

Комитет по образованию Санкт-Петербурга
**Государственное бюджетное учреждение дополнительного
профессионального образования Санкт-Петербургская академия
постдипломного педагогического образования имени К. Д. Ушинского**

**Дополнительная профессиональная программа
(повышение квалификации)**

**Обучение математике на углубленном уровне в 7-9 классах: избранные
вопросы**

Разработчик(и) программы:

**Захарова В.Ф., Государственное бюджетное учреждение дополнительного
профессионального образования Санкт-Петербургская академия
постдипломного педагогического образования имени К. Д. Ушинского, нет**

Раздел 1. Характеристика программы

1.1. Цель реализации программы - совершенствование профессиональных компетенций учителя математики в области выбранных вопросов обучения математике на углубленном уровне в 7-9 классах.

1.2. Планируемые результаты обучения:

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение.	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего и среднего общего образования.	Содержание предмета в пределах требований ФГОС ООО и федеральной рабочей программы учебного предмета «Математика» в 7-9 классах на углубленном уровне. Способы решения задачий, относящихся к углубленному изучению учебного предмета «Математика» в 7-9 классах.	Решать задания, относящиеся к содержанию учебного предмета «Математика» в 7-9 классах на углубленном уровне. Отбирать /разрабатывать методические продукты, направленные на освоение содержания обучения или достижение предметных результатов федеральной рабочей программы учебного предмета «Математика» на углубленном уровне изучения в 7-9 классах.

1.3. Категория слушателей:

Учителя математики

1.4. Форма обучения - Очная

1.5. Срок освоения программы: 36 ч.

Раздел 2. Содержание программы

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего часов	Виды учебных занятий, учебных работ		Самостоятельная работа, час	Формы контроля
			Лекция, час	Интерактивное (практическое) занятие, час		
1	Обучение математике на углубленном уровне в 7-9 классах	0	0	0	0	методическая разработка
1.1	Избранные вопросы обучения математике в курсе «Алгебра» на углубленном уровне в 7-9 классах	12	6	6	0	
1.2	Избранные вопросы обучения математике в курсе «Геометрия» на углубленном уровне в 7-9 классах	11	5	6	0	

1.3	Избранные вопросы обучения математике в курсе «Вероятность и статистика» на углубленном уровне в 7-9 классах	9	3	6	0	
1.4	Промежуточный контроль	2	0	0	2	
2	Итоговая аттестация	2	0	0	2	контрольная работа
	Итого	36	14	18	4	

2.2. Рабочая программа

1 Обучение математике на углубленном уровне в 7-9 классах

1.1 Избранные вопросы обучения математике в курсе «Алгебра» на углубленном уровне в 7-9 классах (лекция - 6 ч. практическое занятие - 6 ч.)

Лекция: Делимость целых чисел, свойства делимости. Взаимно простые числа. Деление с остатком. Арифметические операции над остатками. Действия с остатками. Остатки степеней. Применение остатков к решению уравнений в целых числах. Методические особенности обучения решению задач в целых числах повышенной сложности, включая задачи на доказательство. Метод математической индукции. Равносильность уравнений. Линейные, квадратные и дробно-рациональные уравнения с параметром. Доказательство неравенств. Равносильность неравенств. Системы и совокупности линейных неравенств. Решение рациональных неравенств методом интервалов. Простейшие неравенства с параметром. Неравенства с двумя переменными и их системы, графический метод их решения. Методические особенности изучения темы «Уравнения и неравенства» на углубленном уровне изучения математики и обучения решению задач повышенной сложности по теме. Кусочно-заданные функции. Дробно-линейная функция. Исследование функций. Построение графиков функций с помощью преобразований. Свойства функций (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки убывания и возрастания, четность и нечетность, наибольшее и наименьшее значение функции). Применение свойств функций для решения задач. Функциональные способы решения уравнений и неравенств. Методические особенности изучения темы «Функции» на углубленном уровне изучения математики и обучения решению задач повышенной сложности по теме.

Практическая работа: Анализ содержания обучения и предметных результатов ФРП по математике (углубл. уровень, основное образование): учебный курс «Алгебра». На каждом практическом занятии слушателям предлагается работа в группах: 1. Решение задач по пройденным на лекциях темам («Делимость и задачи в целых числах»; «Уравнения и неравенства»; «Функции») и обсуждение критериев оформления методически грамотного и обоснованного решения этих задач; 2. Работа в группах по подбору или разработке набора заданий, который можно использовать для обучения школьников или проверки у них уровня освоения пройденного материала по одной из указанных тем. Задания должны быть представлены в трех блоках: 1. понимание понятия(ий) или применение простейшего алгоритма решения «опорной» задачи, 2. понимание свойств понятия(ий) или применение алгоритма решения усложненной «опорной» задачи, 3. задача с открытым ответом или качественная задача на понимание свойств изученного понятия.

1.2 Избранные вопросы обучения математике в курсе «Геометрия» на углубленном уровне в 7-9 классах (лекция - 5 ч. практическое занятие - 6 ч.)

Лекция: Теоремы углубленного курса изучения планиметрии: теорема Вариньона, теоремы Чевы и Менелая, их применение при решении задач. Дополнительные построения при решении задач по теме «Треугольники», «Четырёхугольники». Задачи на построение с помощью циркуля и линейки в углубленном курсе изучения планиметрии. Метод координат на плоскости: параллельность и перпендикулярность прямых через угловой коэффициент, уравнение

окружности, пересечение окружности и прямой в координатах, формула расстояния от точки до прямой. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах. Векторы и их применение при решении задач планиметрии: базис, разложение векторов по базису, скалярное произведение и проецирование, решение геометрических задач с помощью скалярного произведения.

Практическая работа·Анализ содержания обучения и предметных результатов ФРП по математике (углубл. уровень, основное образование): учебный курс «Геометрия». На каждом практическом занятии слушателям предлагается работа в группах: 1. Решение задач по пройденным на лекциях темам («Треугольники», «Четырехугольники», «Метод координат», «Метод векторов», «Движение») и обсуждение критериев оформления грамотного и обоснованного решения этих задач; 2. Работа в группах по подбору или разработке набора заданий, который можно использовать для обучения школьников или проверки у них уровня освоения пройденного материала по одной из указанных тем. Задания должны быть представлены в трех блоках: 1. понимание понятия(й) или применение простейшего алгоритма решения «опорной» задачи, 2. понимание свойств понятия(й) или применение алгоритма решения усложненной «опорной» задачи, 3. задача на построение или качественная задача на понимание свойств изученного понятия или практико-ориентированная задача.

1.3 Избранные вопросы обучения математике в курсе «Вероятность и статистика» на углубленном уровне в 7-9 классах (лекция - 3 ч. практическое занятие - 6 ч.)

Лекция·Элементы содержания темы «Описательная статистика» на углубленном уровне изучения математики в 7-8 классе: квартили, среднее гармоническое, свойства дисперсии и стандартного отклонения. Содержание темы «Логика» на углубленном уровне изучения математики в 7-8 классе: утверждения и высказывания; отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения, необходимые и достаточные условия, свойства и признаки; противоположные утверждения, доказательства от противного; логические союзы «И» и «ИЛИ»; связь между логическими союзами и операциями над множествами; использование логических союзов в алгебре. Методические особенности изучения темы «Логика» на углубленном уровне изучения математики. Неравенство Чебышева в курсе 9 класса углубленного изучения математики.

Практическая работа·Анализ содержания обучения и предметных результатов ФРП по математике (углубл. уровень, основное образование): учебный курс «Вероятность и статистика». На практическом занятии слушателям предлагается работа в группах: 1. Решение задач по пройденным на лекциях темам («Описательная статистика», «Логика») и обсуждение критериев оформления грамотного и обоснованного решения этих задач; 2. Работа в группах по подбору или разработке набора заданий, который можно использовать для обучения школьников или проверки у них уровня освоения пройденного материала по одной из тем курса. Задания должны быть представлены в трех блоках: 1. понимание понятия(й) или применение простейшего алгоритма решения «опорной» задачи, 2. понимание свойств понятия(й) или применение алгоритма решения усложненной «опорной» задачи, 3. задача с открытым ответом или качественная задача на понимание свойств изученного понятия. Одно из заданий (1, 2 или 3) может быть заменено на практико-ориентированную задачу по той же теме.

1.4 Промежуточный контроль (самостоятельная работа - 2 ч.)

Самостоятельная работа·Создание методической разработкиСоздание методической разработки

2 Итоговая аттестация (самостоятельная работа - 2 ч.)

Самостоятельная работа·Выполнение заданий письменной контрольной работы

Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы

Промежуточный контроль

Раздел программы: 1. Обучение математике на углубленном уровне в 7-9 классах

Форма: Контроль осуществляется в форме создания методической разработки.

Описание, требования к выполнению:

Методическая разработка представляет собой набор заданий, аналогичный тому, что разрабатывался слушателями в группах в ходе практических занятий. Методическая разработка состоит из трех частей: 1. «алгебра», 2. «геометрия», 3. «вероятность и статистика». Каждый слушатель выбирает элемент содержания обучения и/или предметное умение, относящиеся к соответствующему учебному курсу из ФРП по математике углубленного уровня основного образования (не обязательно рассматриваемого в ходе курсовой подготовки). Далее слушатель подбирает или самостоятельно разрабатывает блок заданий, которые можно использовать для обучения школьников или проверки у них уровня освоения пройденного указанного элемента содержания обучения или предметного результата. По каждому учебному курсу задания должны быть представлены в трех блоках: 1. понимание понятия(й) или применение простейшего алгоритма решения «опорной» задачи, 2. понимание свойств понятия(й) или применение алгоритма решения усложненной «опорной» задачи, 3. задача с открытым ответом или качественная задача на понимание свойств изученного понятия или практико-ориентированная задача по теме. Подготовленные методические разработки собираются в электронном виде или заполняются от руки и сканируются, далее электронный вид разработанных материалов загружается на общий диск, и будет доступен для просмотра и скачивания другим слушателям курса.

Критерии оценивания:

Слушателю выставляется «зачет», если: а). по каждому учебному курсу выбран элемент содержания обучения и/или предметное умение из ФРП по математике углубленного уровня 7-9 класса; б). Подобранные или разработанные слушателем задания относятся к выбранному им элементу содержания обучения и/или предметному умению; в). по каждому учебному курсу подобран или разработан комплект из не менее, чем трех заданий: 1. понимание понятия(й) или применение простейшего алгоритма решения «опорной» задачи, 2. понимание свойств понятия(й) или применение алгоритма решения усложненной «опорной» задачи, 3. задача с открытым ответом или качественная задача на понимание свойств изученного понятия или практико-ориентированная задача по теме; г) формулировки каждого задания корректны (не содержат противоречивой информации, не содержат математических или логических ошибок, задание интерпретируется однозначно). Слушателю выставляется «незачет» в остальных случаях. Примеры заданий:

Примеры заданий:

Требуется составить методическую разработку, состоящую из трех частей: 1. «алгебра», 2. «геометрия», 3. «вероятность и статистика».

В каждой из трёх указанных частей необходимо выбрать элемент содержания обучения и/или предметное умение, относящиеся к соответствующему учебному курсу из ФРП по математике углубленного уровня основного образования (не обязательно рассматриваемого в ходе курсовой подготовки), к которому будут относится отобранные или разработанные задания.

По каждому учебному курсу задания должны быть представлены в трех блоках: 1. понимание понятия(й) или применение простейшего алгоритма решения «опорной» задачи, 2. понимание свойств понятия(й) или применение алгоритма решения усложненной «опорной» задачи, 3. задача с открытым ответом или качественная задача на понимание свойств изученного понятия или практико-ориентированная задача по теме.

Блок	Алгебра	Геометрия	Вероятность и статистика
Элемент содержания
Предметное умение
Задание 1
Задание 2
Задание 3

Пример готовой методической разработки:

Блок «Алгебра».

Элемент содержания обучения: «Квадратное уравнение с параметром»

1. Решите квадратное уравнение: $x^2 - (a + 1)x + a = 0$, где a - параметр.
 2. При каком значении параметра a уравнение имеет ровно один положительный корень:
- $(a + 1)x^2 + 4x + a - 1 = 0?$**
3. Может ли уравнение иметь более двух различных корней: $(a^2 - 1)x^2 + bx + c^2 = 4$, где a , b , c - параметры? Если нет, то объясните почему. Если да, то приведите хотя бы один пример таких параметров.

Блок «Геометрия».

Предметное умение: «Владеть понятием скалярного произведения векторов, понимать его геометрический смысл и уверенно пользоваться его выражением в декартовых координатах».

1. Даны точки $A(-2;3)$, $B(2;6)$, $C(6; -1)$ и $D(-3; -4)$. Докажите, что диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны.
2. Могут ли для треугольника ABC одновременно выполняться следующие равенства: $AB \cdot AC = 1$, $BA \cdot BC = -1$, $CA \cdot CB = 0$?
3. Даны точки $A(2;4)$, $B(6; -4)$ и $C(a;b)$. Приведите пример таких чисел a и b , при которых треугольник ABC прямоугольный. Укажите какой угол треугольника при этом будет прямой.

Блок «Вероятность и статистика».

Элемент содержания обучения: «Свойства дисперсии и стандартного отклонения»

1. Найдите первый и третий квартили числового набора: $0, 4, 3, 2, 4, 6, 3, 2, 1, 0, 10, 4, 6, 3, 1$.

- Как изменятся первый и третий квартили указанного в №1 числового набора, если к каждому числу набора прибавить 10?
- Первый quartиль числового набора равен 3, а третий quartиль равен 9. Приведите пример такого набора, в котором 10 чисел.

Количество попыток: не ограничено

Итоговая аттестация

Форма: Итоговая аттестация осуществляется в форме письменной контрольной работы.

Описание, требования к выполнению:

Содержание письменной контрольной работы представляет собой набор заданий по курсу математики 7-9 классов, которые необходимо не только решить численно верно, но и оформить методически грамотно (в соответствии с рекомендациями, изученных в ходе курсовой подготовки). Максимальное время выполнения работы: два аудиторных часа. Работа состоит из трёх блоков: алгебра (5 заданий), геометрия (5 заданий), вероятность и статистика (3 задания). Задания контрольной работы по содержанию и уровню сложности совпадают или сопоставимы с теми заданиями, которые рассматривались на лекционной части курса.

Критерии оценивания:

Отметка «отлично» выставляется, если верно решены и методически грамотно оформлены все задания в каждом блоке работы, то есть 5 заданий по алгебре, 5 заданий по геометрии и 3 задания по вероятности и статистике. Отметка «хорошо» выставляется, если верно решено и методически грамотно не менее 4 заданий по алгебре, не менее 4 заданий по геометрии и не менее 2 заданий по вероятности и статистике. Отметка «удовлетворительно» выставляется, если верно решено и методически грамотно оформлено не менее 3 заданий по алгебре, не менее 3 заданий по геометрии и не менее 1 задания по вероятности и статистике. Отметка «неудовлетворительно» выставляется в остальных случаях.

Примеры заданий:

Примеры заданий первого блока (алгебра):

- Докажите следующее тождество для всех натуральных значений n : $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = n^2$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 - x = a(x^3 + x)$ имеет ровно один корень?
- Решите неравенство (используя свойства функций): $x^6 + x^4 + x^2 < 84$.

Примеры заданий второго блока (геометрия):

- В треугольнике ABC взяты точка N на стороне AB , а точка M – на стороне AC . Отрезки CN и BM пересекаются в точке O , $AN : NB = 2 : 3$, $BO : OM = 5 : 2$. Найдите $CO : ON$.
- Даны точки $A(-1; 3)$, $B(1; -2)$, $C(6; 0)$ и $D(4; 5)$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – квадрат.
- Докажите, что прямая $3x - 4y + 25 = 0$ касается окружности $x^2 + y^2 = 25$ и найдите координаты точки касания.

Примеры заданий третьего блока (вероятность и статистика):

- Дан набор из четырёх чисел: $-1, 0, 1, a$. Вычислите его дисперсию и стандартное отклонение. Укажите при каком значении параметра a дисперсия и стандартное отклонение будут принимать наименьшее значение.

2. Случайная величина X имеет математическое ожидание m и стандартное отклонение s . С помощью неравенства Чебышёва оцените вероятность события $|X - m| > 3s$.

Количество попыток: не ограничено

Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы

4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение программы

Нормативные документы

- Концепция развития математического образования в РФ [Электронный ресурс] - Ресурс доступа: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/70452506/> (дата обращения: 10.05.2024).
- Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 31 мая 2021 года №287 [Электронный ресурс] (зарегистрирован в Минюсте РФ 05 июля 2021 года). - Ресурс доступа: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 10.05.2024).
- Профессиональный стандарт ПЕДАГОГА (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель). Утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. N 544н. Ресурс доступа: <https://base.garant.ru/71202838/> (дата обращения 10.05.2024).
- Федеральная рабочая программа основного общего образования предмета «Математика» углубленный уровень.). - Ресурс доступа: https://edsoo.ru/Primernie_rabochie_progra.htm (дата обращения: 10.05.2024).
- Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (Приказ МП РФ № 287 от 31.05.2021г.). - Ресурс доступа: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 10.05.2024).
- Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 (ред. от 27.06.2018) № 273-ФЗ [Электронный ресурс] // Закон «Об образовании в Российской Федерации». – Режим доступа: <http://zakonobobrazovani.ru> (дата обращения: 10.05.2024).

Литература

1. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Математика. Вероятность и статистика: 7-9 кл. - М.: Просвещение, 2024.
2. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков и др. Математика. Алгебра: 7-й класс: углубленный уровень: учебное пособие. - М.: Просвещение, 2024.
3. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков и др. Математика. Алгебра: 8-й класс: углубленный уровень: учебник. - М.: Просвещение, 2022.
4. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков и др. Математика. Алгебра: 9-й класс: углубленный уровень: учебник. - М.: Просвещение, 2024.
5. Лукичева Е.Ю., Захарова В.Ф., Жигулев Л.А., Некрасов В.Б. Теория и методика обучения (математика): учеб. пособие под. науч. ред. Е.Ю. Лукичевой. – СПб.: СПб АППО, 2019. – 140 с.
6. Математика. Универсальный многоуровневый сборник задач. 7-9 классы. Учеб. пособие для общеобразоват. организаций. В 3 ч. Ч. 3. Статистика. Вероятность. Комбинаторика. Практические задачи / И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко. – М.: Просвещение, 2020.

7. Мерзляк А.Г., Поляков В.М. под ред Подольского В.Е. Алгебра: 9-й класс: углубленный уровень: учебник. - М.: Просвещение, 2024.
8. Мерзляк А.Г., Поляков В.М. под ред Подольского В.Е. Геометрия: 9-й класс: углубленный уровень: учебник. - М.: Просвещение, 2024.
9. Прасолов В.В. Решение задач повышенной сложности по геометрии: 7-9 е классы: учебное пособие. - М.: Просвещение, 2024.

Рекомендуемые источники информации:

1. Аверьянов Д. И. Задачник по геометрии, 8-9. – М.: Илекса, 2006 и последующие годы издания.
2. Беккер Б.М., Некрасов В.Б. Применение векторов для решения задач. – СПб.: СМИО-Пресс, 2002.
3. Вольфсон Г. И. В координатах. – СПб.: СМИО-Пресс, 2013.
4. Вольфсон Г. И. Делимость с человеческим лицом. – М.: МЦНМО, 2021.
5. Гордин Р. К. Планиметрия. 7-9 классы. – М.: МЦНМО, 2012 и последующие годы издания.
6. Захарова В.Ф. Реализация практико-ориентированного обучения математике на примере раздела «Статистика и теория вероятностей»: методические рекомендации учителю математики. - М.: Перо, 2018. С.31-36.
7. Зив Б. Г., Гольдич В. А. Дидактические материалы. Алгебра. 8 – 11. – СПб.: Виктория плюс , 2024.
8. Зив Б. Г. и др. Задачи к урокам геометрии. 7-11 классы. Пособие для учителей, школьников и абитуриентов – СПб.: Виктория плюс, 2023 и последующие годы издания.
9. Лукичева Е.Ю., Горюнова М.А., Лебедева М.Б. Роль математики и информатики в развитии личности современного школьника // Монография. – СПб.: ЛОИРО, 2019.
10. Лукичева Е.Ю., Жигулев Л.А., Захарова В.Ф., Некрасов В.Б. Мониторинг качества школьного математического образования: учебно-методическое пособие. – СПб.: СПб АППО, 2019.
11. Некрасов В.Б. Вся школьная математика. Самое необходимое. Учебное пособие для базовой и профильной школы. - СПб.: СМИО Пресс, 2023.
12. Шень А. Вероятность: примеры и задачи. - М.: МЦНМО, 2020.- 72 с

Электронные обучающие материалы

Интернет-ресурсы

1. Интернет-проект «Задачи» для учителей и преподавателей математики. – Ресурс доступа: <http://www.problems.ru/> (дата обращения: 10.05.2024).
2. Сайт Министерства Просвещения РФ. - URL: <https://edu.gov.ru/> (дата обращения: 10.05. 2024).
3. Сайт ФИПИ. – Ресурс доступа: <http://www.fipi.ru/> (дата обращения: 10.05.2024).
4. Сайт для учителей математики «Вероятность в школе». – Ресурс доступа: <https://ptlab.mccme.ru/> (дата обращения: 10.05.2024).
5. Сайт «Единое содержание общего образования». – Ресурс доступа: <http://edsoo.ru> (дата обращения: 10.05.2024).
6. Сайт ФГБНУ «Институт стратегии развития образования» – Ресурс доступа: <https://skiv.instrao.ru/> (дата обращения: 10.05.2024).
7. ФГИС «Моя школа». – Ресурс доступа: <https://myschool.edu.ru/> (дата обращения: 10.05.2024).

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Технические средства обучения

Для проведения занятий по ДПП требуется необходимая материально-техническая база, соответствующая действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

аудиторный фонд: аудитория на 25 человек с мультимедийным комплектом и интерактивной доской; выходом в интернет; меловая (или маркерная) доска, набор фломастеров-маркеров;

оргтехника: многофункциональное устройство для сканирования, ксерокопирования раздаточных материалов.