



# *Текстовые задачи.*

## *Задание №10 ЕГЭ по математике профильного уровня*

Учитель математики  
МАОУ СОШ №2  
Павловского района  
Шевцова Карины  
Анатольевны



## Задачи на совместную работу

1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

Решение: Обозначим через  $n$  число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий, тогда первый рабочий за час изготавливает  $n+1$  деталь. На изготовление 110 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{110}{n+1} + 1 &= \frac{110}{n} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{110+n+1}{n+1} &= \frac{110}{n} \quad n>0\end{aligned}$$



$$\Leftrightarrow 110n + 110 = n^2 + 111n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 10; \\ n = -11 \end{cases} \begin{matrix} \Leftrightarrow \\ n > 0 \end{matrix} n = 10.$$

Второй рабочий изготавливает 10 деталей в час.

*Ответ: 10.*



**2. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?**

Решение: Обозначим  $n$  – число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий, тогда второй рабочий за час изготавливает  $n-3$  деталей,  $n > 3$ . На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Составим уравнение:

$$\frac{475}{n} + 6 = \frac{550}{n-3} \underset{n > 3}{\Leftrightarrow} \frac{475 + 6n}{n} = \frac{550}{n-3} \underset{n > 3}{\Leftrightarrow}$$



$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow} 475n - 3 \cdot 475 + 6n^2 - 18n = 550n \underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow} 6n^2 - 93n - 3 \cdot 475 = 0 \underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow} 2n^2 - 31n - 475 = 0 \underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow} n = 25.$$

Первый рабочий делает 25 деталей в час.

*Ответ: 25.*





**3. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?**

Решение: Обозначим  $V$  – объем воды, пропускаемой второй трубой в минуту, тогда первая труба пропускает  $V-5$  литров воды в минуту. Резервуар объемом 375 литров вторая труба заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров. Составим уравнение:

$$\frac{500}{v-5} = \frac{375}{v} + 10 \Leftrightarrow v > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{500}{v-5} = \frac{375 + 10v}{v} \Leftrightarrow v > 0$$





$$\underset{v>0}{\Leftrightarrow} 500v = 375v - 5 \cdot 375 + 10v^2 - 50v \underset{v>0}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{v>0}{\Leftrightarrow} 2v^2 - 35v - 375 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\underset{v>0}{\Leftrightarrow} v = 25.$$

Вторая труба пропускает 25 литров воды в минуту.

*Ответ: 25.*



**4. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?**

**Решение:** Обозначим выполняемую мальчиками работу по покраске забора за 1. Пусть Игорь, Паша и Володя покрасят соответственно самостоятельно весь забор за  $\frac{1}{V_1}$ ,  $\frac{1}{V_2}$ ,  $\frac{1}{V_3}$  часов.

Игорь и Паша красят забор за 9 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_2} = 9 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{1}{9}.$$



Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов:

$$\frac{1}{v_3 + v_2} = 12 \Leftrightarrow v_3 + v_2 = \frac{1}{12}.$$

Володя и Игорь за 18 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_3} = 18 \Leftrightarrow v_1 + v_3 = \frac{1}{18}$$

Составим систему уравнений:



$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{1}{9}, \\ v_3 + v_2 = \frac{1}{12}, \\ v_1 + v_3 = \frac{1}{18}. \end{cases}$$

Просуммируем левые и правые части данных трех уравнений, получим:

$$\begin{aligned} 2(v_1 + v_2 + v_3) &= \frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2(v_1 + v_2 + v_3) &= \frac{1}{4} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 &= \frac{1}{8} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{1}{v_1 + v_2 + v_3} &= 8. \end{aligned}$$

За 8 часов мальчики покрасят забор, работая вместе.

*Ответ: 8*





**5. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?**

Решение: Пусть  $x$  — производительность первого насоса,  $y$  — производительность второго насоса,  $z$  — производительность третьего насоса.

$$\begin{cases} 9(x+y) = 1, \\ 14(y+z) = 1, \\ 18(x+z) = 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{9}, \\ y+z = \frac{1}{14}, \\ x+z = \frac{1}{18}. \end{cases}$$



Сложим все три уравнения, получим:

$$\begin{aligned}2x + 2y + 2z &= \frac{1}{9} + \frac{1}{14} + \frac{1}{18} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + y + z &= \frac{5}{42}.\end{aligned}$$

Тогда при совместной работе всех трех насосов время заполнения бассейна составит

$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{42}{5} = 8,4 \text{ минут.}$$

*Ответ: 8,4*



# Движение по прямой



6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Решение: Скорость сближения поездов равна

$$65 + 35 \text{ км/ч} = 100 \text{ км/ч} =$$

$$= \frac{100000}{3600} \text{ м/с} = \frac{1000}{36} \text{ м/с.}$$



За 36 секунд один поезд проходит мимо другого, то есть вместе поезда преодолевают расстояние, равное сумме их длин:

$\frac{1000}{36} \cdot 36 = 1000$  м, поэтому длина скорого поезда равна  $1000 - 700 = 300$  м.

*Ответ: 300.*



**7. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.**

**Решение:** Скорость сближения поездов равна

$$90 - 30 = 60 \text{ км/ч} = \frac{50}{3} \text{ м/с.}$$

Пусть длина пассажирского поезда равна  $x$  метров. За 60 секунд один поезд проходит мимо другого, то есть преодолевает расстояние  $x+600$  метров.

Тогда:

$$x + 600 = \frac{50}{3} \cdot 60 \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow x + 600 = 1000 \Leftrightarrow x = 400.$$



Длина пассажирского поезда 400 метров.

*Ответ: 400.*



# Задачи на сплавы и смеси



**8. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?**

Решение:

Пусть масса первого сплава  $m_1$  кг, а масса второго  $m_2$  кг. Массовое содержание никеля в первом и втором сплавах  $0,1 \cdot m_1$  и  $0,35 \cdot m_2$  соответственно.

Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 30% никеля.

Составляем систему уравнений.





$$\begin{aligned} & \begin{cases} m_1 + m_2 = 150, \\ 0,1m_1 + 0,35m_2 = 0,3 \cdot 150, \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 150 - m_1, \\ 0,1m_1 + 0,35(150 - m_1) = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 150 - m_1, \\ 0,25m_1 = 7,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 30, \\ m_2 = 120. \end{cases} \end{aligned}$$

Таким образом, первый сплав легче второго на 90 кг.

Ответ: 90.



**9. Смешав 11-процентный и 72-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 31-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 51-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 11-процентного раствора использовали для получения смеси?**

Решение: Пусть масса 11-процентного раствора кислоты  $m_1$  кг, а масса 72-процентного раствора кислоты  $m_2$ .

Если смешать 11% и 72% растворы кислоты и добавить 10 кг чистой воды, то получится 31% раствор кислоты:

$$0,11m_1 + 0,72m_2 = 0,31(m_1 + m_2 + 10).$$



Если вместо 10 кг воды добавить 10 кг 50-процентного раствора кислоты, то получим 51-процентный раствор кислоты:

$$0,11m_1 + 0,72m_2 + 0,5 \cdot 10 = 0,51(m_1 + m_2 + 10).$$

Решим полученную систему:

$$\begin{cases} 0,11m_1 + 0,72m_2 = 0,31m_1 + 0,31m_2 + 3,1, \\ 0,11m_1 + 0,72m_2 + 5 = 0,51m_1 + 0,51m_2 + 5,1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,41m_2 - 0,2m_1 = 3,1, \\ 0,21m_2 - 0,4m_1 = 0,1 \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 41m_2 - 20m_1 = 310, \\ 21m_2 - 40m_1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20m_1 = 41m_2 - 310, \\ 21m_2 - 2(41m_2 - 310) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 2,05m_2 - 15,5, \\ 61m_2 = 610 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 5, \\ m_2 = 10. \end{cases}$$

Для получения смеси использовали 5кг 11% раствора.

*Ответ: 5*



**10. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 15 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 34% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 46% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?**

Решение: Пусть концентрация первого раствора кислоты  $c_1$ , а концентрация второго  $c_2$ . Если смешать эти растворы кислоты, то получится раствор, содержащий 34% кислоты :

$$30c_1 + 15c_2 = 45 \cdot 0,34.$$

Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 46% кислоты:

$$mc_1 + mc_2 = 2m \cdot 0,46.$$





Решим полученную систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 30c_1 + 15c_2 = 15,3, \\ c_1 + c_2 = 0,92 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} c_2 = 0,92 - c_1, \\ 30c_1 + 13,8 - 15c_1 = 15,3 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} c_2 = 0,92 - c_1, \\ 15c_1 = 1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_2 = 0,82, \\ c_1 = 0,1. \end{cases} \end{aligned}$$

В первом сосуде содержится  $m_1 = 0,1 \cdot 30 = 3$  кг кислоты.  
*Ответ: 3.*

# Удачи на экзамене!

