

Аннуитетные платежи в финансовой задаче ЕГЭ

**Рыкалин Артур Сергеевич, преподаватель математики
Первого Лобачевского - филиала МГУ им. М. В. Ломоносова в
г. Усть-Лабинске
E-mail: artrykalin@yandex.ru**

Аннуитетные платежи: в помощь учителю и ученику

- ✓ Терминология
- ✓ Ресурсы для самоподготовки
- ✓ Изучение через интерес и практические задачи

Здесь всегда сумма, взятая в кредит

Год	Сумма долга до начисления %	Сумма долга после начисления %	Выплата	Сумма долга после платежа
1	S	$1,2 \cdot S$	x	$1,2S - x$
2	$1,2 \cdot S - x$	$1,2(1,2 \cdot S - x)$	x	$1,2(1,2S - x) - x$
3	$1,2(1,2 \cdot S - x) - x$	$1,2(1,2(1,2 \cdot S - x) - x)$	x	$1,2(1,2(1,2S - x) - x) - x$

Аннуитетные платежи: импортная экономическая терминология

Аннуитетный платеж — это такая система выплат, при которой кредит выплачивается ежегодно (ежемесячно или с другой постоянной периодичностью) **равными** платежами.

Annual – ежегодный.

Второй распространённый тип платежа – *дифференцированный* (различный). Платежи **разные**, но сумма основного долга, как правило, сокращается либо на одинаковую сумму, либо на одинаковую долю.

Год	Сумма долга до начисления %	Сумма долга после начисления %	Сумма долга после платежа
1	A	tA	$tA - x$
2	$tA - x$	$t(tA - x)$	$t(tA - x) - x = t^2A - tx - x$
3	$t^2A - tx - x$	$t(t^2A - tx - x)$	$t(t^2A - tx - x) - x = t^3A - t^2x - tx - x$
...
n	$t^{n-1}A - t^{n-2}x - \dots - x$	$t(t^{n-1}A - t^{n-2}x - \dots - x)$	$t(t^{n-1}A - t^{n-2}x - \dots - x) - x$

Аннуитетные платежи: бесплатные ресурсы

1. «[Школково учителю](https://t.me/Shkolково_teachers)». Предоставление доступа ко всем курсам: видео, банк заданий, методические материалы. Видео могут использоваться в классах с дефицитом учителей ([https://t.me/Shkolково teachers](https://t.me/Shkolково_teachers)).
2. «[Гиперматика](https://7.math.ru/courses)». Возможность создавать классы, где выдавать уроки с теорией, автоматической проверкой и статистикой по успеваемости учеников (<https://7.math.ru/courses>).
3. «[Фоксфорд](https://foxford.ru/trainings/11762)». Теория, разбор типовых задач, тренажёры (<https://foxford.ru/trainings/11762>).
4. «[Решу ЕГЭ](https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=292)». Банк заданий с подробными разборами и решениями. Возможность создавать задания для классов (<https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=292>).
5. Чат-бот в ТГ «[Вопросы математики](https://t.me/mathquestionsbot)». Задания больше на логику и олимпиадное мышление, но есть раздел «Проценты и доли», который является подводящим к экономическим задачам, которые строятся на процентах, долях, пропорциях и прогрессиях. Есть возможность создавать классы и отслеживать базовую статистику по ученикам (@mathquestionsbot).
6. [Материалы](https://disk.yandex.ru/d/TIJLgxZBX04axQ) для семинара (<https://disk.yandex.ru/d/TIJLgxZBX04axQ>).

Аннуитетные платежи: представление таблицей

Типичные ошибки. Рекомендации

- Пусть в условии сказано, что процентная ставка составляет $r\%$ годовых. При решении необходимо ввести новую неизвестную p вместо $0,01r$ или вместо $1 + 0,01r$.
- Будет ошибкой: использовать без вывода формулы, не представленные в официальных учебниках, например, формулы для платежа, для долга после последней выплаты; не демонстрировать арифметическую или геометрическую прогрессии, если они есть, и т.п.
- Рекомендуют оформлять изменения, происходящие с суммой долга/вклада, с помощью таблицы. Столбцы подписывать так, чтобы было понятно проверяющим. Названия столбцов видны на примере.
- В задачах не может быть никакого округления значений переменных, если об этом не сказано в условии. Поэтому, если вы, например, получили нецелое число лет n — ищите у себя ошибку либо в самой модели, либо арифметического характера.
- Некоторые проценты в десятичном виде удобнее использовать в виде рациональной дроби. Например, 125% как $\frac{5}{4}$, $112,5\%$ как $\frac{9}{8}$, 120% как $\frac{6}{5}$.
- Не ленитесь использовать слова, объясняющие ваши действия при решении: «чтобы найти переплату, нужно из суммы всех платежей вычесть сумму, взятую в кредит»; «здесь мы получили сумму арифметической прогрессии, я буду вычислять ее по такой-то формуле» и т.д.

Аннуитетные платежи: интерес к экономике

- Экономическая задача – самая **прикладная задача** в ЕГЭ по математике. Её можно раскрывать и через ипотеку, и через финансовое благополучие сбережений, и через рынок акций. Через экономику можно удержать интерес тех, кому скучна абстрактная математика, которую ученики не наблюдают в повседневной жизни.
- **Excel** – удобное средство для визуализации таблички задачи. После аналитического решения можно показать динамику начислений и платежей. Части учеников это помогает понять суть задачек. Это же даёт и дополнительные навыки для востребованных цифровых профессий.
- Можно самим конструировать **подводящие** прикладные экономические задачи, которые помогут подготовиться к более ёмким задачам из ЕГЭ. Возможны междисциплинарные занятия с обществознанием, историей, литературой («Преступление и наказание»), разговорами о важном (финансовая грамотность, безопасность, пирамиды, телефонные мошенники).

Аннуитетные платежи: подводные практические задачи

Пример 1. К учителю математики обратился его товарищ, попросив оценить эквивалент денежного кэшбека для мильного. В своём банке друг получает мильный кэшбэк - 4% от всех трат в виде миль. Мили неудобны тем, что их тратить можно только на те товары и услуги, которые представлены на платформе банка. Цены там завышены в среднем на 20%. Вот друг и задался вопросом, какой денежный кэшбек соответствует такому предложению. Преимущество денежного кэшбека, что его можно тратить на что угодно и где угодно. Помогите другу рассчитать эквивалентную ставку денежного кэшбека. Сейчас у многих банков частое предложение - 1% кэшбэк на все покупки. Бывают и более «вкусные» предложения, но они обычно носят акционный или временный характер (на отдельные группы товаров и в отдельные периоды). Как эти предложения соотносятся с эквивалентной ставкой, которую вы рассчитали?

Пример 2. Президент поставил задачу удвоения ВВП за период с 2000 по 2010 г. (удвоение за десять лет). С каким среднегодовым темпом должна расти экономика, чтобы удвоиться за 10 лет? С каким среднегодовым темпом фактически росла экономика? Помешал ли плану президента мировой финансовый кризис?