



Геометрическая прогрессия. Задание № 14 ОГЭ по математике

Читая Анастасия Сергеевна,
учитель математики МБОУ СОШ №6
г. Крымска



Определение геометрической прогрессии

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

Иначе говоря, последовательность b_n геометрическая прогрессия, если для любого натурального n выполняются условия:

$$b_n \neq 0,$$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

где q - некоторое число, отличное от нуля.

q – знаменатель геометрической прогрессии.



Формула n -ого члена геометрической прогрессии

Получим формулу для n -го члена прогрессии, зная b_1 и q :

$$b_2 = b_1 q$$

$$b_3 = b_2 q = b_1 q^2$$

$$b_4 = b_3 q = b_1 q^3$$

...

$$b_n = b_{n-1} q = b_1 q^{n-1}$$



Свойство геометрической прогрессии

Квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего ее членов.

И, наоборот, если в последовательности чисел, отличных от нуля, квадрат каждого члена, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего членов, то эта последовательность является геометрической прогрессией.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$



Формула суммы первых *n* - членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$



Геометрическая прогрессия. Простейшие задачи

Найдите первые пять членов геометрической прогрессии b_n , если $b_1=6$, $q=2$.

Дано:

$$b_1 = 6,$$

$$q = 2,$$

Найти:

$$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5.$$

Решение:

$$b_{n+1} = b_n \cdot q,$$

$$b_2 = b_1 \cdot q = 6 \cdot 2 = 12,$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = 12 \cdot 2 = 24,$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = 24 \cdot 2 = 48,$$

$$b_5 = b_4 \cdot q = 48 \cdot 2 = 96.$$

Ответ: 6;12;24;48;96.



Геометрическая прогрессия. Простейшие задачи

Последовательность - геометрическая прогрессия. Найдите b_5 ,
если $b_1 = \frac{3}{4}$, $q = \frac{2}{3}$

Дано:

$$b_1 = \frac{3}{4}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

Найти: b_5

Решение:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_5 = b_1 \cdot q^4 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{81} = \frac{4}{27}$$

Ответ: $\frac{4}{27}$



Геометрическая прогрессия. Простейшие задачи

Найдите знаменатель геометрической прогрессии b_n , если $b_5 = -6$,
 $b_7 = -54$.

Дано:

$$b_5 = -6,$$

$$b_7 = -54,$$

Найти: q .

Решение:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1},$$

$$b_7 = b_5 \cdot q^2,$$

$$q^2 = \frac{b_7}{b_5} = \frac{-54}{-6} = 9,$$

$$q = -3$$

$$q = 3.$$

Ответ: $-3; 3$.



Геометрическая прогрессия. Простейшие задачи

Последовательность b_n - геометрическая прогрессия. Найдите b_6 , если $b_1 = 125$, $b_3 = 5$.

Дано:

$$b_1 = 125,$$

$$b_3 = 5.$$

Найти: b_6 ?

Решение:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2, \text{ значит,}$$

$$q^2 = \frac{b_3}{b_1} = \frac{5}{125} = \frac{1}{25}$$

$$\text{Следовательно, } q = \frac{1}{5} \text{ или } q = -\frac{1}{5}.$$

1. При $q = \frac{1}{5}$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5 = 125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = 5^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{1}{25}$$

2. При $q = -\frac{1}{5}$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5 = 125 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^5 = 5^3 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^5 = -\frac{1}{25}$$

Ответ: $-\frac{1}{25}; \frac{1}{25}$.



Геометрическая прогрессия. Простейшие задачи

Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, у которой $b_1 = 8, q = \frac{1}{2}$

Дано:

$$b_1 = 8,$$

$$q = \frac{1}{2}.$$

Найти: S_5 ?

Решение:

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_5 = \frac{8 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8 \cdot \left(1 - \frac{1}{32}\right)}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{31}{32} \cdot \frac{1}{2} = \frac{31}{4} \cdot \frac{2}{1} = 15,5$$

Ответ: 15,5



Геометрическая прогрессия. Задачи без использования формул

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Дано:

$$b_1 = 640$$

Найти b_7

Решение:

$$0 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28 \rightarrow 35 \rightarrow 42$$

$$640 \xrightarrow{:2} 320 \xrightarrow{:2} 160 \xrightarrow{:2} 80 \xrightarrow{:2} 40 \xrightarrow{:2} 20 \xrightarrow{:2} 10$$

Ответ: 10.



Геометрическая прогрессия. Задачи, решаемые с помощью формул

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Дано:

$$b_1 = 640,$$

$$a_1 = 0,$$

$$d = 7,$$

$$a_n = 42,$$

Найти b_n ?

Решение:

$$1) a_n = a_1 + d \cdot (n - 1),$$

$$42 = 0 + 7 \cdot (n - 1),$$

$$7n - 7 = 42,$$

$$7n = 49,$$

$$n = 7.$$

$$2) b_7 = b_1 \cdot q^6,$$

$$b_7 = 640 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 640 \cdot \frac{1}{64} = 10.$$

Ответ: 10.



Геометрическая прогрессия. Задачи без использования формул

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 14мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Дано:

$$b_1 = 14$$

$$q = 3$$

Найти b_4

Решение:

$$0 \rightarrow 30 \rightarrow 60 \rightarrow 90$$

$$14 \xrightarrow{\cdot 3} 42 \xrightarrow{\cdot 3} 126 \xrightarrow{\cdot 3} 378$$

Ответ: 378



Геометрическая прогрессия. Задачи, решаемые с помощью формул

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 14мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Дано:

$$b_1 = 14,$$

$$q = 3,$$

$$a_1 = 0,$$

$$d = 30,$$

$$a_n = 90,$$

Найти: b_n .

Решение:

$$1) a_n = a_1 + d \cdot (n - 1),$$

$$90 = 0 + 30 \cdot (n - 1),$$

$$30n - 30 = 90,$$

$$n = 4.$$

$$2) b_4 = b_1 \cdot q^3,$$

$$b_4 = 14 \cdot 3^3 = 14 \cdot 27 = 378$$

Ответ: 378.



Геометрическая прогрессия. Задачи без использования формул

У Тани есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик полетел на высоту 480 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счету отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 10.

Дано:

$$b_1 = 480,$$

$$b_n < 10,$$

$$q = \frac{1}{2},$$

Найти: n

Решение:

$$480 \xrightarrow{:2} 240 \xrightarrow{:2} 120 \xrightarrow{:2} 60 \xrightarrow{:2} 30 \xrightarrow{:2} 15 \xrightarrow{:2} 7,5$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$$

Ответ: 7



Геометрическая прогрессия. Задачи без использования формул

В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 7 минут половина его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 480мг. Найдите массу образовавшегося изотопа через 35 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

Решение:

$$0 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28 \rightarrow 35$$

$480 \xrightarrow{:2} 240 \xrightarrow{:2} 120 \xrightarrow{:2} 60 \xrightarrow{:2} 30 \xrightarrow{:2} 15$ – через 35 минут останется изотопа А.

$$480 - 15 = 465 \text{ – изотопа Б.}$$

Ответ: 465.



Геометрическая прогрессия. Задачи без использования формул

Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после пятикратного деления их стало 800.

Решение:

Пусть первоначально было x инфузорий – туфелек.

Тогда деление выглядит так:

$$x \rightarrow 2x \rightarrow 4x \rightarrow 8x \rightarrow 16x$$

$$16x = 800$$

$$x = 50$$

Ответ: 50.



Спасибо за внимание!

Читая Анастасия Сергеевна,
учитель математики МБОУ СОШ №6
г. Крымска