

ЗАДАНИЕ 2

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ВЕКТОРЫ

ЧЕРЕДНИЧЕНКО И.В.

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ МОАНУ СОШ №17 ИМ.К.В.НАВАЛЬНЕВОЙ МО КОРЕНОВСКИЙ РАЙОН



ШАКИТЬКО О.И.

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ МОАНУ СОШ №17 ИМ.К.В.НАВАЛЬНЕВОЙ МО КОРЕНОВСКИЙ РАЙОН

ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Отрезок с заданным направлением
называется **вектором**
(**направленным отрезком**)



НУЛЕВОЙ ВЕКТОР

Любая точка на плоскости может рассматриваться как вектор. Такой вектор называется **нулевым** (нуль- вектором).

$$\overrightarrow{MM} = \vec{0}$$

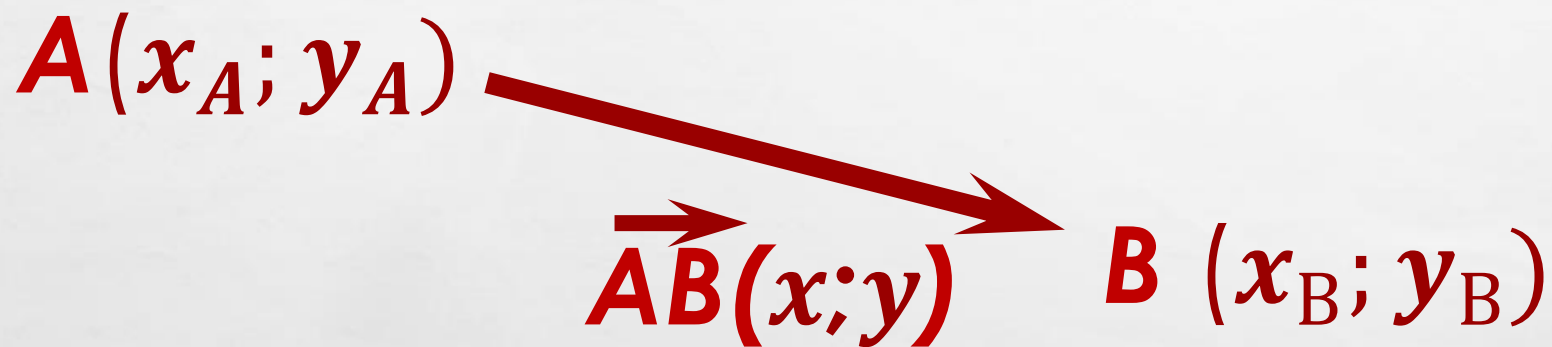
$$\vec{0}$$

$$\vec{M}$$

Длина нулевого вектора \vec{AB} равна нулю.

$$|\vec{0}| = 0$$

НАХОЖДЕНИЕ КООРДИНАТ ВЕКТОРА ЧЕРЕЗ КООРДИНАТЫ ЕГО НАЧАЛА И КОНЦА



$$x = x_B - x_A \qquad y = y_B - y_A$$

ДЛИНА ВЕКТОРА



Длиной ненулевого вектора \overrightarrow{AB} называется длина отрезка AB .

$$|\overrightarrow{AB}| = |\vec{a}|$$

НАХОЖДЕНИЕ ДЛИНЫ ВЕКТОРА ЧЕРЕЗ КООРДИНАТЫ ЕГО НАЧАЛА И КОНЦА

$A(x_A; y_A)$



$\vec{a}(x; y)$

$B(x_B; y_B)$

$$|\overrightarrow{AB}| = |\vec{a}|$$

$$|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Даны точки $A(4;2)$ и $B(7;6)$. Найдите
длину вектора $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$

$$|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(7 - 4)^2 + (6 - 2)^2}$$

$$|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{3^2 + 4^2} \quad \vec{a} = \overrightarrow{AB} = 5$$

ДЛИНА ВЕКТОРА В КООРДИНАТАХ



$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = |\vec{a}|$$

Найдите длину вектора \vec{a} (-5;12)

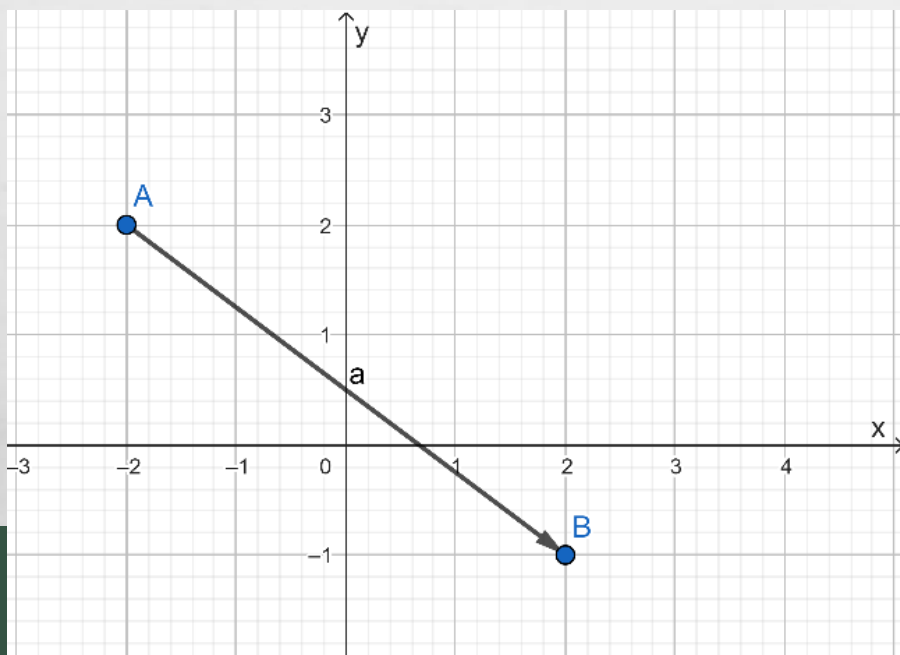
$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$|\vec{a}| = 13$$

На координатной плоскости изображен вектор \vec{a} , координатами которого являются целые числа.

Найдите длину вектора \vec{a}



$$A(-2;2); B(2;-1)$$

$$\overrightarrow{AB} (2-(-2); -1-2) \quad \overrightarrow{AB}(4;-3)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{a}| = 5$$

ОПЕРАЦИИ С ВЕКТОРАМИ В КООРДИНАТАХ

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

$\vec{a}(x; y)$, k — ПРОИЗВОЛЬНОЕ ЧИСЛО

$$k\vec{a} (kx_1; ky_1)$$

Дан вектор $\vec{a} (-6; 8)$, $k = 3$

Найдите координаты вектора $3\vec{a}$
 $k\vec{a} (kx_1; ky_1)$

$$\vec{a}(-6; 8)$$

$$3\vec{a}(-18; 24)$$

ОПЕРАЦИИ С ВЕКТОРАМИ В КООРДИНАТАХ

СУММА ВЕКТОРОВ

$$\vec{a} (x_1; y_1) \quad \vec{b} (x_2; y_2)$$

$$\vec{a} + \vec{b} (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$$

РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ

$$\vec{a} (x_1; y_1) \quad \vec{b} (x_2; y_2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$$

Даны векторы $\vec{a} (9;0)$ и $\vec{b}(0;40)$.

Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b}$

- Вектор $\vec{a} + \vec{b}$

имеет координаты

$(9+0;0+40)$

$\vec{a} + \vec{b} (9;40)$

- Длина вектора $\vec{a} + \vec{b}$

с координатами $(9;40)$

равна $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{9^2 + 40^2}$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 41$$

Даны векторы $\vec{a} (9;-1)$ и $\vec{b} (5;2)$.

Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b}$

- Вектор $\vec{a} - \vec{b}$
имеет координаты

- $(9-5;-1-2)$

$\vec{a} - \vec{b} (4;-3)$

- Длина вектора $\vec{a} - \vec{b}$
с координатами $(4;-3)$

равна $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$
 $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

СКАЛЯРНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ ДВУХ ВЕКТОРОВ НАЗЫВАЕТСЯ
ПРОИЗВЕДЕНИЕ ИХ ДЛИН НА КОСИНУС УГЛА МЕЖДУ НИМИ.

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}; \vec{b}})$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ В КООРДИНАТАХ

СКАЛЯРНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ ДВУХ ВЕКТОРОВ НАЗЫВАЕТСЯ **СУММА**
ПРОИЗВЕДЕНИЙ СООТВЕТСТВУЮЩИХ КООРДИНАТ ЭТИХ ВЕКТОРОВ.

$$\vec{a} \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны 11 и 4, а угол между ними равен 60^0 . Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}\vec{b}$.

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}; \vec{b}})$$

$$\vec{a}\vec{b} = 11 \cdot 4 \cdot \cos 60^0 = 44 \cdot \frac{1}{2} = 22$$

Даны векторы \vec{a} $(-5;6)$ и \vec{b} $(-4;-3)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}\vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -5 \cdot (-4) + 6 \cdot (-3)$$

$$\vec{a}\vec{b} = 2$$

Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны $5\sqrt{3}$ и 8, а угол между ними равен 150° . Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}\vec{b}$.

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}; \vec{b}})$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\vec{a}\vec{b} = 5\sqrt{3} \cdot 8 \cos 150^\circ = 5\sqrt{3} \cdot 8 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -60$$

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$A(-5;-1),$$

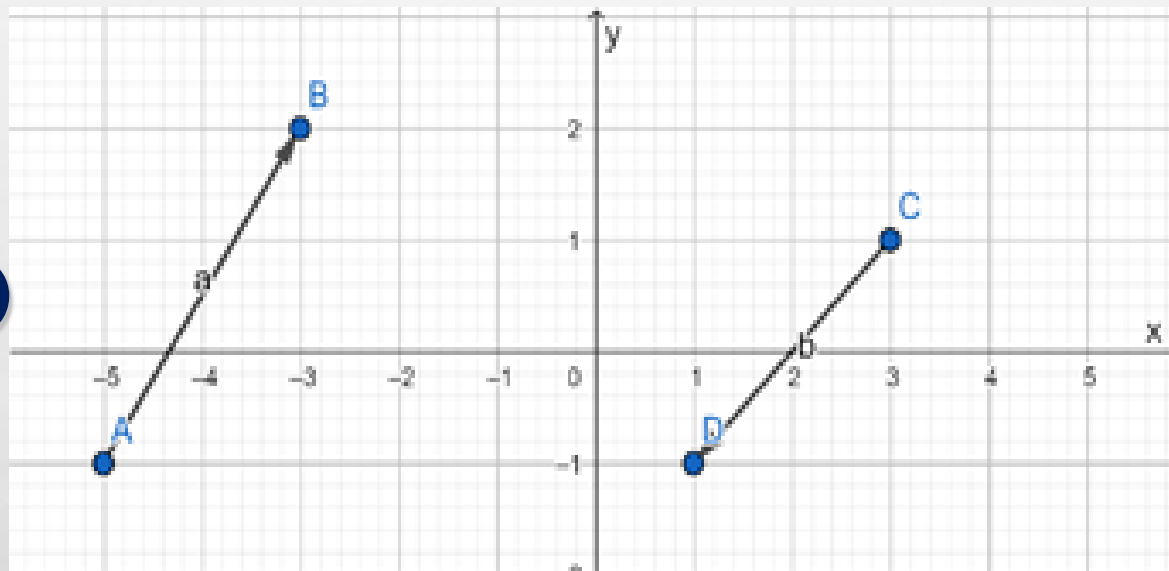
$$B(-3;2).$$

$$\overrightarrow{AB}(-3-(-5);2-(-1))$$

$$\overrightarrow{AB}(2;3)$$

$$\vec{a}(2;3)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$



$$C(3;1),$$

$$D(1;-1).$$

$$\overrightarrow{CD}(1-3;-1-1)$$

$$\overrightarrow{CD}(-2;-2)$$

$$\vec{b}(-2;-2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) = -4 - 6 = -10$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$$

СПРАВЕДЛИВЫЕ УТВЕРЖДЕНИЯ

- **СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ НЕНУЛЕВЫХ ВЕКТОРОВ РАВНО НУЛЮ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ЭТИ ВЕКТОРЫ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \vec{a} \neq 0 \quad \vec{b} \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

- **СКАЛЯРНЫЙ КВАДРАТ ВЕКТОРА (Т.Е. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРА НА СЕБЯ) РАВЕН КВАДРАТУ ЕГО ДЛИНЫ**

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = a^2$$

Даны векторы $\vec{a}(-4; y)$ и $\vec{b}(8; -2)$.

Найдите y , если известно, что векторы перпендикулярны

$$\vec{a}(-4; y)$$

$$\vec{b}(8; -2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -4 \cdot 8 + y \cdot (-2) = -32 - 2y = 0$$

$$y = -16$$

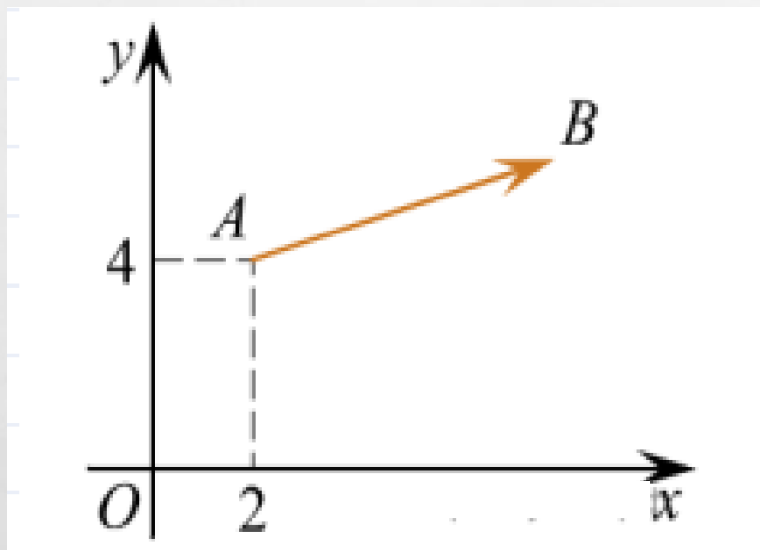
Дан вектор $\vec{a}(8;-2)$.

Найдите скалярный квадрат вектора \vec{a}

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = a^2$$

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = \sqrt{8^2 + (-2)^2}^2 = \sqrt{68}^2 = 68$$
$$\vec{a}^2 = 68$$

Вектор \overrightarrow{AB} с началом в точке $A(2;4)$ имеет координаты $(6;2)$. Найдите абсциссу точки B .



$$A(2;4) \quad B(x_B; y_B) \quad \overrightarrow{AB}(6;2)$$

$$\overrightarrow{AB}(x_B - 2; y_B - 4)$$

$$x_B - 2 = 6$$

$$x_B = 8$$

Вектор \overrightarrow{AB} с концом в точке $B(14;-3)$ имеет координаты $(4;12)$. Найдите ординату точки A .

$$A(x_A; y_A)$$

$$B(14;-3)$$

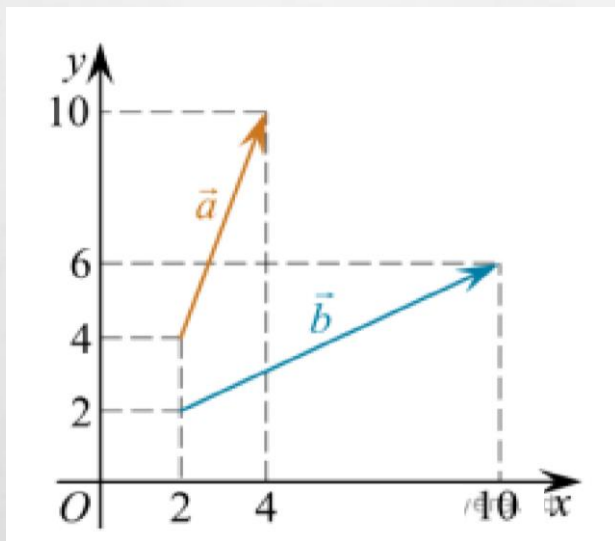
$$\overrightarrow{AB}(4;12)$$

$$\overrightarrow{AB}(14 - x_A; -3 - y_A)$$

$$-3 - y_A = 12$$

$$y_A = -15$$

Найдите сумму координат векторов \vec{a} и \vec{b} .



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{a}(2; 6)$$

$$\vec{b}(8; 4)$$

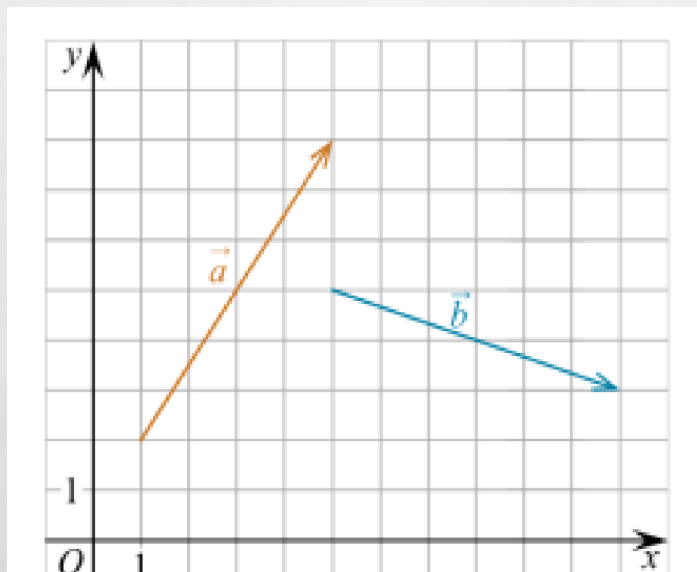
$$\vec{a} + \vec{b}(2 + 8; 6 + 4)$$

$$\vec{a} + \vec{b}(10; 10)$$

$$10 + 10 = 20$$

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$\vec{a} (4; 6)$ $\vec{b} (6; -2)$



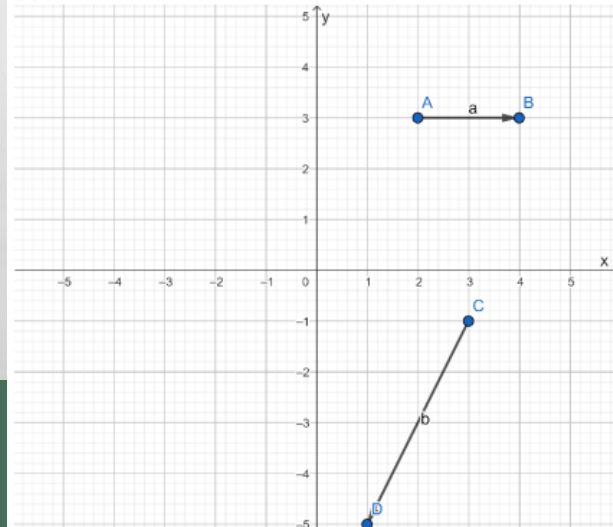
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 6 + 6 \cdot (-2) = 24 - 12 = 12$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$$

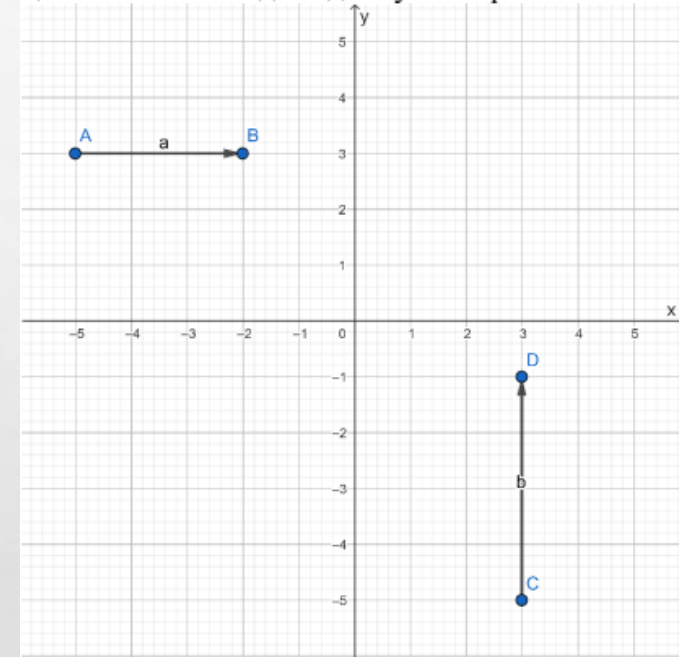
РЕШИТЕ ЗАДАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНО С ПОСЛЕДУЮЩЕЙ ВЗАИМОПРОВЕРКОЙ:

Вариант 10 Векторы/Задание 2 ЕГЭ

1. Найдите длину вектора $\vec{a}(-16; 63)$.
2. Даны векторы $\vec{a}(14; 80)$ и $\vec{b}(1; 8)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 5\vec{b}$.
3. Даны векторы $\vec{a}(-6; 3)$ и $\vec{b}(-9; 4)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
4. Даны точки $A(6; 30)$ и $B(17; -30)$. Найдите длину вектора \overline{AB} .
5. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



6. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $2\vec{a} + 2\vec{b}$.



7. Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны 15 и $16\sqrt{3}$, а угол между ними равен 30° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
8. Даны векторы $\vec{a}(16; y)$ и $\vec{b}(3; 8)$. Найдите y , если известно, что векторы перпендикулярны.

ОТВЕТЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ:

Вариант 10	65	41	66	61	-4	10	360	-6
-------------------	----	----	----	----	----	----	-----	----

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

УСПЕХОВ НА ЭКЗАМЕНЕ!