



Элементы теории вероятностей. Задания №5 профильного ЕГЭ по математике

Петренко Н.В., учитель математики
МБОУ СОШ №7, ст. Воронежской,
Усть-Лабинский р-н

Элементарные события (исходы) – простейшие события, которыми может окончиться случайный опыт.

Сумма вероятностей всех исходов случайного опыта всегда равна 1

Исходы случайного опыта могут быть:

Совместные события – это исходы, которые могут наступить в одном случайном опыте.

Несовместные события – это исходы, которые не наступают в одном случайном опыте.

Независимые (зависимые) – это исходы, наступление которых не зависят (зависят) друг от друга в нескольких случайных опытах.

Противоположные:



называется **противоположным событием** A , если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в A .**

Задание №5

Введем некоторые обозначения

$A \cup B$

(объединение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **хотя бы одному из событий А или В**

$A \cap B$

(пересечение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **обоим событиям А и В.**

\bar{A}

называется **противоположным событием А**, если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в А.**

Задание №5 (дополнительные формулы)

1. Формула сложения для несовместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2. Формула умножения вероятностей независимых событий:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

3. Вероятности противоположных событий:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

1

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна **0,2**. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна **0,35**. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

$$0,2 + 0,35 = 0,55$$

ИЛИ**Ответ: 0,55**

2

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

И

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью **0,5**. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью **0,32**. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

$$0,5 \cdot 0,32 = 0,16$$

Ответ: 0,16

3

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^{\circ}\text{C}$, равна **0,87**. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.

$$1 - 0,87 = 0,13 -$$

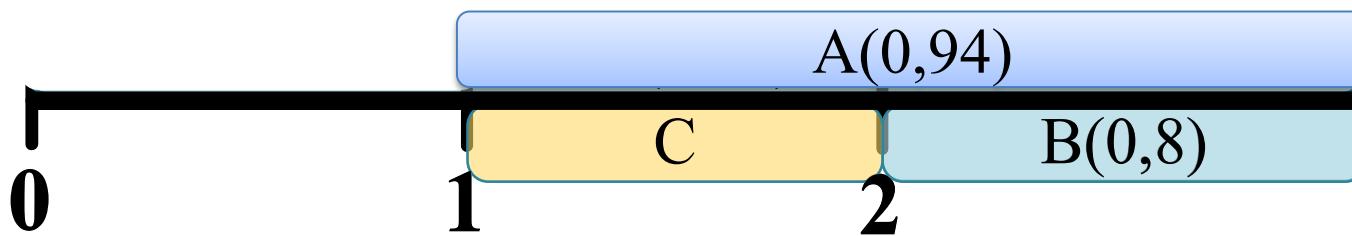
Ответ: 0,13

4

Вероятность того, что новый тостер прослужит **больше года**, равна **0,94**. Вероятность того, что он прослужит **больше двух лет**, равна **0,8**. Найдите вероятность того, что он прослужит **меньше двух лет, но больше года**.

$$A = \{\text{тостер прослужит больше года}\}$$

$$B = \{\text{тостер прослужит больше двух лет}\}$$



$$C = \{\text{тостер прослужит больше года, меньше двух лет}\}$$

$$P(A) = P(C) + P(B)$$

$$0,94 = P(C) + 0,8$$

$$P(C) = 0,94 - 0,8$$

Ответ: 0,14

Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

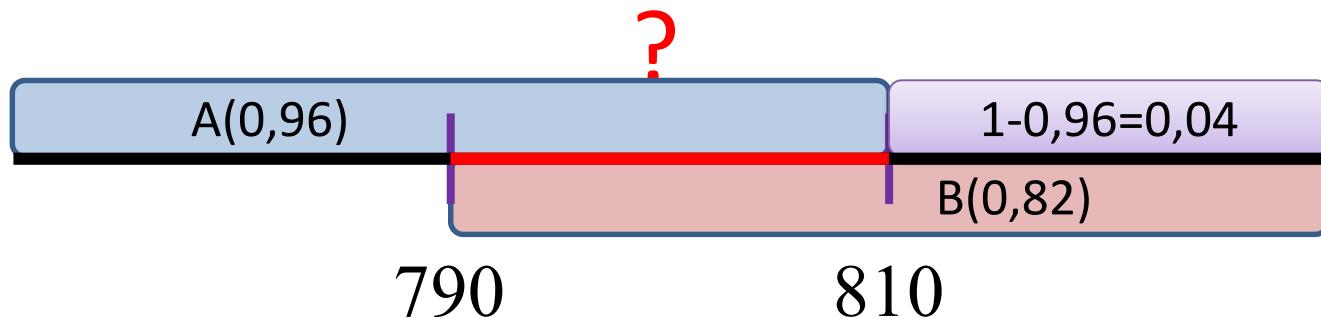
Ответ: 0,12

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 23 пассажиров, равна 0,87. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,61. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 22 включительно.

Ответ: 0,26

5

- При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,82. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.



$$P=0,82-0,04=0,78$$

Ответ: 0,78

6

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

$$A = \{ \text{кофе закончится в первом автомате} \} \\ B = \{ \text{кофе закончится во втором автомате} \}$$

$$P(\text{"Кофе закончится в обоих автоматах"}) = P(A \cap B) = 0,12$$

$$A \cup B = \{ \text{закончится хотя бы в одном (A или B)} \}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,35 + 0,35 - 0,12 = 0,58$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,58 = 0,42$$

Ответ: 0,42

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,4. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Перегорит и Перегорит и Перегорит

$P_1 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,064$ – вероятность, что перегорят все три лампы

$$P = 1 - 0,064 = 0,936$$

Ответ: 0,936

8

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

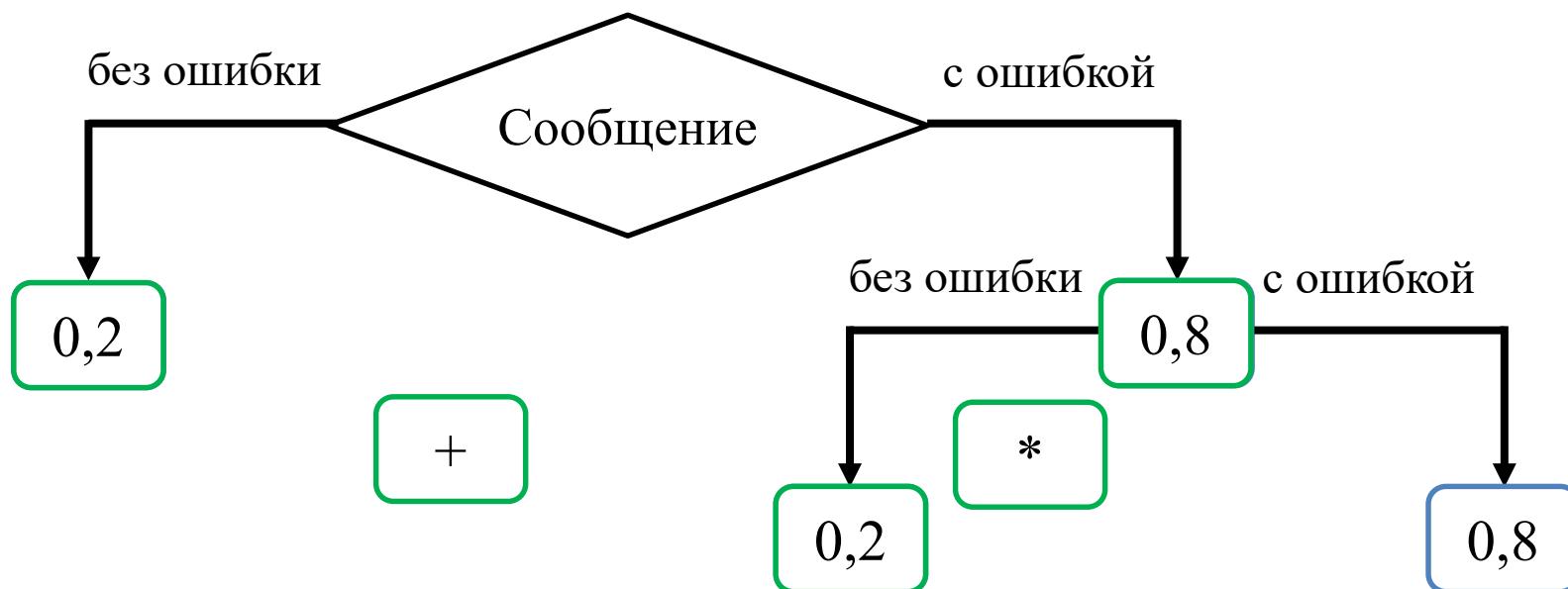
$$5+9+11=25(\phi)-\text{всего в коробке}$$

$$P = \frac{5}{25} \cdot \frac{9}{24} + \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{24} = \frac{3}{40} + \frac{3}{40} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = 0,15$$

Ответ: 0,15

9

Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.



сообщение отправится с первого раза **или** в первый раз сообщение не будет отправлено **и** будет отправлено во второй раз

$$P=0,2+0,8 \cdot 0,2 = 0,36$$

Ответ: 0,36

10 Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Вероятность попадания = 0,8

Вероятность промаха = 1 - 0,8 = 0,2

$A = \{\text{попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся}\}$

По формуле умножения вероятностей:

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2$$

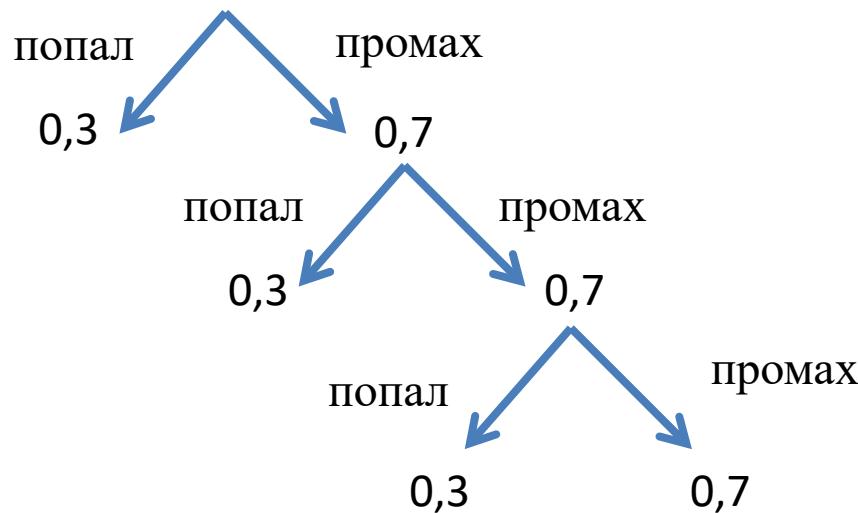
$$P(A) = 0,512 \cdot 0,04 = 0,02048 \approx 0,02$$

Ответ: 0,02

11. Стрелок в тире стреляет по мишени. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,3 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать этому стрелку, чтобы вероятность поражения цели была не менее 0,6?

11. Стрелок в тире стреляет по мишени. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,3 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать этому стрелку, чтобы вероятность поражения цели была не менее 0,6?

$$P_{\text{попадания}} \geq 0,6$$



$$P_{\text{промаха}} < 0,4$$

$$0,7 \cdot 0,7 = 0,49 > 0,4$$

$$0,49 \cdot 0,7 = 0,343 < 0,4$$

Ответ: 3

- Игральный кубик бросают дважды.
Известно, что в сумме выпало 8 очков.
Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

35
53
26
62
44

$$P = \frac{1}{5} = 0,2$$



13

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 6 очков.



	1	2	3	4	5	6
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:5
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6
3	3:1	3:2	3:4	3:5	3:6	3:6
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6

$$P = \frac{1}{5}$$

Ответ: 0,2

14

Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 8».



	1	2	3	4	5	6
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:5
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6
3	3:1	3:2	3:4	3:5	3:6	3:6
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6

$$P = \frac{3}{25} = 0,12$$

Ответ: 0,12

15

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 1 и 2 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

	1	2	3	4	5	6		1	1	1	2	2	2
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:5		1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6		1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
3	3:1	3:2	3:4	3:5	3:6	3:6		1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6		1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6		2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6		2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2

$$n=20, m=2$$

$$P = \frac{2}{20}$$

Ответ: 0,1

16 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет **начинать** только **вторую и последнюю игры**.

+ - команда «Стартер» начинает первым.

1 игра 2 игра 3 игра

8	+	+	+
	+	+	-
	+	-	+
	-	-	-
	-	+	+
	-	-	+
	-	+	-
	+	-	-

$$P = \frac{1}{8} = 0,125$$

Ответ: 0,125

17 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

$$P(\text{выигрыш})=0,2 \quad P(\text{проигрыш})=0,2 \quad P(\text{ничья})=1-0,2-0,2=0,6$$

	I	II	III
1 игра	выигрывает (5)	ничья (3)	выигрывает (5)
2 игра	выигрывает (5)	выигрывает (5)	ничья (3)

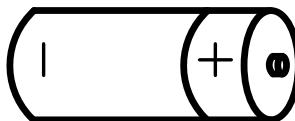
$$P(I)=0,2 \cdot 0,2 = 0,04 \quad P(II)=0,6 \cdot 0,2 = 0,12 \quad P(III)=0,2 \cdot 0,6 = 0,12$$

$$P=0,04+0,12+0,12=0,28$$

Ответ: 0,28

18

Автоматическая линия изготавливает батарейки. **Вероятность** того, что готовая батарейка **неисправна**, равна **0,01**. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. **Вероятность** того, что система забракует **неисправную батарейку**, равна **0,95**. **Вероятность** того, что система по ошибке забракует **исправную** батарейку, равна **0,04**. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.



исправная

и

забракует

или

неисправная

и

забракует

0,99

*

0,04

+

0,01

*

0,95

Ответ: 0,0491

19

Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысит число 3. Какова вероятность того, что для этого потребуется ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

	1 бросок	2 бросок	3 бросок больше 3
1 случай	1	1	2,3,4,5,6
2 случай	1	2	1,2,3,4,5,6
3 случай	2	1	1,2,3,4,5,6

$$P_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$$

$$P_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$$

$$P_3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{17}{216} \approx 0,08$$

Ответ: 0,08

20 Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца?

1) По условию покупка одного яйца не принесет Маше принцессу нового вида, то есть вероятность того, что Маша получит такую же принцессу, как у нее уже есть, равна 0,2, соответственно, вероятность того, что при покупке одного яйца Маша НЕ получит такую же принцессу, как у нее уже есть, равна 0,8.

2) Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке второго Киндер-сюрприза, если в первом купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а во втором отличная от уже имеющихся.

$$P_1 = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$$

3) Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке третьего Киндер-сюрприза, если в первом и втором купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а в третьем отличная от уже имеющихся.

$$P_2 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,032$$

4) Тогда вероятность получить новую принцессу при покупке второго ИЛИ третьего Киндер-сюрприза равна:

$$P = P_1 + P_2 = 0,16 + 0,032 = 0,192$$

Ответ: 0,192



Удача на ЕГЭ!!!!