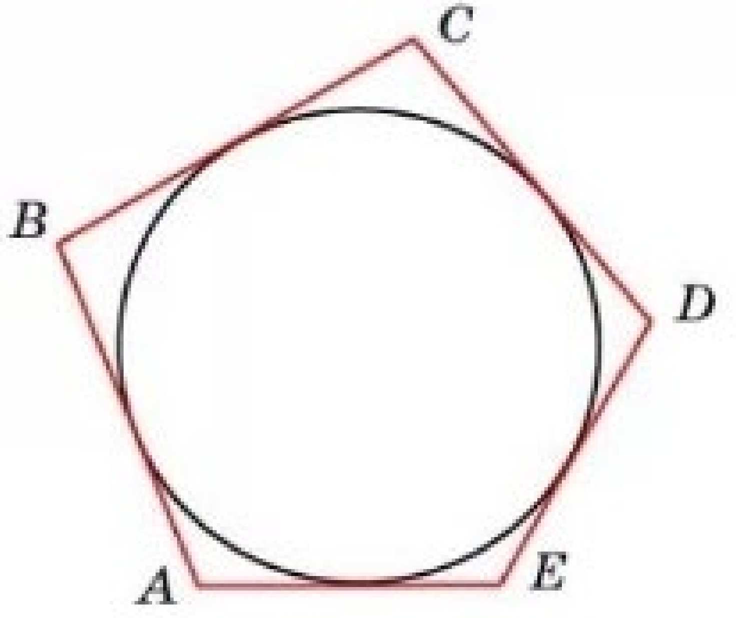
Вписанная и описанная окружность около треугольника, четырёхугольника. Задание №16, №19 ОГЭ по математике.

Пащенко Марина Петровна,
учитель математики, МБОУ гимназия №5
Усть-Лабинский район

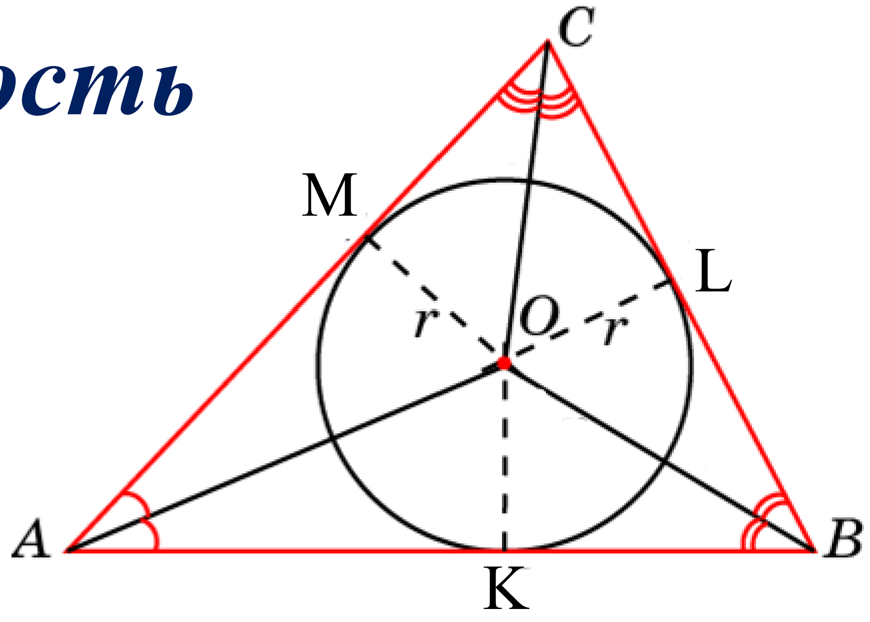
Вписанная окружность

Определение. **Окружность называется** ***вписанной*** **в многоугольник, если она касается всех его сторон.**



Многоугольник называется ***описанным*** **около окружности.**

Вписанная окружность



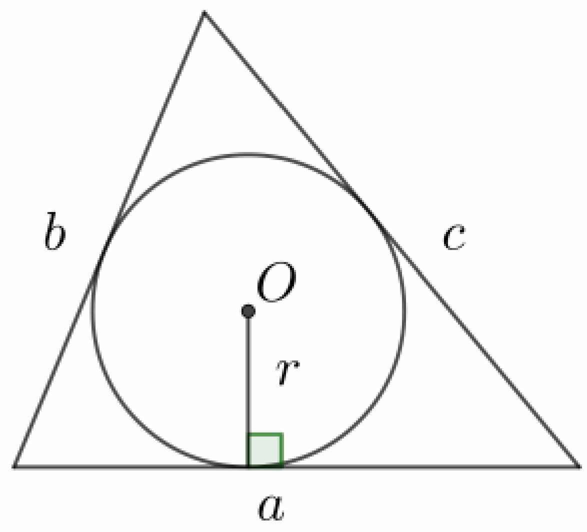
Теорема. В любой треугольник можно вписать окружность, и притом только одну.

Центр вписанной окружности - точка пересечения биссектрис этого треугольника.

Площадь треугольника, описанного около окружности, выражается формулой

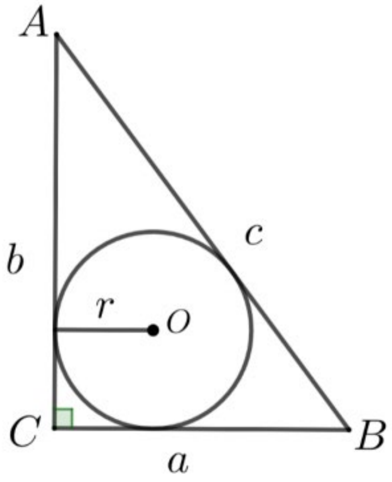
$$S = \frac{1}{2}Pr$$

, где r – радиус вписанной в треугольник окружности, P – периметр треугольника, *S* – его площадь.



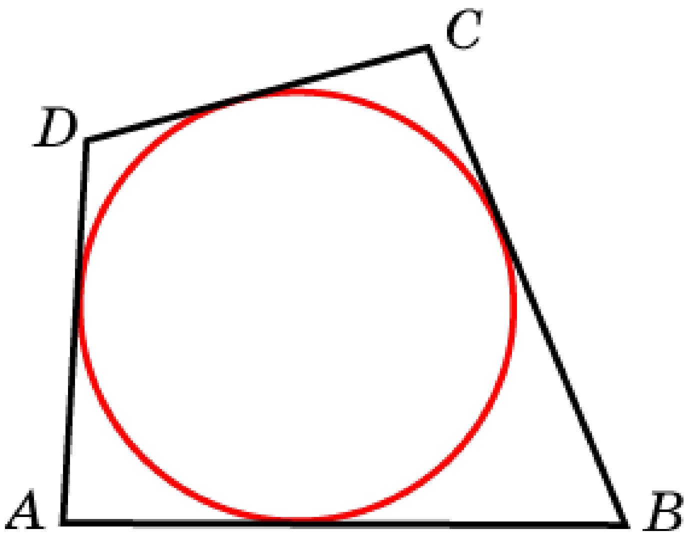
Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно вычислить по формуле:

$$r = p - c = \frac{a + b - c}{2}$$



Вписанная окружность

Свойство. В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

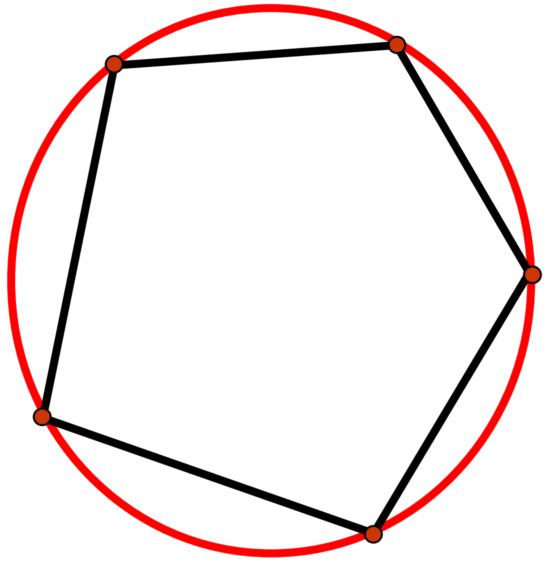


$$AD + BC = AB + CD$$

Обратно: Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

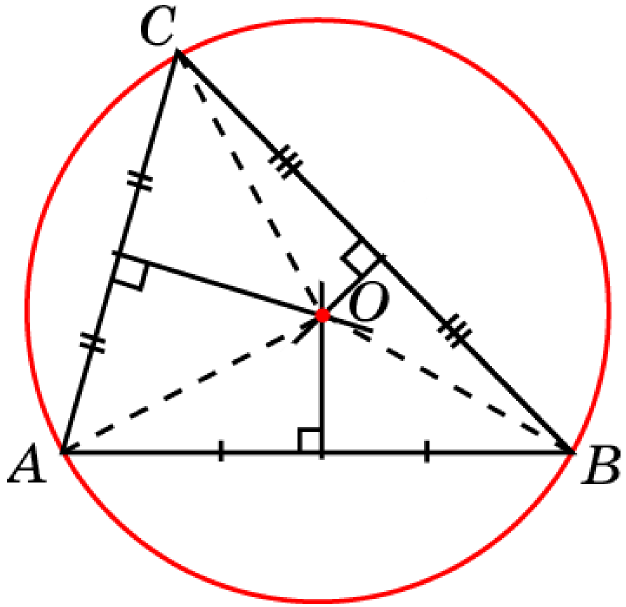
Описанная окружность

Определение. **Окружность называется *<u>описанной</u>* около многоугольника, если все его вершины лежат на этой окружности.**



Многоугольник называется *<u>вписанным</u>* в окружность.

Описанная окружность

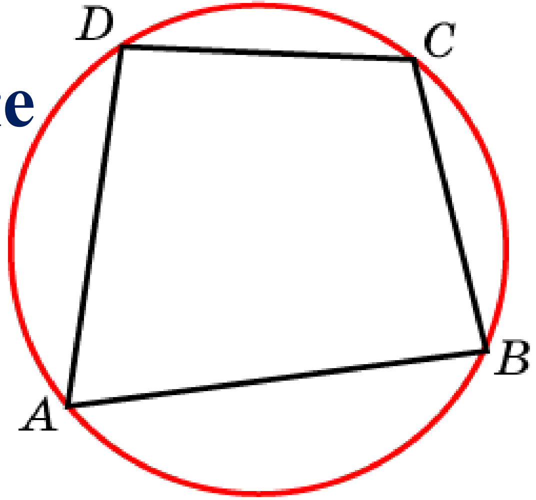


Теорема. Около любого треугольника можно описать окружность, и притом только одну.

Центр описанной окружности - точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

Описанная окружность

Свойство. В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.



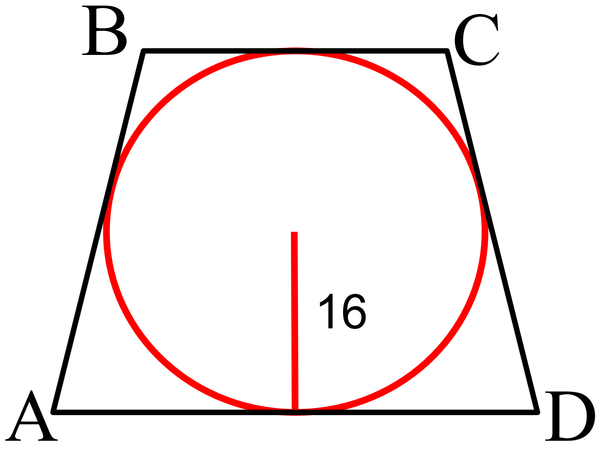
$$\boxed{\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0}$$

Обратное: Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180^o , то около него можно описать окружность.

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

№ 1

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 16. Найдите высоту этой трапеции.



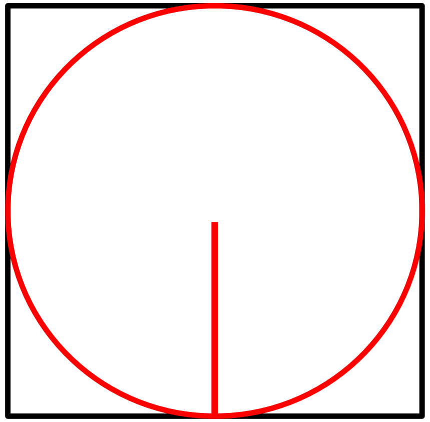
Решение:

$h = 2r = 16 \cdot 2 = 32$

Ответ: 32

№ 2

Сторона квадрата равна 6. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



6

Решение:

$a = 2r$

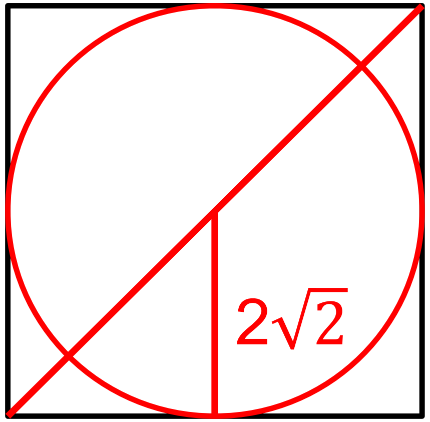
$r = \frac{a}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Ответ: 3

ГБОУ «Институт развития образования» Краснодарского края www.iro23.ru e-mail: post@iro23.ru
тел.: +7 (861) 203-53-01, кафедра математики, информатики и технологического образования тел.: +7 (861) 203-50-52

№ 3

Радиус вписанной в квадрат окружности равен $2\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



Решение:

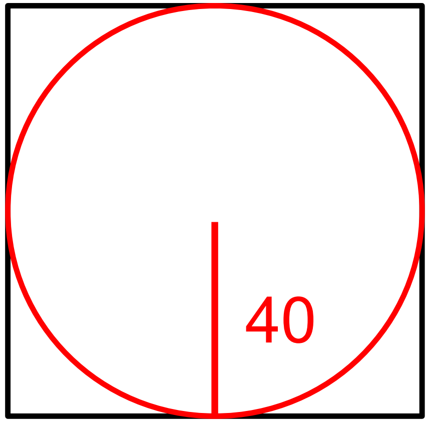
$a = 2r = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$d = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8$

Ответ: **8**

№ 4

Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.



Решение:

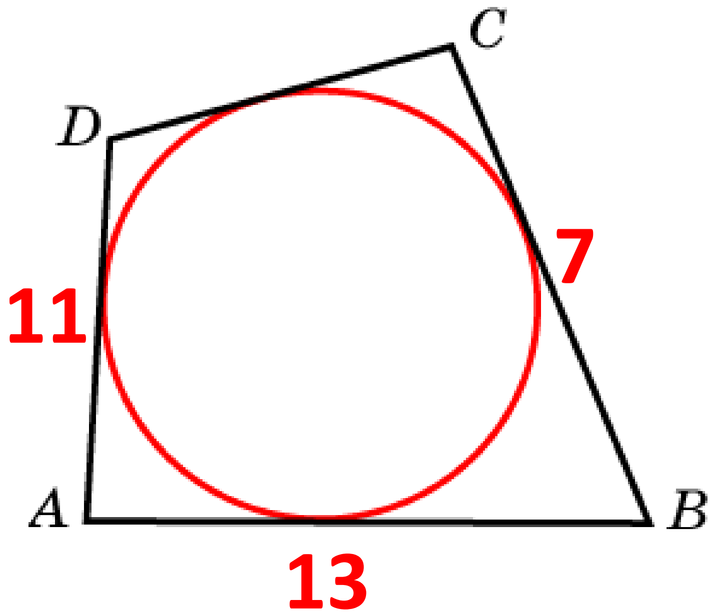
$a = 2r = 2 \cdot 40 = 80$

$S = a^2 = 80^2 = 6\,400$

Ответ: 6400

№ 5

В четырёхугольник ABCD вписана окружность, AB=13, BC=7 и AD=11. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.



Решение:

AB+CD=DA+BC

CD+13=11+7

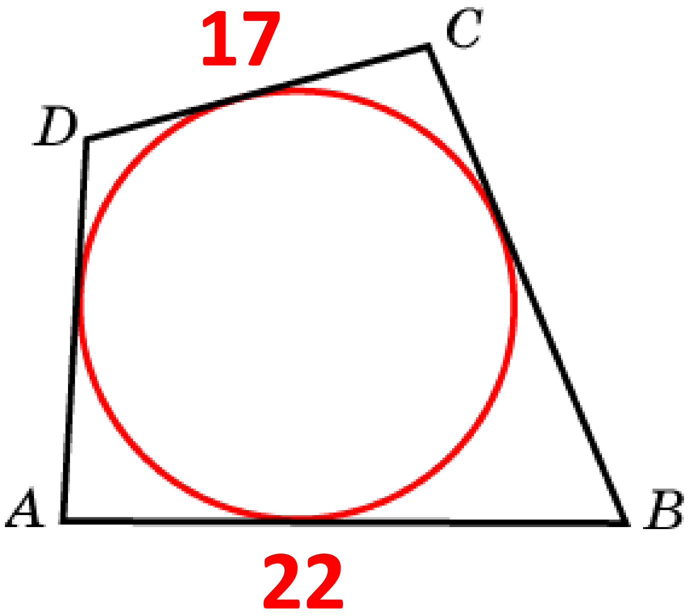
CD+13=18

CD=18-13=5

Ответ: 5

№ 6

В четырёхугольник ABCD вписана окружность, AB=22, CD=17. Найдите периметр четырёхугольника ABCD.



Решение:

$P = AB + CD + DA + BC$

$AB + CD = DA + BC = 22 + 17 = 39$

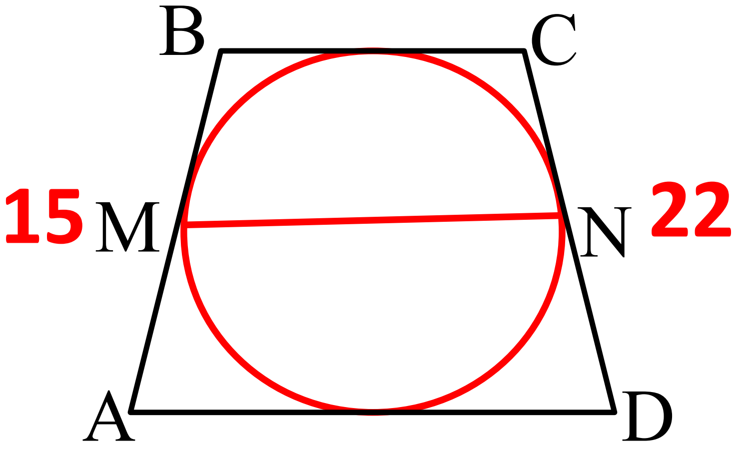
$DA + BC = 39$

$P = 39 + 39 = 78$

Ответ: 78

№ 7

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.



Решение:

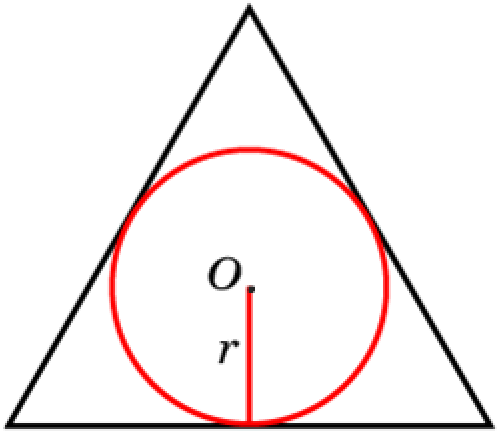
AB+CD=DA+BC

$$NM = \frac{AD+BC}{2} = \frac{15+22}{2} = \frac{37}{2} = 18{,}5$$

Ответ: 18,5

№ 8

Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



Решение:

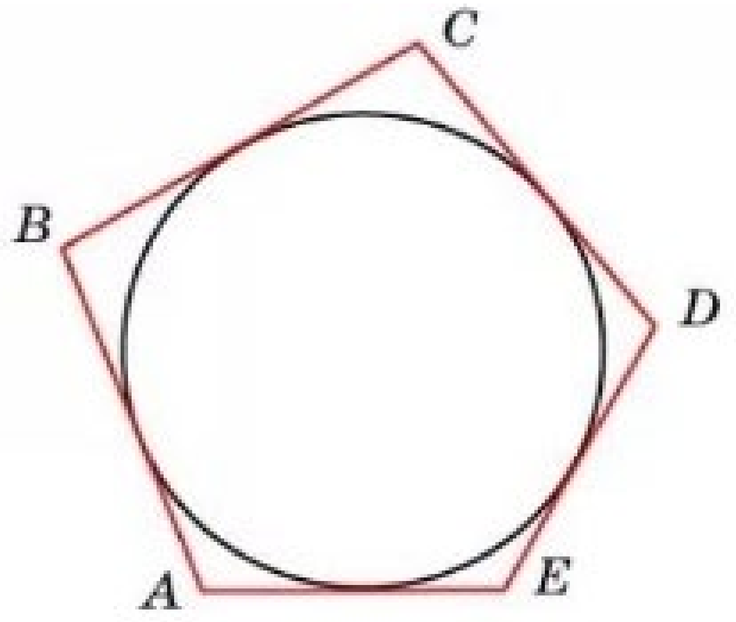
$$S = \frac{1}{2}Pr$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 1 = \frac{12}{2} = 6$$

Ответ: **6**

№ 9

Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.



Решение:

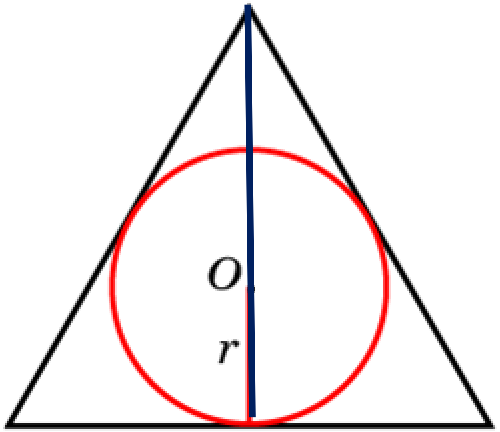
$$S = \frac{1}{2}Pr$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 3 = \frac{20 \cdot 3}{2} = 30$$

Ответ: 30

№10

Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.



Решение:

$$\frac{1}{2}a \cdot \mathrm{h} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot r$$

$$h = 3r$$

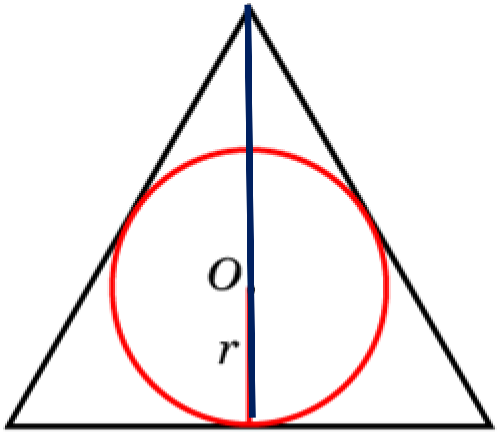
$$r = \frac{h}{3}$$

$$\mathrm{r} = 6 : 3 = 2$$

Ответ: **2**

№11

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



Решение:

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, тогда $h = \dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}$=1,5

$r = \dfrac{h}{3}$

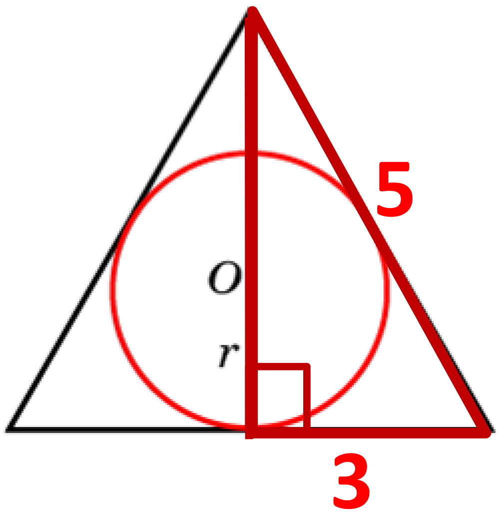
$r = \dfrac{1{,}5}{3} = 0{,}5$

Ответ: 0,5

№ 12

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.

Решение:



$S=\frac{1}{2}P\cdot r$ $\quad r=\frac{2S}{P}$

$P=5+5+6=16$

$S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot h$

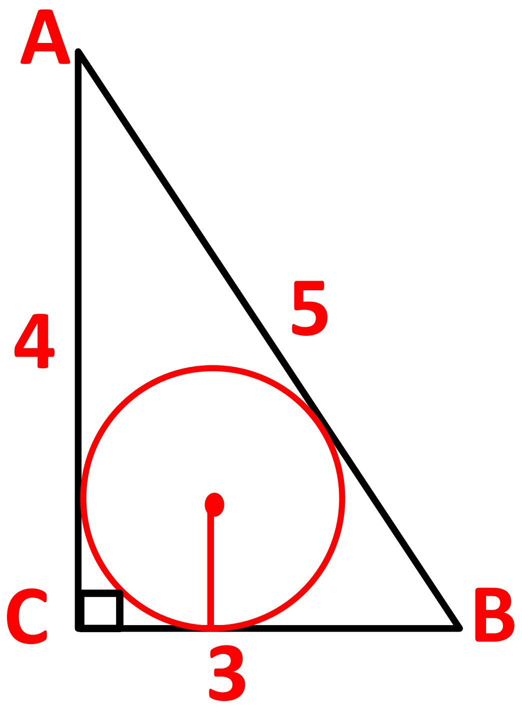
$h=4$ $\quad S=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4=12$

$r=\frac{2\cdot 12}{16}=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}=1{,}5$

Ответ: 1,5

№ 13

В треугольнике ABC стороны AC = 4, BC = 3, угол C равен 90°. Найдите радиус вписанной окружности.



Решение:

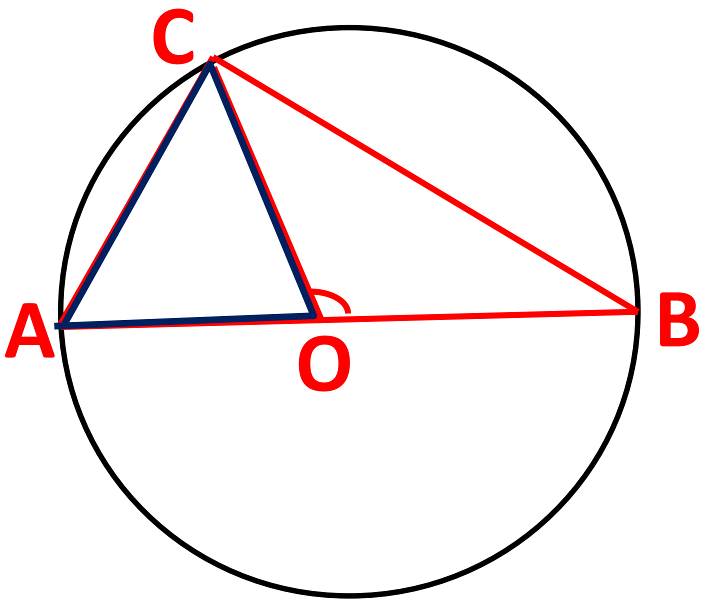
$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

$$r = \frac{4 + 3 - 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Ответ: 1

№ 14

На окружности с центром O и диаметром AB отмечена точка C так, что угол COB равен 120°, AC=23. Найдите диаметр окружности



Решение:

$\angle COB + \angle COA = 180^0$ (смежные)

$\angle COA = 180^0 - \angle COB = 60^0$

AO=OC=r $\qquad \triangle\, COA$ – равнобедренный

$\angle OAC = \angle ACO = \angle COA = 60^0 \qquad \triangle\, COA$ – равносторонний

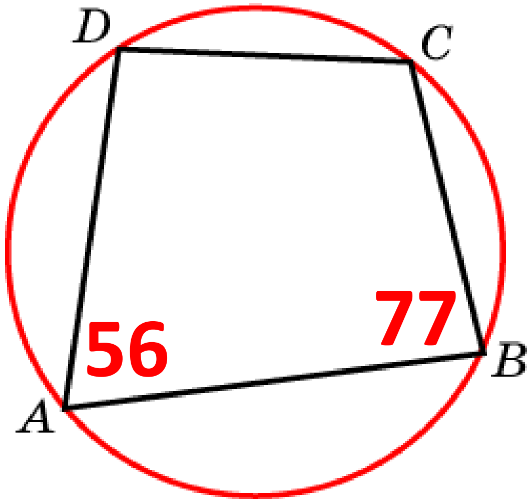
AC=AO=OC= r =23

$d = 23 \cdot 2 = 46$

Ответ: 46

№ 15

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 56° и 77°. Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$$

$$\angle C + 56^0 = 180^0$$

$$\angle C = 180^0 - 56^0 = 124^0$$

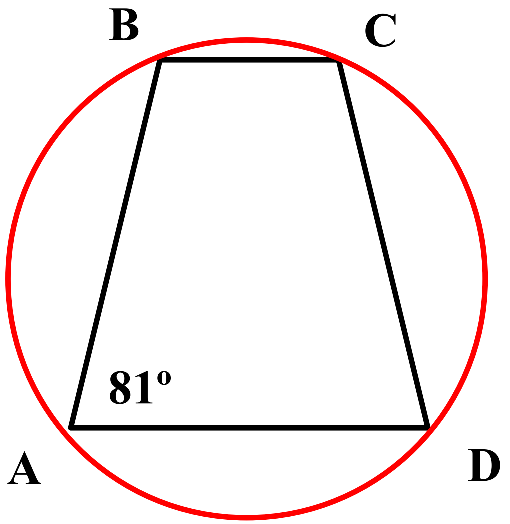
$$\angle D + 77^0 = 180^0$$

$$\angle D = 180^0 - 77^0 = 103^0$$

Ответ: 103

№ 16

Угол A трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен 81° . Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



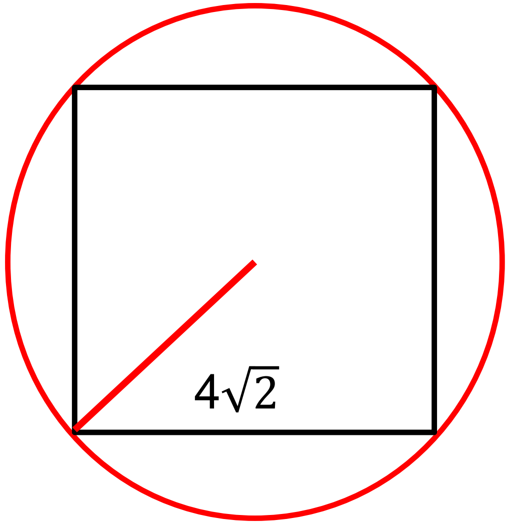
Решение:

ABCD – равнобедренная трапеция,
так как вписана в окружность, тогда
$\angle A = \angle D = 81°$
$\angle D + \angle C = 180°$, как прилежащие к одной стороне, тогда $\angle C = 180° - 81° = 99°$

Ответ: 99

№ 17

Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Решение:

$d = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8$

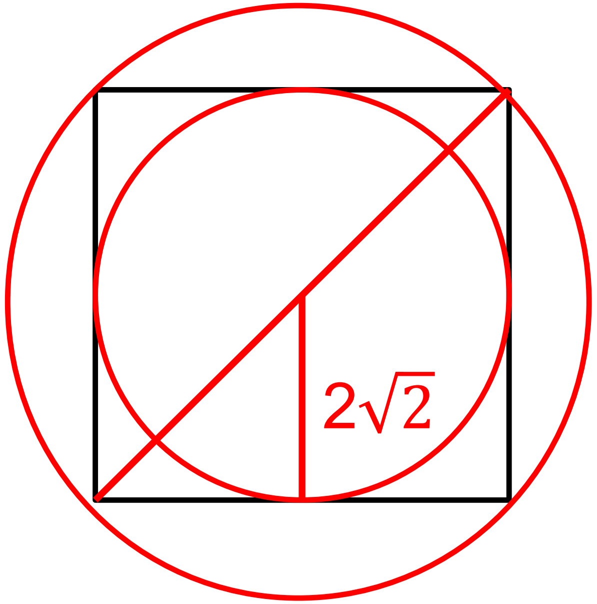
$d = 2R = 8$

$R = 8 : 2 = 4$

Ответ: **4**

№ 18

Радиус вписанной в квадрат окружности равен $2\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Решение:

$a = 2r = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$d = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8$

$d = 2R$

$R = 8 : 2 = 4$

Ответ: **4**

№ 19

Укажите номера верных утверждений.

1) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

2) В любой треугольник можно вписать не менее одной окружности.

3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис.

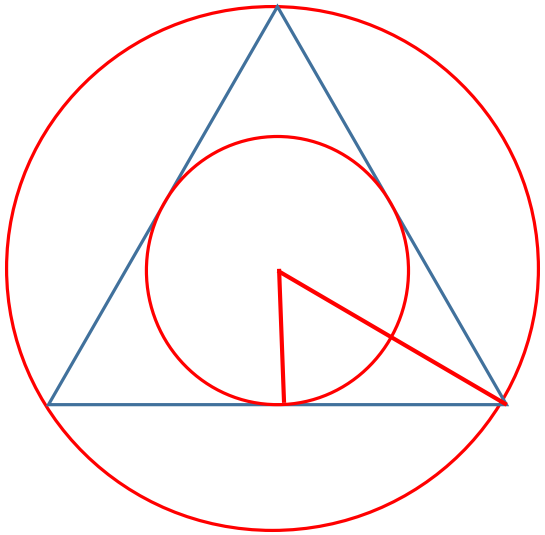
4) Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

№ 19

Укажите номера верных утверждений.

1) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.



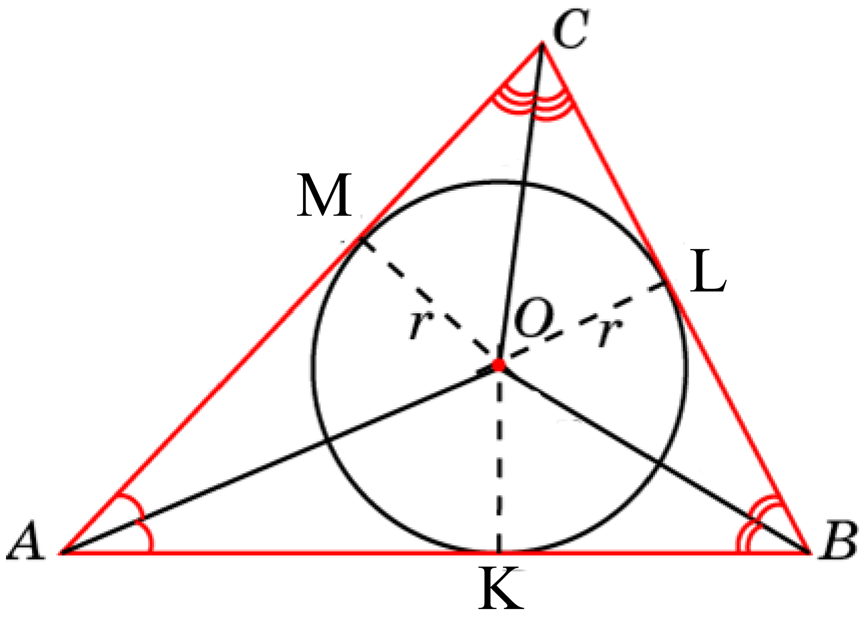
Решение:

«Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают» — *верно*, т. к. совпадают точки пересечения биссектрис и серединных перпендикуляров этого треугольника.

№ 19

Укажите номера верных утверждений.

2) В любой треугольник можно вписать не менее одной окружности



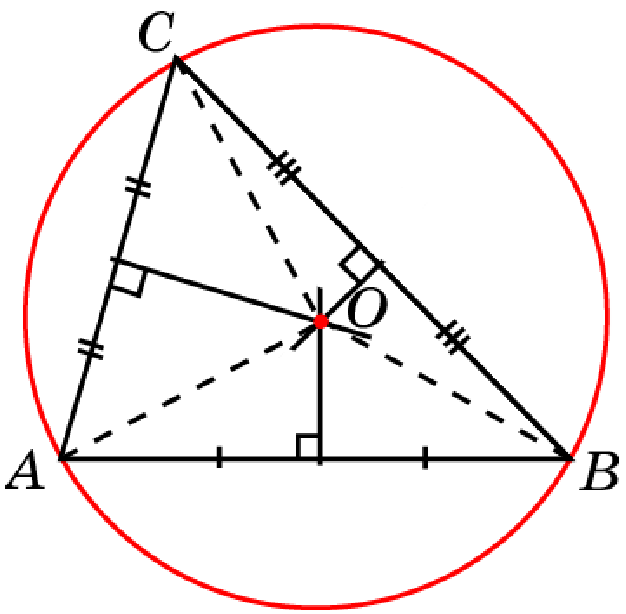
Решение:

«В любой треугольник можно вписать не менее одной окружности» — *верно*, в любой треугольник можно вписать окружность.

№ 19

Укажите номера верных утверждений.

3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис.



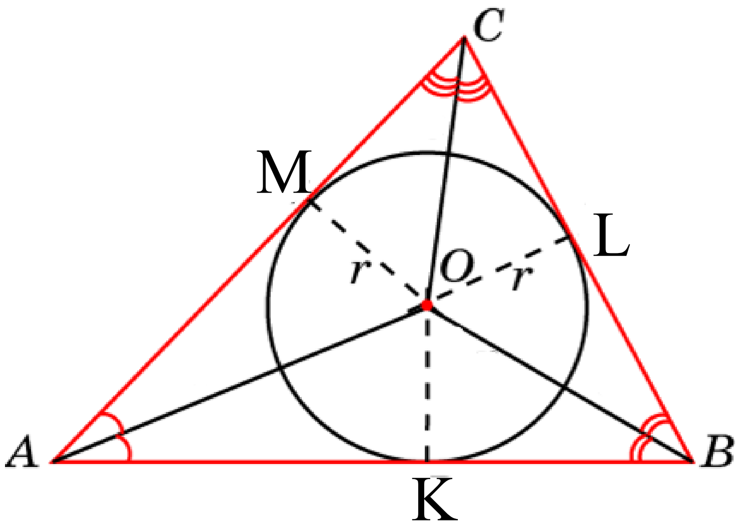
Решение:

«Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис» — *неверно*, центром описанной около треугольника окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров треугольника.

№ 19

Укажите номера верных утверждений.

4) Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.



Решение:

«Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам» — *неверно*, центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения биссектрис треугольника.

Ответ: 1 2

№ 20

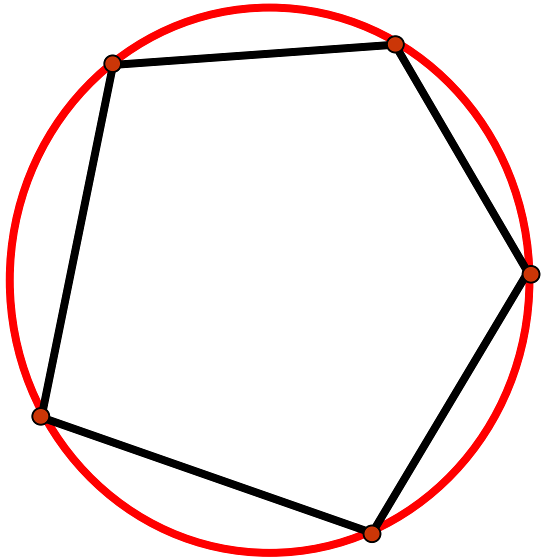
Какие из следующих утверждений верны?

1) Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности.
2) Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.
3) Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.
4) Около любого ромба можно описать окружность.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

№ 20

1) Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности.

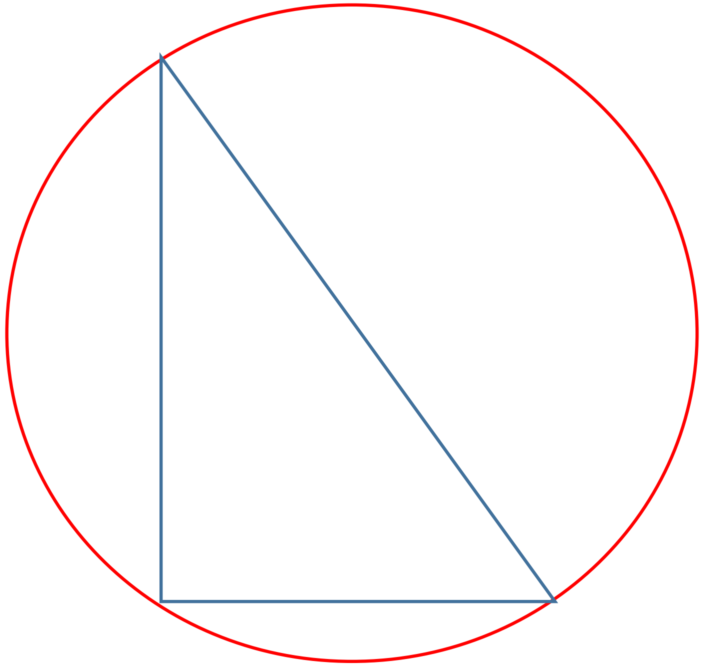


Решение:

«Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности»— *верно*, около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну.

№ 20

2) Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.

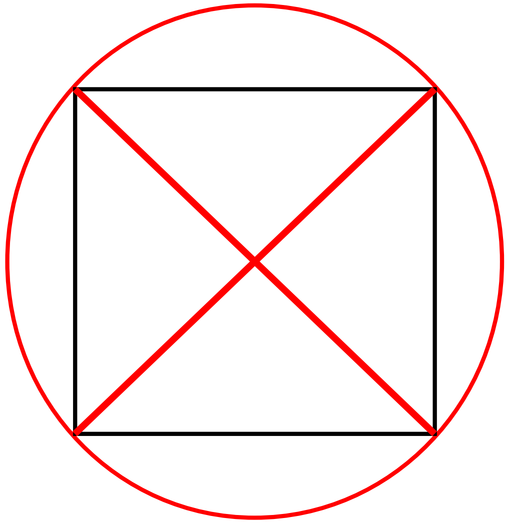


Решение:

«Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника» — *верно*, треугольник с такими сторонами является прямоугольным, таким образом, центр окружности лежит на гипотенузе.

№ 20

3) Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.

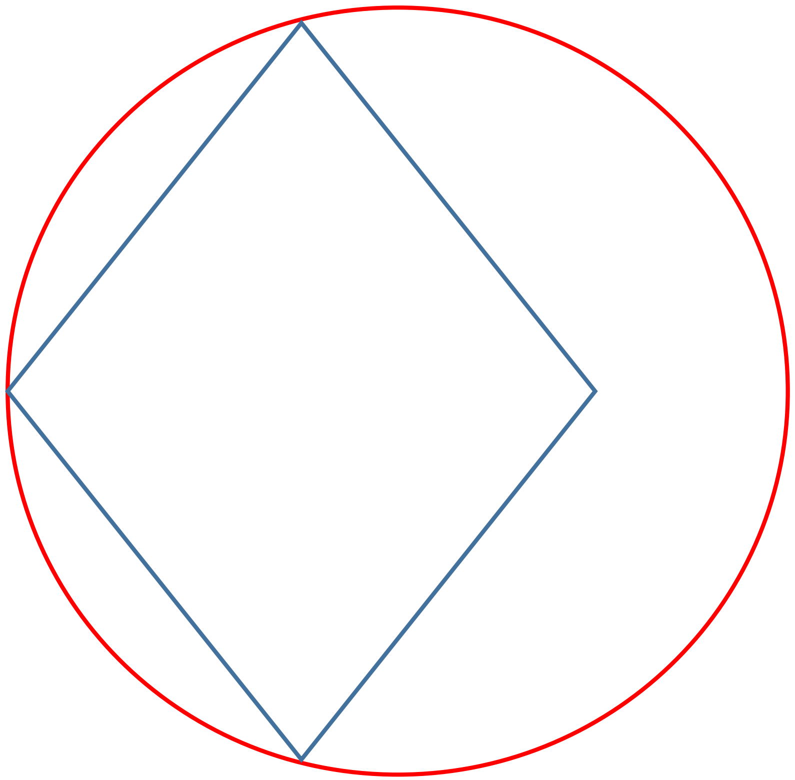


Решение:

«Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей» — *верно*, диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам, таким образом, центром окружности является точка пресечения диагоналей.

№ 20

4) Около любого ромба можно описать окружность.



Решение:

«Около любого ромба можно описать окружность» — *неверно*, чтобы около четырехугольника можно было описать окружность, необходимо, чтобы сумма противоположных углов четырехугольника составляла 180°. Это верно не для любого ромба.

Ответ: 123

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ,

ЖЕЛАЮ УСПЕХОВ!