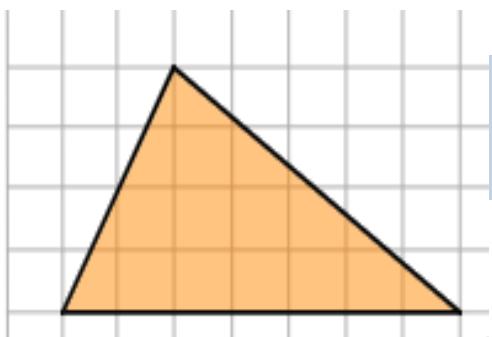




Площади многоугольников на клетчатой бумаге



- Учитель: Бородина Марина Борисовна
- Красноармейский район, МБОУ СОШ № 1

Способы нахождения площадей

1 Формулы для фигур

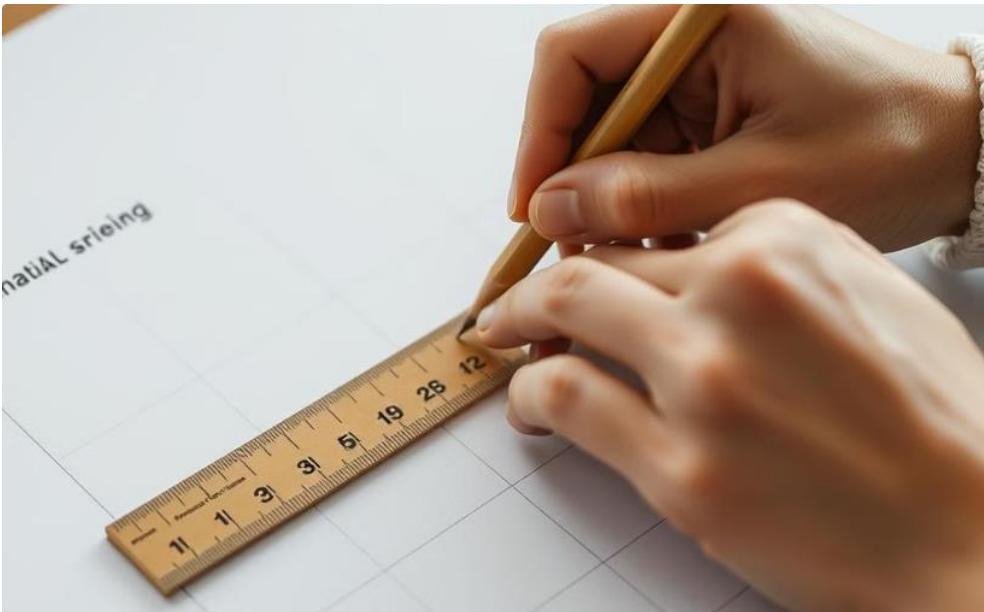
Применение специальных формул для треугольника, прямоугольника, квадрата и других фигур.

2 Разбиение на части

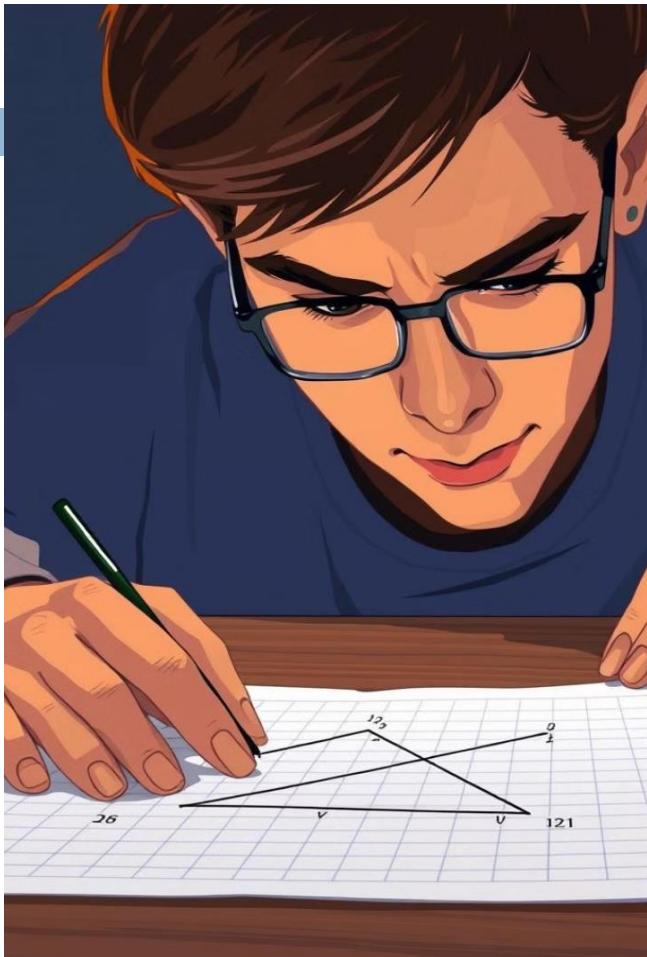
Разделение произвольной фигуры на части с известными формулами.

3 Достраивание до прямоугольника

Универсальный способ, использующий формулы для прямоугольника и прямоугольного треугольника.



1. Способ нахождения площади фигур по специальным формулам



a	a	h	a
Площадь квадрата $S = a^2$	Площадь прямоугольника $S = a \cdot b$	Площадь треугольника $S = \frac{1}{2} a \cdot h$	Площадь треугольника $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\alpha$
h	a	m	m
Площадь параллелограмма $S = a \cdot h$	Площадь параллелограмма $S = a \cdot b \cdot \sin\alpha$	Площадь ромба по диагоналям $S = \frac{1}{2} m \cdot n$	Площадь параллелограмма по диагоналям $S = \frac{1}{2} m \cdot n \cdot \sin\alpha$
b	a	a	a
Площадь треугольника $S = \frac{1}{2} a \cdot b$	Площадь треугольника по трем сторонам $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	Площадь равностороннего треугольника $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$	Площадь правильного шестиугольника $S = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$
b	R		
Площадь трапеции $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$	Площадь круга $S = \pi R^2$	Длина окружности $C = 2\pi R$	

Алгоритм решения:

1. Вспомнить название фигуры
2. Найти для нее формулу площади.
3. Выполнить необходимые измерения (посчитать клетки).
4. Подставить числа в формулу и посчитать.

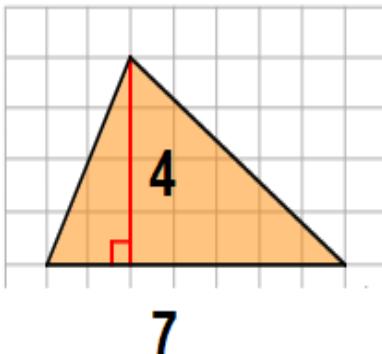


Найдите площади треугольников.

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к данному основанию. Таким образом:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$$

Ответ: 14



На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображен прямоугольный треугольник.
Найдите площадь треугольника.

$$S = (7 * 10) / 2 = 35.$$

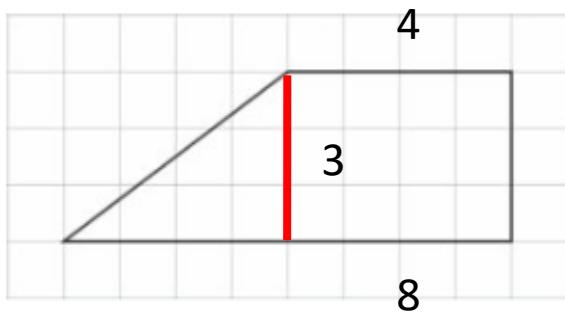
Ответ: 35





Площадь четырёхугольников.

Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \cdot 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S_{\text{трап}} = \frac{a+b}{2} \cdot h.$$

Основания нашей трапеции равны 4 и 8, а высота равна боковой стороне (поскольку трапеция прямоугольная), то есть 3 см. Площадь трапеции

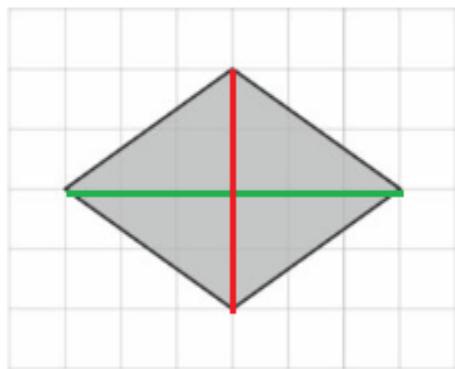
$$S_{\text{трап}} = \frac{4+8}{2} \cdot 3 = 18.$$

Ответ: 18.



Площадь ромба

Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \cdot 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



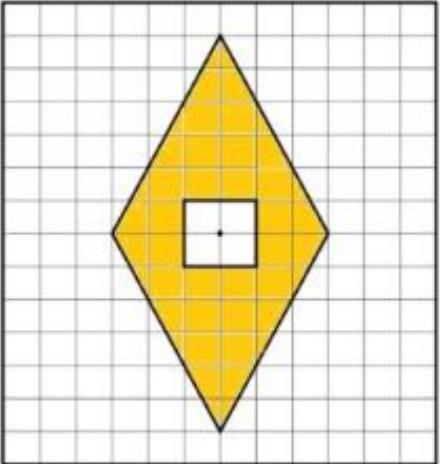
Самый простой способ — воспользоваться формулой площади ромба, выраженной через его диагонали:

$$S_{\text{ромба}} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}, \text{ где } d_1 \text{ и } d_2 — \text{диагонали.}$$

$$\text{Получим: } S_{\text{ромба}} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12.$$

Ответ: 12.

Найдите площадь закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером
клетки $1 \text{ см} \cdot 1 \text{ см}$



Решение:

На рисунке изображен ромб с вырезанным из него квадратом.

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

$$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36.$$

Площадь вырезанного квадрата равна 4.

Площадь фигуры равна $36 - 4 = 32$.

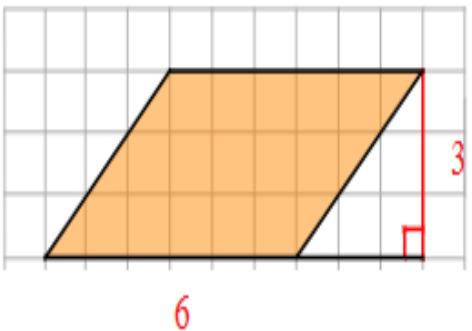
Ответ: 32.



Площадь параллелограмма равна произведению основания на проведенную к нему высоту. Таким образом,

$$S = 6 \cdot 3 = 18.$$

Ответ: 18.



2. Способ нахождения площади фигур – разбиение фигуры на части, площади которых мы умеем находить по формулам.

Алгоритм решения:

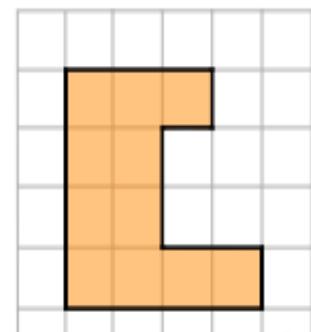
1. Разрезать фигуру так, чтобы появились фигуры, для которых есть специальные формулы.
2. Найти нужные формулы.
3. Посчитать клетки и вычислить площади каждой части.
4. Сложить все полученные площади.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите ее площадь.

Решение.

Посчитаем количество клеток внутри закрашенной области: их 11.

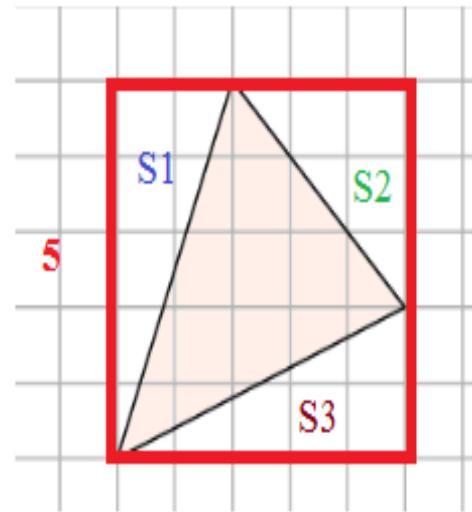
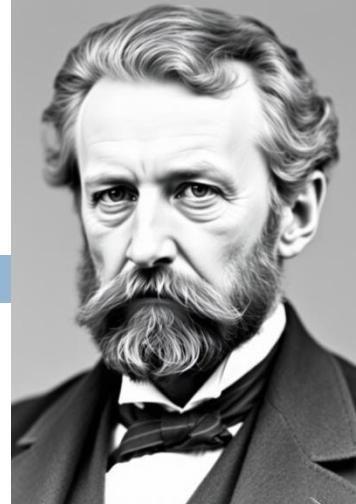
Ответ: 11.





3. Способ нахождения площади фигур – достраивание до прямоугольника.

В некоторых случаях площадь фигуры можно представить как разность каких-либо площадей.



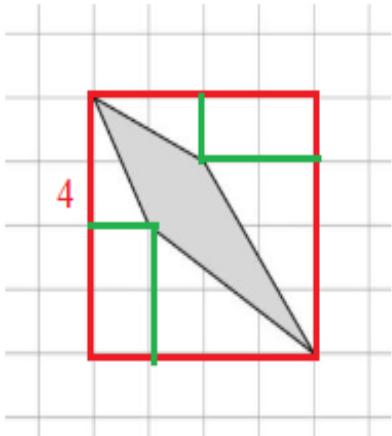
$$\begin{aligned}S &= 5 \cdot 5 = 25 \\S_1 &= (2 \cdot 5) / 2 = 5 \\S_2 &= (3 \cdot 3) / 2 = 4.5 \\S_3 &= (5 \cdot 2) / 2 = 5\end{aligned}$$

Не так-то просто посчитать, чему равны основание и высота в этом треугольнике! Зато мы можем сказать, что его площадь равна разности площадей квадрата со стороной 5 и трёх прямоугольных треугольников. Видите их на рисунке? Получаем: $S = 25 - 5 - 5 - 4,5 = 10,5$.

Ответ: 10,5.



Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см.



Такой четырехугольник получится, если от квадрата размером 4×4 отрезать 2 прямоугольника и 4 треугольника.
Найдите их на рисунке.

Площадь каждого из больших треугольников равна $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$.

Площадь каждого из маленьких треугольников равна $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$.

Тогда площадь четырехугольника $S = 16 - 2 - 2 - 1 - 1 - 3 - 3 = 4$.

4. Георг Александр Пик

- австрийский математик, открывший свою элегантную формулу.

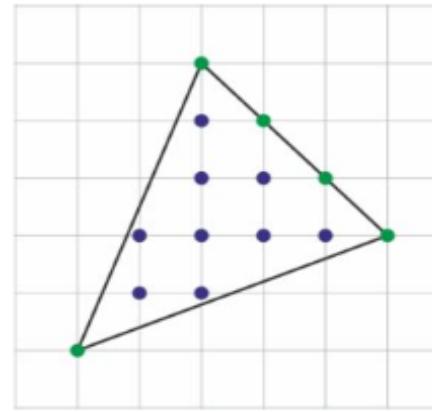
Многие рекомендуют в таких задачах пользоваться формулой Пика. В ней нет необходимости, однако эта формула довольно интересна.

Согласно формуле Пика, площадь многоугольника равна $B + \Gamma/2 - 1$

где B — количество узлов внутри многоугольника, а Γ — количество узлов на границе многоугольника.

Узлами здесь названы точки, в которых пересекаются линии нашей клетчатой бумаги.

Посмотрим, как решается задача 7 с помощью формулы Пика:



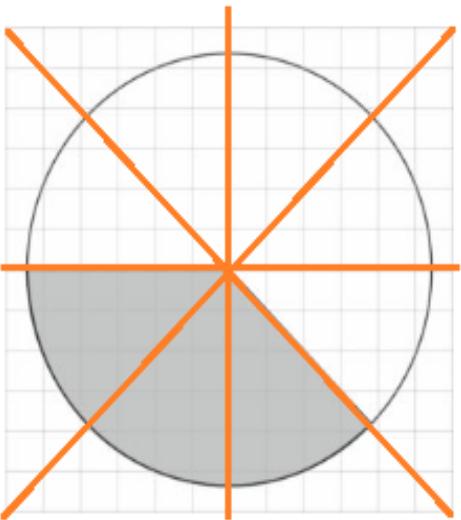
Синим на рисунке отмечены узлы внутри треугольника. Зеленым — узлы на границе.

Аккуратно посчитав те и другие, получим, что $B = 9$, $\Gamma = 5$, и площадь фигуры равна $S = 9 + 5/2 - 1 = 10,5$.

Выбирайте — какой способ вам больше нравится.



На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 2,8. Найдите площадь закрашенного сектора.



На рисунке изображен сектор, то есть часть круга. Но какая же это часть? Это четверть круга и еще $\frac{1}{8}$ круга, то есть $\frac{3}{8}$ круга.

Значит, нам надо умножить площадь круга на $\frac{3}{8}$. Получим:

$$\frac{3}{8} \cdot 2,8 = 1,05$$

Ответ: 1,05.

Геометрия в жизни

Измерение

1

Потребность измерения расстояний и площадей привела к появлению геометрии.

Архитектура

2

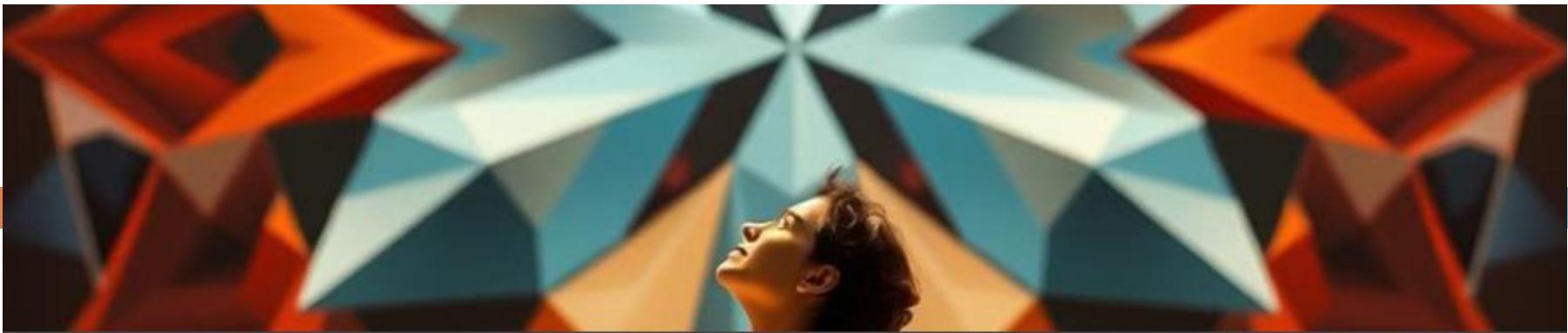
Точные расчеты геометрических фигур необходимы для создания зданий.

Дизайн

3

Геометрические формы и пропорции - основа дизайнерского искусства.





Заключение

Практическое применение

Знание геометрии необходимо в повседневной жизни и профессиональной деятельности.

Развитие навыков

Решение геометрических задач развивает логическое мышление и творческие способности.

Вдохновение

Геометрия может стать источником вдохновения, как и поэзия.

«Решение задач – практическое искусство, подобное плаванию, катанию на лыжах или игре на фортепиано; научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь».

Д.Пойя



□ Спасибо за внимание!