\%$

14 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K.

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD.

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

17 Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 3$, $BC = DE = 4$.

а) Докажите, что $AC = CE$.

б) Найдите длину диагонали BE, если $AD = 6$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(x^2-5x-y+3)\cdot\sqrt{x-y+3}=0,\\ y=3x+a\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только исключением/включением точек $a=-9$ и / или $a=3$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-9;3)$ множества значений a, возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b; a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$?

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

Спасибо за внимание.

Гайденко Станислав Викторович, председатель
комиссии ЕГЭ по математике, к.ф-.м.н, доцент
кафедры вычислительной математики и
информатики КубГУ