

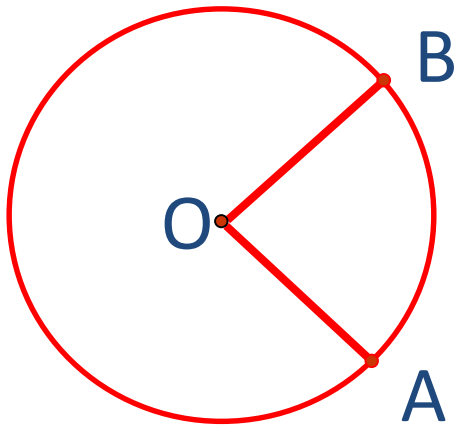


Окружность, центральные и вписанные углы, касательная, секущая. Задание №16, №19 ОГЭ по математике.

Пащенко Марина Петровна,
учитель математики МБОУ гимназия №5
г. Усть-Лабинска



Центральный угол

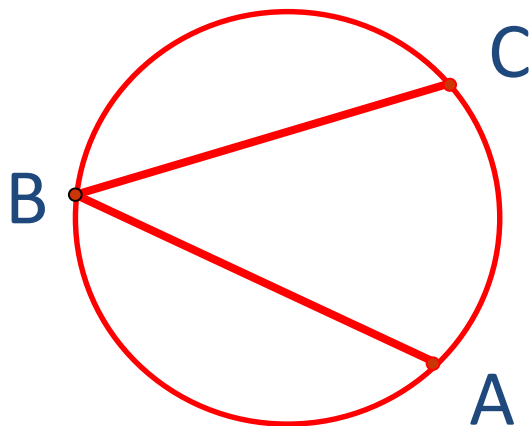


*Центральным углом называется угол
с вершиной в центре окружности
 $\angle AOB$ - центральный*

- Центральный угол равен величине дуги, на которую он опирается: $\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$*
- Если центральный угол развернутый, то ему соответствуют две полуокружности*
- Сумма градусных мер двух дуг окружности с общими концами равна 360° .*



Вписанный угол



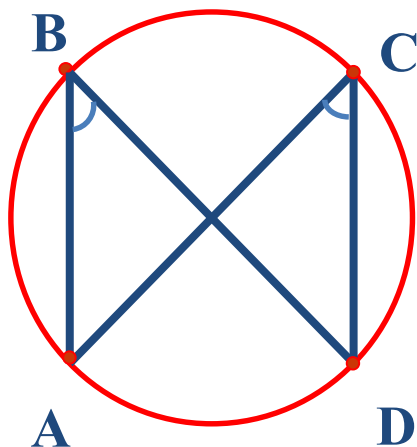
Вписанный угол- это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность

$\angle ABC$ - вписанный угол

- Вписанный угол равен половине угловой величины дуги , на которую он опирается*

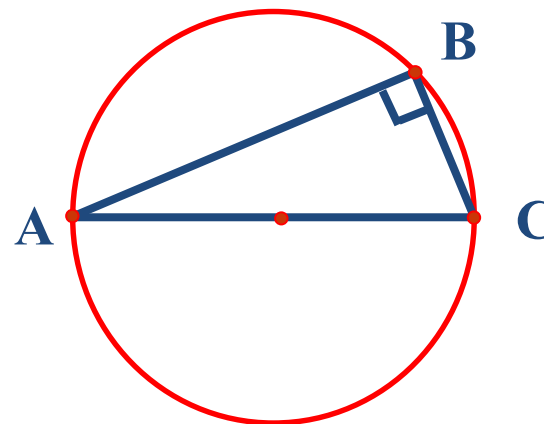
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC$$

Центральные и вписанные углы



- Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

$$\angle ABD = \angle ACD$$



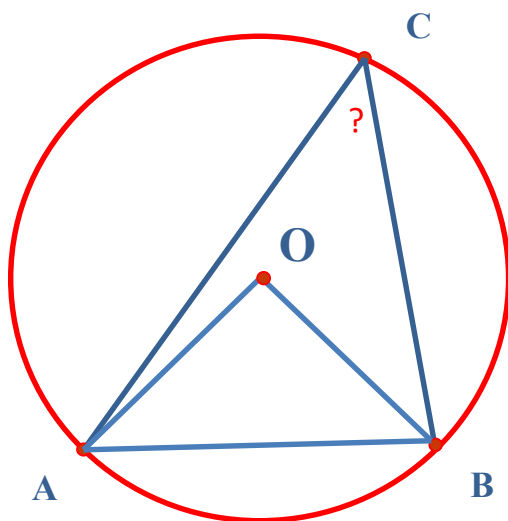
- Вписанный угол, опирающийся на полуокружность (на диаметр), равен 90° .

$$\angle ABC = 90^\circ$$



№ 1

Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 27° . Ответ дайте в градусах



Решение:

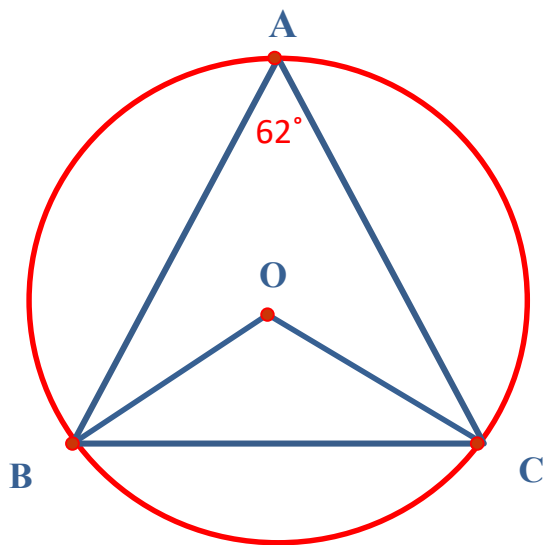
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 27^\circ : 2 = 13,5^\circ$$

Ответ:

13,5

№ 2

Треугольник ABC вписан в окружность с центром O .
Найдите угол BOC , если угол BAC равен 62° .



Решение:

$\angle BAC$ - вписанный угол и он равен половине центрального угла, следовательно центральный угол в 2 раза больше вписанного:

$$\angle BOC = 62^\circ \cdot 2 = 124^\circ$$

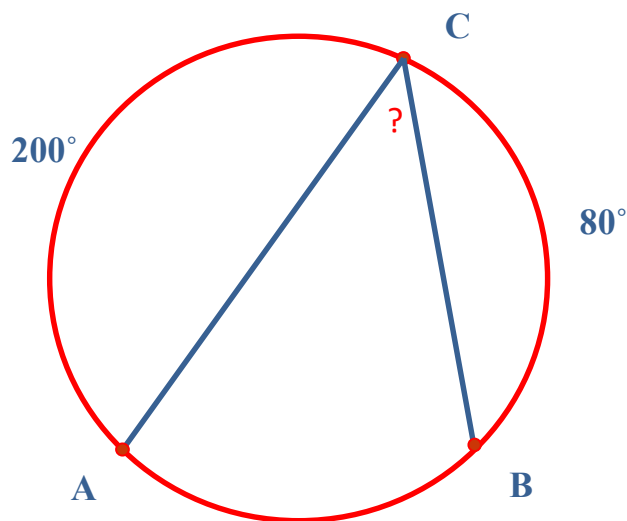
Ответ:

1 2 4



№ 3

Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 200° . А дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 80° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\text{⌒} AB = 360^\circ - (200^\circ + 80^\circ) = 80^\circ$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \text{⌒} AB = 80^\circ : 2 = 40^\circ$$

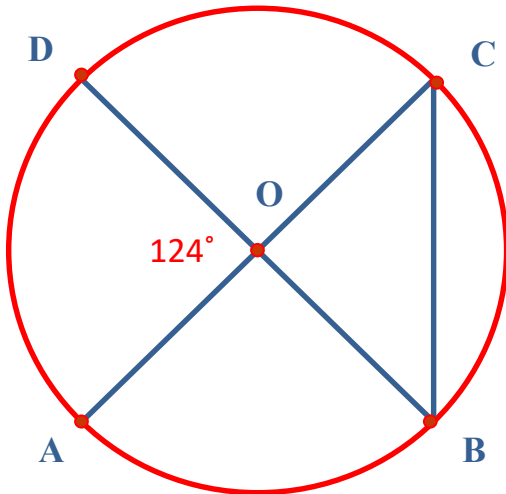
Ответ:

40



№ 4

В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 124° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle AOD = 124^\circ$$

$$\angle AOB = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$$

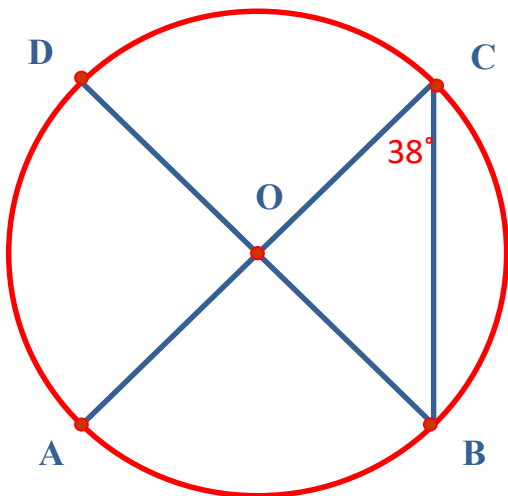
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 56^\circ : 2 = 28^\circ$$

Ответ:

28

№ 5

В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Вписанный угол ACB равен 38° . Найдите центральный угол AOD . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\sphericalangle AB = 38^\circ \cdot 2 = 76^\circ$$

$$\sphericalangle AD = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$$

$$\angle AOD = \sphericalangle AD = 104^\circ$$

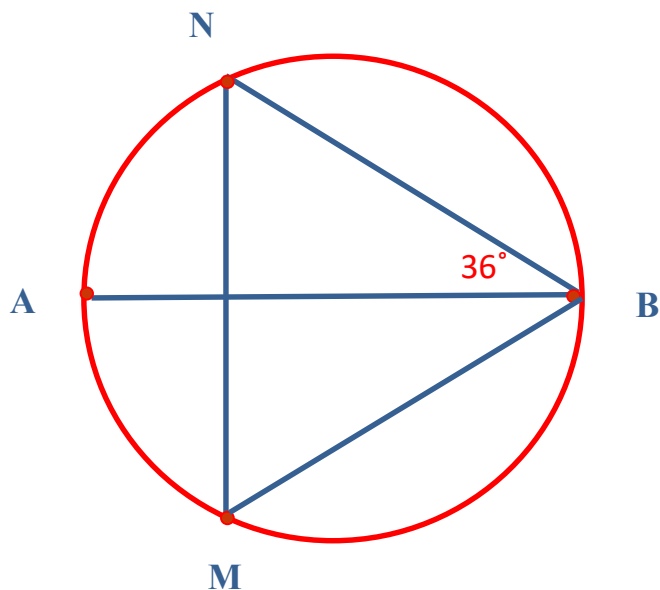
Ответ:

1 0 4



№ 6

На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что угол $NBA = 36^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\sphericalangle AN = 36^\circ \cdot 2 = 72^\circ$$

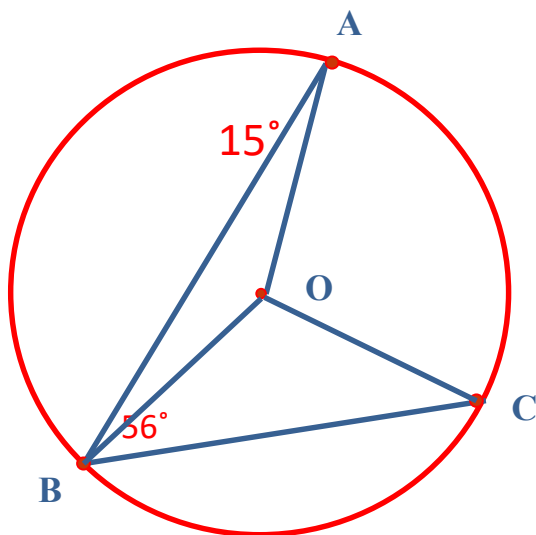
$$\sphericalangle NB = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\angle NMB = \frac{1}{2} \sphericalangle NB = 108^\circ : 2 = 54^\circ$$

Ответ:

54

Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что угол ABC равен 56° и угол OAB равен 15° . Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



Решение:

Дополнительное построение:

OB - радиус окружности, тогда

$\triangle AOB$ и $\triangle BOC$ - равнобедренные

$$\angle OAB = \angle OBA = 15^\circ$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 56^\circ - 15^\circ = 41^\circ$$

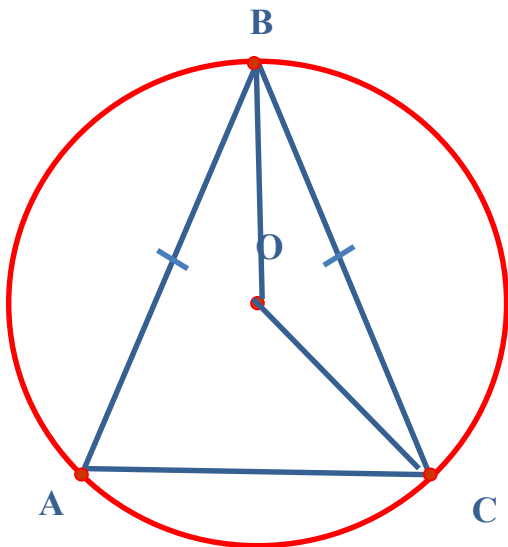
Ответ:

4	1					
---	---	--	--	--	--	--



№ 8

Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и угол ABC равен 57° . Найдите угол BOC .
Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\sphericalangle AC = 57^\circ \cdot 2 = 114^\circ$$

$$\sphericalangle AB = \sphericalangle BC = (360^\circ - 114^\circ) : 2 = 123^\circ$$

$$\angle BOC = \sphericalangle BC = 123^\circ$$

Ответ:

1	2	3				
---	---	---	--	--	--	--

Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.

Решение:

Пусть x° - 1 часть дуги, тогда $(5x)^\circ$ - $\cap ACB$, тогда $(7x)^\circ$ - $\cap AB$.

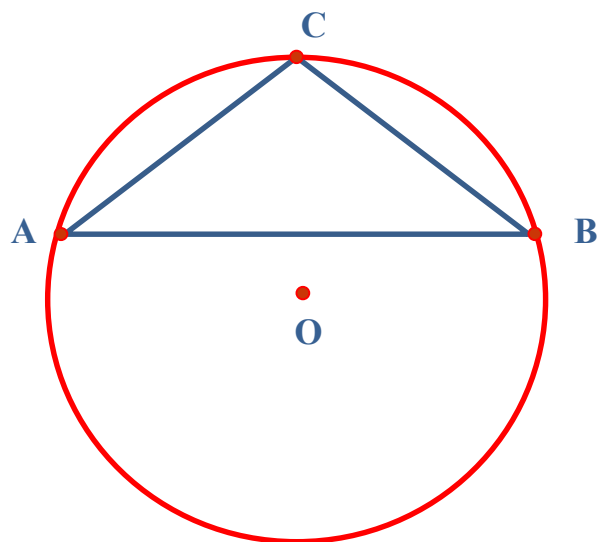
$$5x + 7x = 360^\circ$$

$$12x = 360^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

$$\cap AB = 30^\circ \cdot 7 = 210^\circ, \text{ тогда}$$

$$\angle C = 210^\circ : 2 = 105^\circ$$



Ответ:

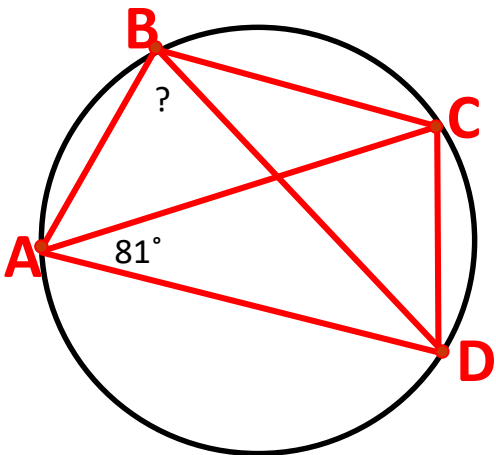
105

№ 10

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность.

Угол ABC равен 134° , угол CAD равен 81° .

Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Решение:

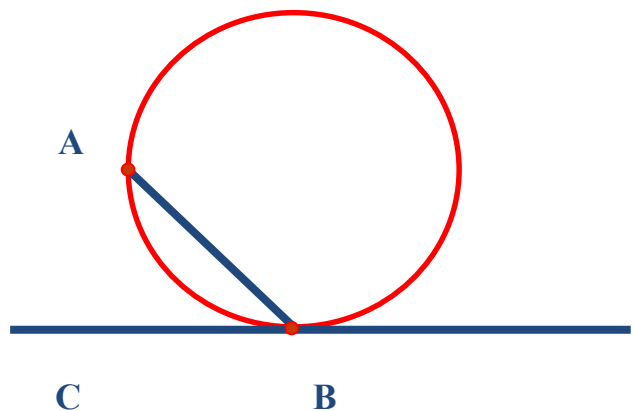
$$\angle DAC = \angle DBC = 81^\circ$$

$$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 134^\circ - 81^\circ = 53^\circ$$

Ответ:

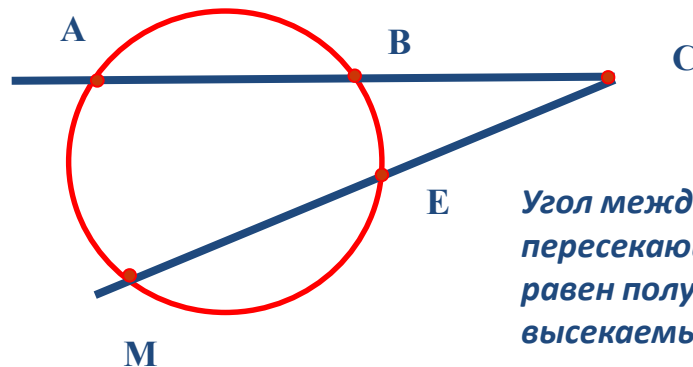
53

Касательная, хорда, секущая



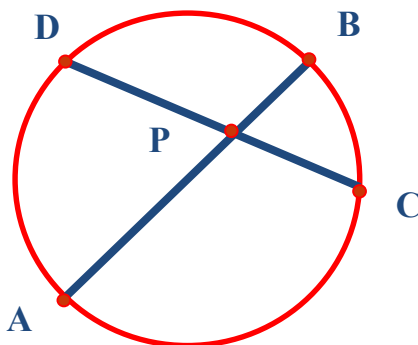
Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$$



Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности

$$\angle C = \frac{\overset{\frown}{AM} - \overset{\frown}{BE}}{2}$$



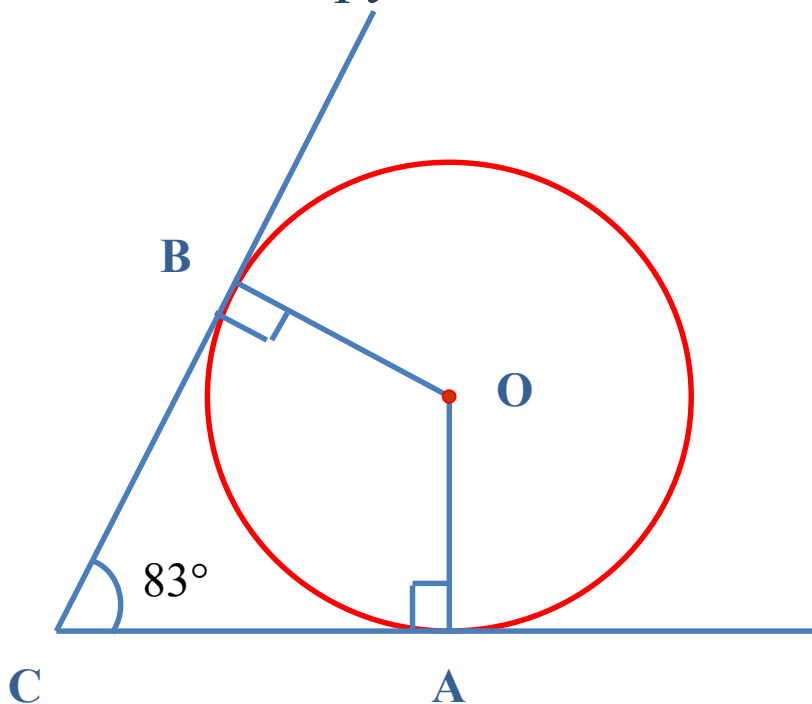
Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами

$$\angle APC = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{2}$$



№11

В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O - центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle AOB = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$$

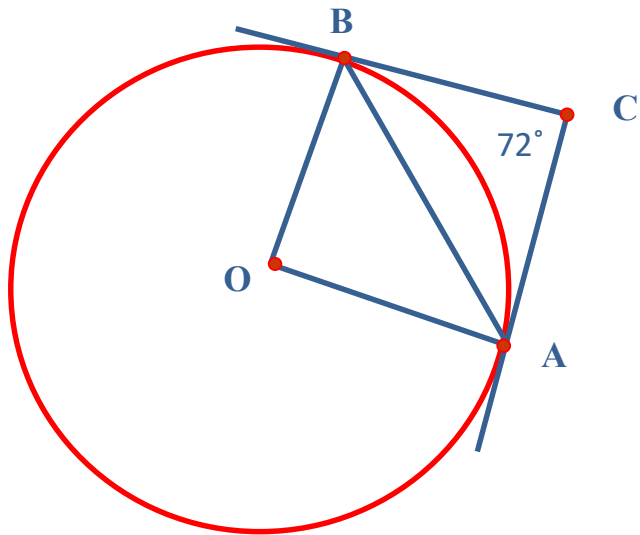
Ответ:

97



№ 12

Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 72° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle AOB = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ,$$

$\triangle AOB$ – равнобедренный ($OA = OB = R$),

тогда $\angle ABO = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$

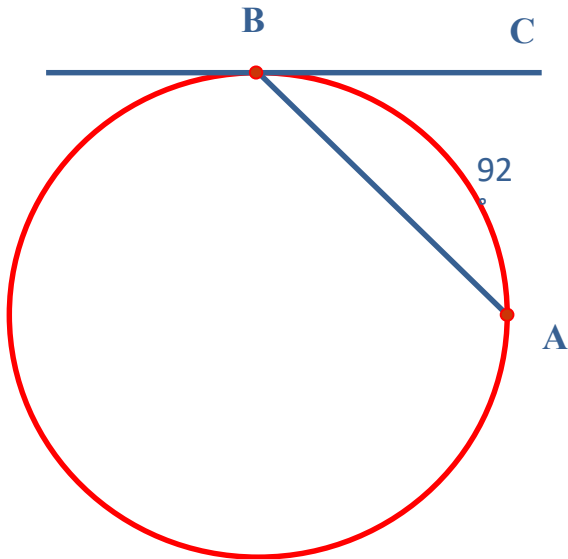
Ответ:

36



№ 13

Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AB = \frac{1}{2} \cdot 92^\circ = 46^\circ$$

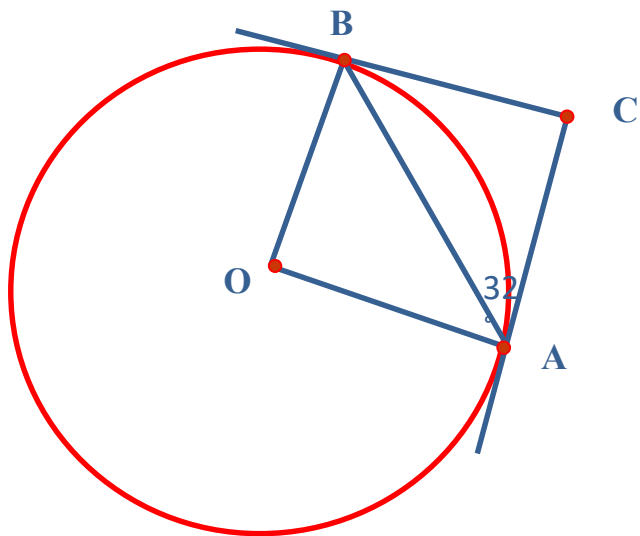
Ответ:

46



№ 14

Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC . Угол CAB равен 32° . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle CAB = 32^\circ, \text{ тогда } \sphericalangle AB = 64^\circ$$

$$\sphericalangle AB = \angle AOB = 64^\circ$$

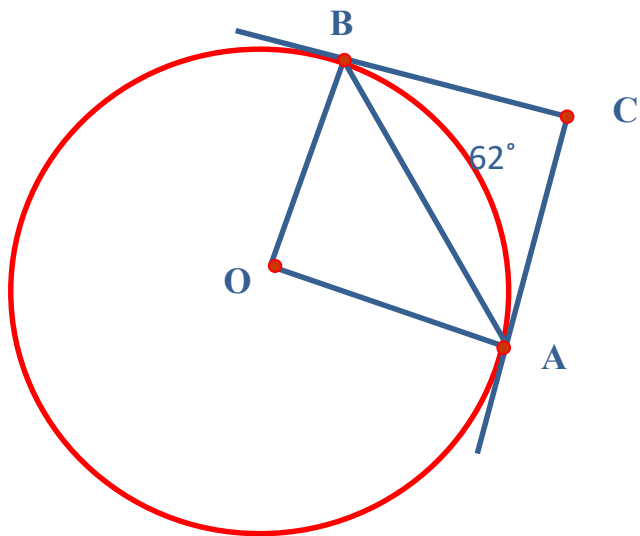
Ответ:

64



№15

Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\begin{aligned} \text{∠} AB &= \text{∠} AOB = 62^\circ, \text{ тогда} \\ \text{∠} ACB &= 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ \end{aligned}$$

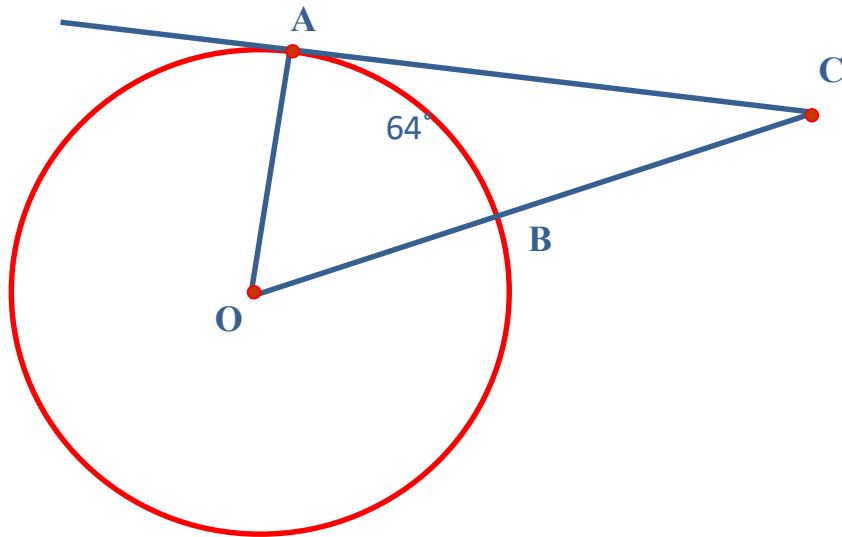
Ответ:

118



№ 16

Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, сторона CO пересекает окружность в точке B , дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла равна 64° . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$\sphericalangle AB = \sphericalangle AOB = 64^\circ$, тогда

$$\sphericalangle ACB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$$

Ответ:

26



№ 17

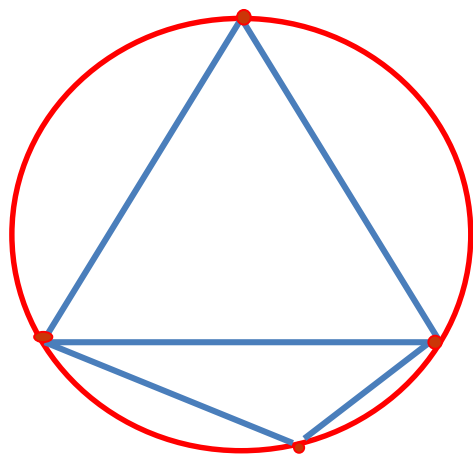
Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду окружности, равны.
- 2) Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности не имеют общих точек.
- 3) Если радиус окружности равен 3, а расстояние от центра окружности до прямой равно 2, то эта прямая и окружность пересекаются.
- 4) Если вписанный угол равен 30° , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Какие из следующих утверждений верны?

1) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду окружности, равны.



Решение:

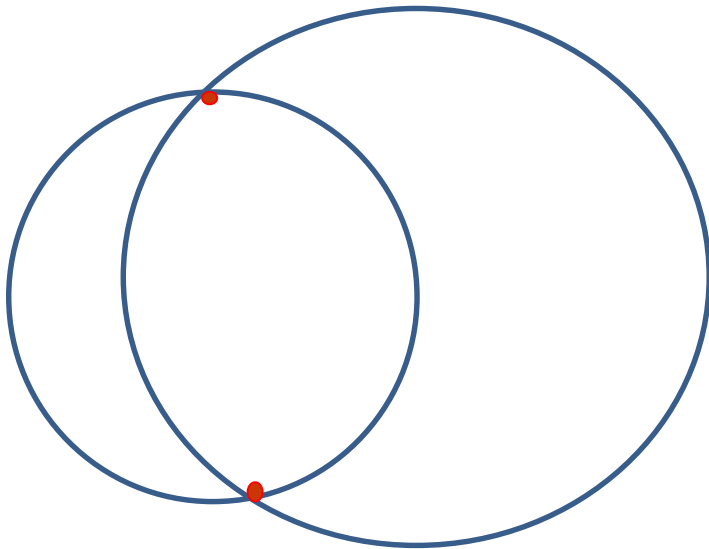
Это утверждение — *неверно*, вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду окружности, равны, если их вершины лежат по одну сторону от хорды.



№ 17

Какие из следующих утверждений верны?

2) Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности не имеют общих точек.



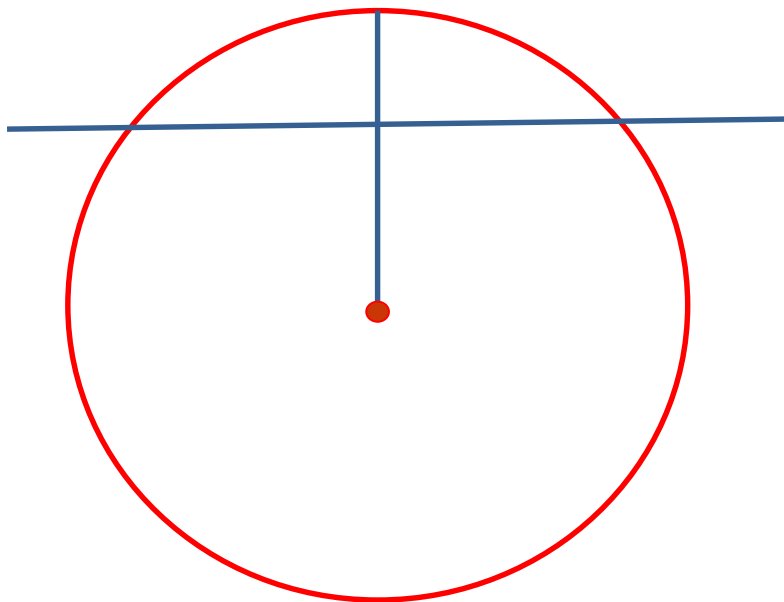
Решение:

Это утверждение —
неверно, окружности
имеют две общие точки.



№ 17

3) Если радиус окружности равен 3, а расстояние от центра окружности до прямой равно 2, то эта прямая и окружность пересекаются.



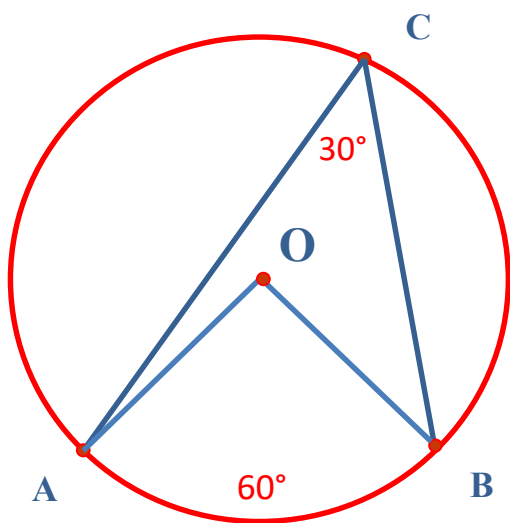
Решение:

Это утверждение — *верно*, если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса, то прямая и окружность имеют две общие точки.



№ 17

4) Если вписанный угол равен 30° , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60° .



Решение:

Это утверждение — *верно*, вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Ответ:

3	4				
---	---	--	--	--	--



№ 18

Какие из следующих утверждений верны?

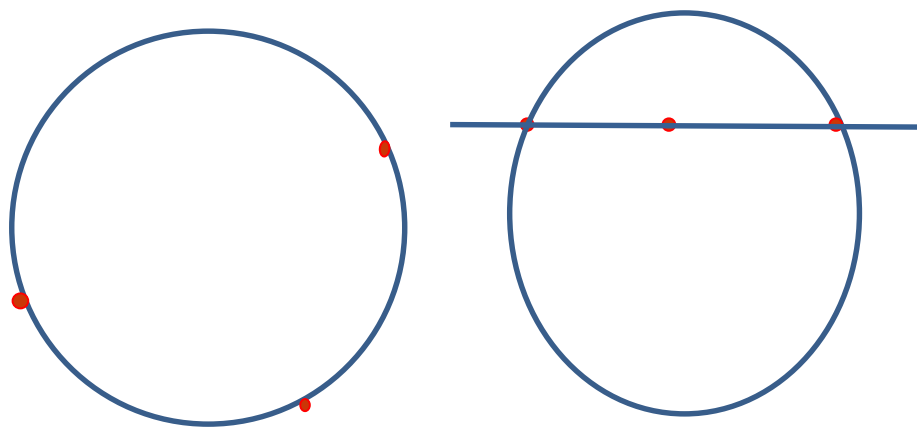
- 1) Через любые три точки проходит не более одной окружности.
- 2) Если расстояние между центрами двух окружностей больше суммы их диаметров, то эти окружности не имеют общих точек.
- 3) Если радиусы двух окружностей равны 3 и 5, а расстояние между их центрами равно 1, то эти окружности пересекаются.
- 4) Если дуга окружности составляет 80° , то вписанный угол, опирающийся на эту дугу окружности, равен 40° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.



Какие из следующих утверждений верны?

1) Через любые три точки проходит не более одной окружности.



Решение:

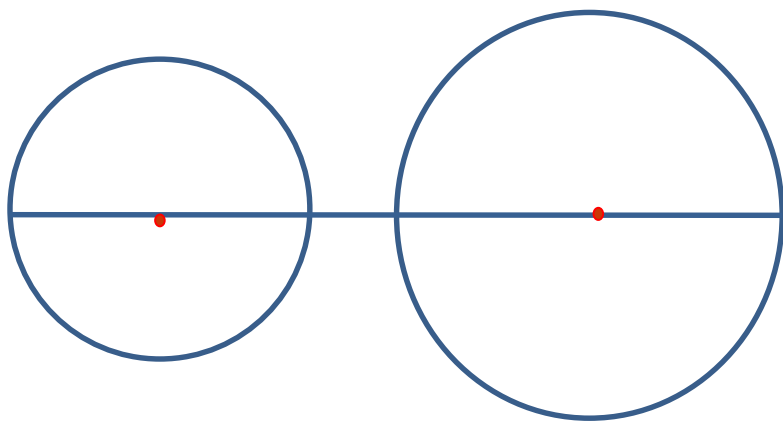
Это утверждение — *верно*.
Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная окружность. Если точки лежат на одной прямой, то окружность провести невозможно. Тем самым, через любые три точки можно провести не более одной окружности.



№ 18

Какие из следующих утверждений верны?

2) Если расстояние между центрами двух окружностей больше суммы их диаметров, то эти окружности не имеют общих точек.

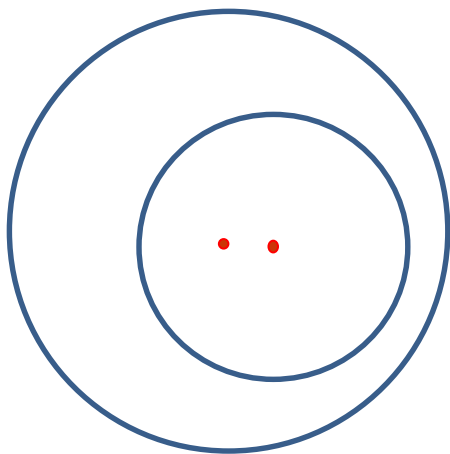


Решение

Это утверждение — *верно*, если расстояние между центрами окружностей больше суммы радиусов, то окружности не имеют общих точек. Сумма диаметров больше суммы радиусов, значит, окружности не имеют общих точек.

Какие из следующих утверждений верны?

3) Если радиусы двух окружностей равны 3 и 5, а расстояние между их центрами равно 1, то эти окружности пересекаются.



Решение:

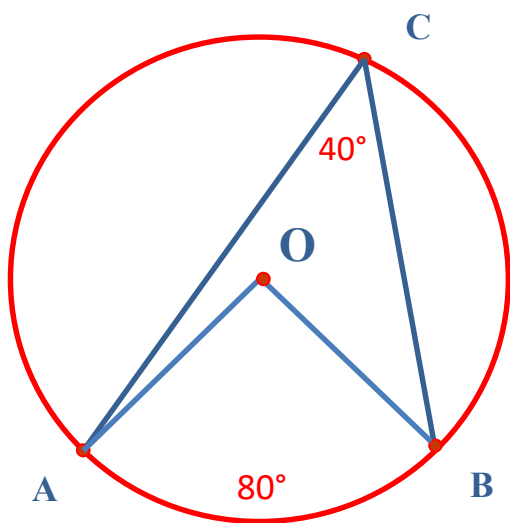
Это утверждение — *неверно*, окружность, радиус которой равен 3, может лежать внутри окружности с радиусом 5.



№ 18

Какие из следующих утверждений верны?

4) Если дуга окружности составляет 80° , то вписанный угол, опирающийся на эту дугу окружности, равен 40° .



Решение:

Это утверждение — *верно*, вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Ответ:

1 2 4



***СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ,
ЖЕЛАЮ УСПЕХОВ!***