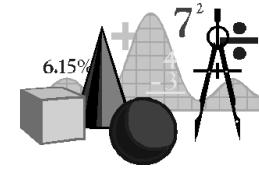


Задание № 21 ОГЭ по математике

Задачи на движение

Бушман Жанна Анатольевна,
учитель математики
МБОУ СОШ № 11
имени Ф.Ф. Ушакова,
город Кропоткин



$$S = vt$$

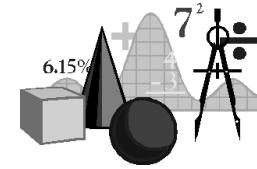
S - это пройденный путь, или расстояние,
 V – скорость движения,
 t – время движения.

$$v=S/t$$

$$t=S/v$$

Основными типами задач на движение являются
следующие:

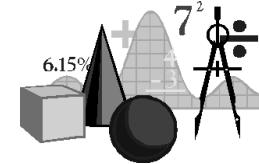
- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку, с задержкой в пути),
- задачи на движение по воде,
- задачи на среднюю скорость,
- задачи на равномерное движение



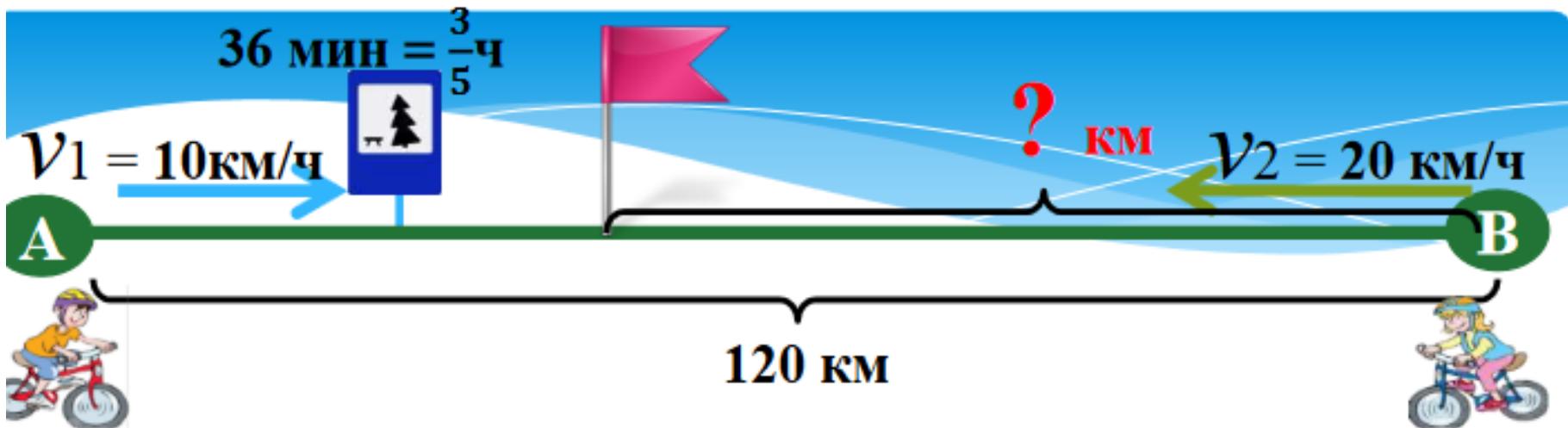
При решении текстовых задач могут помочь
несколько простых и общих советов:

- 1. Прочитайте и тщательно изучите условие задачи.**
- 2. Попытайтесь полученную информацию представить в другом виде – это может быть рисунок, таблица или просто краткая запись условия задачи.**
- 3. Выбор неизвестных.**
- 4. Составление и решение «математической модели» (уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств).**

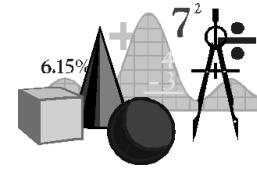
Задача № 1 (навстречу)



Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 36 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 120 км, скорость первого велосипедиста равна 10 км/ч, скорость второго — 20 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.



Пусть x км - расстояние от пункта, из которого вышел первый велосипедист, до места встречи



	S (км)	V (км/ч)	t (ч)
1-й велосипедист	x	10	$\frac{x}{10}$
2-й велосипедист	$120 - x$	20	$\frac{120 - x}{20}$

$$\frac{x}{10} + \frac{3}{5} = \frac{120 - x}{20} \quad | \cdot 20$$

$$t_1 < t_2 \text{ на } \frac{3}{5}$$

$$2x + 12 = 120 - x$$

$$3x = 108$$

$$x = 36$$

Итак, 36 км проехал первый велосипедист,
тогда $120 - 36 = 84$ км - проехал второй велосипедист.
Ответ : 84 км

Задача № 2

(вдогонку)

Два велосипедиста одновременно отправляются в 180-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.



Составим таблицу

	S (км)	V (км/ч)	t (ч)
1-й велосипедист			
2-й велосипедист			

	S (км)	V (км/ч)	t (ч)
1-й велосипедист	180	x+5	$\frac{180}{x+5}$
2-й велосипедист	180	x	$\frac{180}{x}$

Читаем условие и заполняем 2-й столбик таблицы: **Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 180 км одновременно выехали первый и второй велосипедисты.**

Читаем условие далее и заполняем 3-й столбик таблицы: **Известно, что в час первый велосипедист проезжает на 5 км больше, чем велосипедист. Определите скорость первого велосипедиста.**

Пусть X км/ч – скорость второго велосипедиста, тогда (X+5) км/ч - скорость первого велосипедиста

Применив формулу $t=S/v$, заполняем 4-й столбик

	S (км)	V (км/ч)	t (ч)
1-й велосипедист	180	$x+5$	$\frac{180}{x+5}$
2-й велосипедист	180	x	$\frac{180}{x}$

на 3 часа <

Известно, что первый велосипедист прибыл в пункт В на 3 часа раньше второго велосипедиста то есть $t_1 < t_2$ на 3 ч

Исходя из этого условия получим уравнение:

$$\frac{180}{x+5} + 3 = \frac{180}{x}$$

Решим уравнение:

$$\frac{180}{x+5} + 3 = \frac{180}{x}$$

$$\frac{180x + 3x(x+5) - 180(x+5)}{x(x+5)} = 0 \quad x \neq 0, x+5 \neq 0, x \neq -5$$

$$180x + 3x^2 + 15x - 180x - 900 = 0$$

$$3x^2 + 15x - 900 = 0$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$D = 25 + 1200 = 1225,$$

$$x_1 = \frac{-5 + 35}{2} = 15, x_2 = \frac{-5 - 35}{2} = -20$$

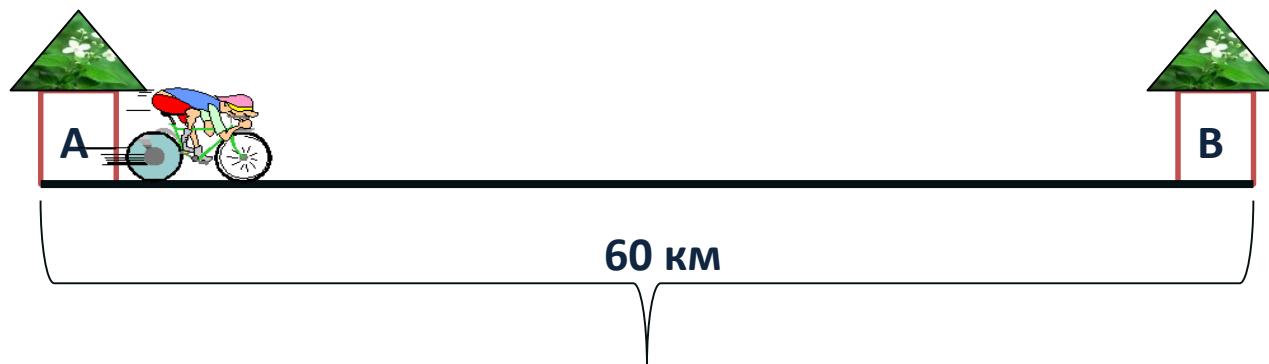
Скорость не может быть отрицательной, следовательно, скорость второго велосипедиста равна 15 км/ч.

Ответ: 15 км/ч

Задача № 3

(на задержку в пути)

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.



Заполним таблицу

	S(км)	V(км/ч)	t (ч)
из А в В	60	x	$\frac{60}{x}$
из В в А	60	x+10	$\frac{60}{x + 10}$ +3

Читаем условие задачи и заполняем 2-й столбик таблицы:

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км

Пусть скорость из А в В - x км/ч, тогда из В в А - (x+10) км/ч

По дороге он сделал остановку на 3 часа

В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В, то есть **$t_1 = t_2 + 3$**

$$\frac{60}{x + 10} + 3 = \frac{60}{x}$$

Решим уравнение:

$$\frac{60}{x+10} + 3 = \frac{60}{x}$$

$$\frac{60x + 3x^2 + 30x - 60x - 600}{x(x+10)} = 0$$

$$x(x+10) \neq 0, x \neq 0, x \neq -10$$

$$60x + 3x^2 + 30x - 60x - 600 = 0$$

$$3x^2 + 30x - 600 = 0$$

$$x^2 + 10x - 200 = 0$$

$$D = 100 + 800 = 900 \quad x = \frac{-10 \pm 30}{2}$$

$$x_1 = 10 \quad x_2 = -20$$

Скорость велосипедиста - число положительное, следовательно, скорость равна 10км/ч.

Ответ: 10 км/ч.

Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по реке, в которой есть течение. Например, теплоход, катер или моторная лодка.

Обычно в условии говорится о собственной скорости плавучего объекта и скорости течения.

Собственной скоростью называется скорость в **неподвижной воде**.

Скорость при движении **по течению** равна сумме собственной скорости судна и скорости течения.

Скорость при движении **против течения** равна разности собственной скорости судна и скорости течения.



Задача № 4

(движение по воде)

Моторная лодка прошла против течения реки 72 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Пусть x км/ч - скорость лодки в неподвижной воде,

Против течения скорость уменьшается на 3 км/ч, т.е.

$(x - 3)$ км/ч - скорость против течения

По течению скорость увеличивается на 3 км/ч, т.е.

$(x + 3)$ км/ч - скорость по течению



Составим таблицу:

	$S(\text{км})$	$V (\text{км/ч})$	$t (\text{ч})$
По течению	72	$x + 3$	$\frac{72}{x + 3}$
Против течения	72	$x - 3$	$\frac{72}{x - 3}$

Так как на обратный путь (против течения) лодка затратила времени меньше на 2 часа,
то есть, $t_1 < t_2$ на 2 ч,

то получим уравнение:

$$\frac{72}{x - 3} - \frac{72}{x + 3} = 2$$

Решим данное уравнение:

$$\frac{72}{x-3} - \frac{72}{x+3} = 2$$

$$\frac{72(x+3) - 72(x-3) - 2(x^2 - 9)}{(x-3)(x+3)} = 0$$

$$\frac{72x + 216 - 72x + 216 - 2x^2 + 18}{(x-3)(x+3)} = 0$$

$$x \neq 3, x \neq -3$$

$$-2x^2 + 450 = 0$$

$$-2x^2 = -450$$

$$x^2 = 225$$

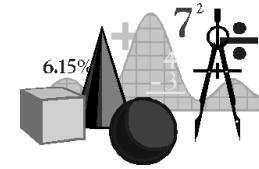
$$x_1 = 15, x_2 = -15$$

Итак, скорость лодки в неподвижной реке 15 км/ ч

Ответ: 15 км/ч

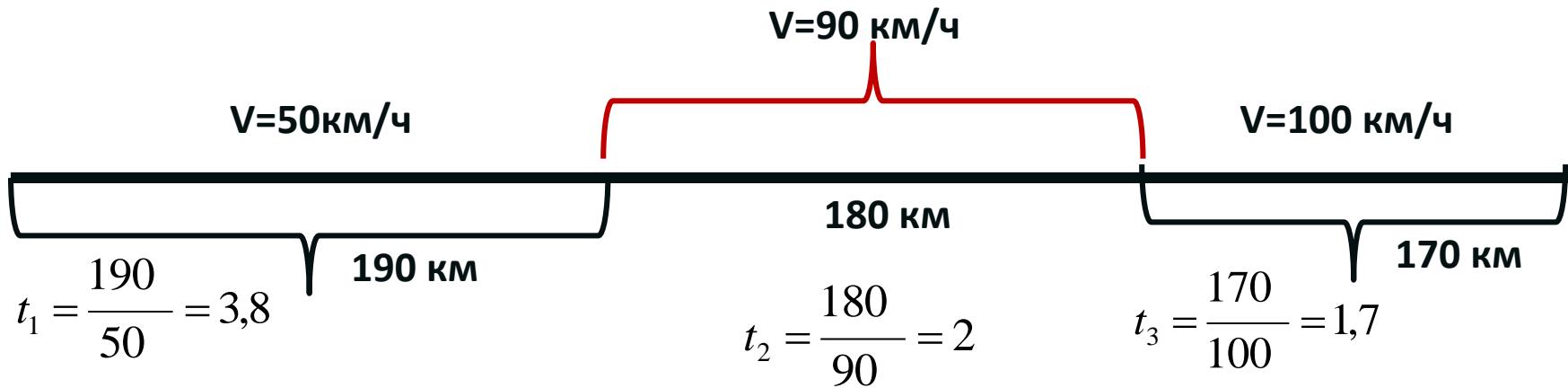
Задача № 5

(задача на нахождение средней скорости)



$$v = \frac{S \text{ (весь путь)}}{t \text{ (все время)}}$$

Первые 190 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а затем 170 км - со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

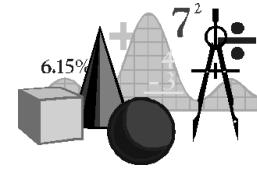


$$t_{\text{общ}} = 3,8 + 2 + 1,7 = 7,5 \text{ (ч)}$$

$$S_{\text{общ}} = 190 + 180 + 170 = 540 \text{ (км)}$$

$$v_{cp} = \frac{540}{7,5} = 72 \text{ км/ч}$$

Ответ : 72 км/ч



Задача № 6

$$V_{ср} = S : t$$

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км - со скоростью 60 км/ч, а последние 500 км – со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость на протяжении всего пути.

Решение.

$105 : 35 = 3$ (ч) - ехал автомобиль I отрезок пути,

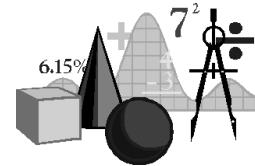
$120 : 60 = 2$ (ч) – ехал автомобиль II отрезок пути,

$500 : 100 = 5$ (ч) – ехал автомобиль III отрезок пути

Тогда средняя скорость автомобиля:

$$(105+120+500) : (3+2+5) = 725 : 10 = 72,5 \text{ (км/ч)}$$

Ответ : 72,5 км/ч



Задача № 7

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть весь путь S км,

$\frac{S}{2 \cdot 55}$ ч — ехал автомобиль I половину пути,

$\frac{S}{2 \cdot 70}$ ч — ехал автомобиль II половину пути.

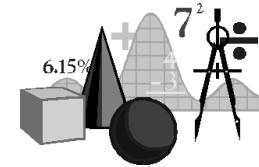
Тогда средняя скорость автомобиля:

$$\frac{\frac{S}{2 \cdot 55} + \frac{S}{2 \cdot 70}}{\frac{1}{2 \cdot 55} + \frac{1}{2 \cdot 70}} = \frac{S}{\frac{140S + 110S}{110 \cdot 140}} = \frac{110 \cdot 140 \cdot S}{250 \cdot S} = 61,6 \text{ км/ч}$$

Ответ: 61,6 км/ч.

Задача № 8

(задача на равномерное движение)



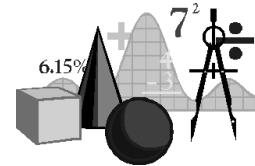
Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 5 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч.

Решение.

Пусть x км/ч – скорость первого автомобилиста, S – весь путь

	V (км/ч)	S (км)	t (ч)
I автомобилист	$x > 45$	S	$\frac{S}{x}$
II автомобилист	$x - 5$	$\frac{S}{2}$	$\frac{S}{2(x - 5)}$
	66	$\frac{S}{2}$	$\frac{S}{2 \cdot 66}$

$$\left| \frac{S}{2(x - 5)} + \frac{S}{2 \cdot 66} \right|$$



Так как автомобилисты прибыли в пункт В одновременно, то есть $t_1 = t_2$,
составим и решим уравнение:

$$\frac{S}{2(x-5)} + \frac{S}{2 \cdot 66} = \frac{S}{x} \quad (S > 0)$$
$$\frac{1}{2(x-5)} + \frac{1}{2 \cdot 66} = \frac{1}{x} \quad \frac{66+x-5}{132(x-5)} = \frac{1}{x}$$
$$\frac{61+x}{132(x-5)} - \frac{1}{x} = 0$$
$$\frac{61x + x^2 - 132x + 132 \cdot 5}{132x(x-5)} = 0$$

$$x(x-5) \neq 0, x \neq 0, x \neq 5$$

$$61x + x^2 - 132x + 132 \cdot 5 = 0$$

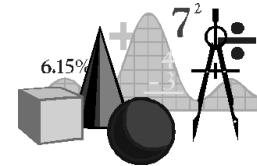
$$x^2 - 71x + 132 \cdot 5 = 0$$

$$D = 71^2 - 2640 = 2401 = 49^2$$

$$x = \frac{71 \pm 49}{2} \quad x_1 = 60, x_2 = 11$$

$60 > 45$, следовательно, скорость первого автомобиля 60 км/ч

Ответ : 60 км/ч



Задача №9

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 57 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 3 км/ч **навстречу** поезду, за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

При движение навстречу $V = V_1 + V_2$

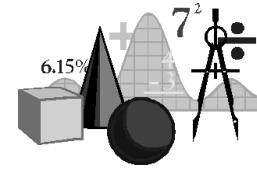
1) $57+3=60$ (км/ч) - скорость сближения поезда и пешехода

$$60 \text{ км/ч} = 60 \cdot \frac{1000}{3600} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \text{ (м/с)}$$

$$S = v \cdot t$$

$$2) \frac{50}{3} \cdot 36 = 600 \text{ (м)} - \text{длина поезда}$$

Ответ: 600 м



Задача №10

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 3 км/ч в том же направлении, за 18 секунд. Найдите длину поезда.

Решение.

При движение в одном направлении $V = V_1 - V_2$

1) $63 - 3 = 60$ (км/ч) - скорость сближения поезда и пешехода

$$1 \text{ м/с} = 3,6 \text{ км/ч}$$

$$60 \text{ км/ч} = 60 : 3,6 = 600 : 36 = 100 : 6 = \frac{50}{3} \text{ (м/с)}$$

$$S = v \cdot t$$

$$2) \frac{50}{3} \cdot 18 = 300 \text{ (м)} - \text{длина поезда}$$

Ответ: 300 м

Желаю успехов на экзаменах!

Спасибо за внимание!