



Текстовые задачи

Задания №10 профильного ЕГЭ по математике

Пшеничная Л.А., учитель математики МАОУ СОШ №10 имени
А.А.Забары станицы Павловской





Задачи, приводящие к решению дробных рациональных уравнений

- Задачи, в которых одна величина выражается через другие при помощи дробного выражения:

- *Задачи на движение:*

$$\text{время} = \frac{\text{путь}}{\text{скорость}}$$

$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}$$

- *Задачи на работу*

- $\text{время} = \frac{\text{работа}}{\text{производительность}}$

$$\text{производительность} = \frac{\text{работа}}{\text{время}}$$





Полезный совет 1.

- Если задача решается с помощью введения неизвестной величины, то чаще всего за переменную **x** принимают величину, которую следует найти в задаче.

(Исключается риск внести в бланк ответов не то число)





Полезный совет 2.

Золотое правило при решении любой
задачи – решил задачу, прочитай
условие!





1. Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

	S	V	t
I быстрый	80	$x + 2$	$\frac{80}{x + 2}$
II медленный	80	x	$\frac{80}{x}$

Разница во времени движения – 2 часа. Из времени движения «медленного» вычитаем время движения «быстрого».

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x + 2} = 2$$

Умножим на $\frac{1}{2}$. Числа уменьшатся, считать дискриминант и корни будет проще.

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x + 2} = 1$$

Умножаем на общий знаменатель $x(x + 2)$ и решаем целое уравнение.





Задача 1

$$40(x + 2) - 40x = x(x + 2)$$
$$, \quad x^2 + 2x - 80 = 0,$$

$$D = 324 = 18^2, x_1 = \frac{-2+18}{2} = \frac{16}{2} = 8, x_2 \text{ не подходит по смыслу задачи.}$$

ДЕЛАЕМ ПРОВЕРКУ подстановкой в уравнение: $\frac{80}{8} - \frac{80}{10} = 10 - 8 = 2$

ещё раз читаем задачу (а то ли мы нашли, что просят) и записываем ответ.

ОТВЕТ 8.





2. Два велосипедиста одновременно отправились в 140-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

	S (км)	V(км/ ч)	t (ч)
I быстрый	140	x	$\frac{140}{x}$
II медленны й	140	x - 4	$\frac{140}{x - 4}$

Разница во времени движения – 4 часа. Из времени движения «медленного» вычитаем время движения «быстрого».

$$\frac{140}{x-4} - \frac{140}{x} = 4$$
$$\frac{35}{x-4} - \frac{35}{x} = 1$$





Задача 2

$$35x - 35(x - 4) = x(x - 4),$$

$$x^2 - 4x - 140 = 0,$$

$$D = 576 = 24^2, x_1 = \frac{4+24}{2} = \frac{28}{2} = 14, x_2 <$$

0 не подходит по смыслу задачи.

$$\text{Делаем проверку: } \frac{35}{14-4} - \frac{35}{14} = \frac{35}{10} - \frac{5}{2} = 3,5 - 2,5 = 1$$

Перечитываем условие задачи, записываем ответ.

ОТВЕТ 14





Задачи на работу решай так же как и на движение.

- **Задачи на работу похожи на задачи на движение.** В них вся работа играет роль расстояния, а производительности объектов, совершающих работу, аналогичны скоростям движения.

$$A = N \cdot t$$

- **A — работа,**
- **t — время,**
- **N — производительность (показывает, сколько работы сделано в единицу времени)**





3. Заказ на изготовление 192 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 4 детали больше?

	A	N	t (ч)
I быстрый	192	$x + 4$	$\frac{192}{x + 4}$
II медленный	192	x	$\frac{192}{x}$

$$\frac{192}{x} - \frac{192}{x + 4} = 4$$

$$\frac{48}{x} - \frac{48}{x + 4} = 1$$

$$48(x + 4) - 48x = x(x + 4), \quad x^2 + 4x - 192 = 0, \quad D = 784 = 28^2,$$

$$x_1 = \frac{-4 + 28}{2} = \frac{24}{2} = 12, \quad x_2 < 0 \text{ не подходит по смыслу задачи.}$$

$$\text{Делаем проверку: } \frac{48}{12} - \frac{48}{12+4} = \frac{48}{12} - \frac{48}{16} = 4 - 3 = 1$$

пересчитываем условие задачи, записываем ответ. **Ответ 12**





4. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

	A	N	t (мин)
I медленная	112	$x - 6$	$\frac{112}{x - 6}$
II быстрая	112	x	$\frac{112}{x}$

$$\frac{112}{x - 6} - \frac{112}{x} = 6$$

$$\frac{56}{x - 6} - \frac{56}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} 56x - 56(x - 6) &= 3x(x - 6), \\ 56x - 56x + 56 \cdot 6 &= 3x(x - 6) \end{aligned}$$

$$x(x - 6) = 56 \cdot 2, \quad x^2 - 6x - 112 = 0$$

$$D = 36 + 448 = 484 = 22^2, \quad x_1 = \frac{6+22}{2} = \frac{28}{2} = 14, \quad x_2 < 0$$

$$\text{Делаем проверку: } \frac{56}{14-6} - \frac{56}{14} = \frac{56}{8} - \frac{56}{14} = 7 - 4 = 3$$

ОТВЕТ 14





Полезный совет 3

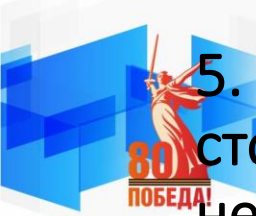
- При записи выражений для скоростей движения по течению и против течения ставь всегда на первое место собственную скорость.

22 км/ч – собственная скорость, x км/ч – скорость течения.

$$22 + x = x + 22, \text{ но } 22 - x \neq x - 22$$

Очень частая ошибка, которая приводит к потере времени при решении текстовой задачи на движение по воде!!!!



 5. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 80 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 13 часов. Ответ дайте в км/ч.

	S (км)	V(км/ч)	t (ч)
По течению	80	$x + 2$	$\frac{80}{x + 2}$
Против течения	80	$x - 2$	$\frac{80}{x - 2}$

$$\frac{80}{x + 2} + 4 + \frac{80}{x - 2} = 13$$

$$\frac{80}{x + 2} + \frac{80}{x - 2} = 9$$

$$80(x - 2) + 80(x + 2) = 9(x - 2)(x + 2)$$

$$80x - 160 + 80x + 160 = 9(x^2 - 4)$$

$$9x^2 - 160x - 36 = 0 \quad D = 160^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-36) = 25600 + 1296 = 26896 = 164^2$$

$$x_1 = \frac{160 + 164}{18} = \frac{324}{18} = 18, x_2 < 0$$

Проверка $\frac{80}{20} + \frac{80}{16} = 4 + 5 = 9$

ОТВЕТ 18





Полезный совет 4

- При решении задачи № 10 на ЕГЭ корень уравнения можно найти **подбором**. Ведь решение не проверяется!





Подбор корня уравнения

$$\frac{80}{x+2} + \frac{80}{x-2} = 9$$

Запишем все делители числа 80 : 2, 40, 4, **20**, 5, **16**, 8, 10.

Подберём такое число, чтобы числа $(x + 2)$ и $(x - 2)$ оказались делителями числа 80.

- 1) Пусть $x = 14$, тогда $x + 2 = 14 + 2 = 16$ – подходит, а $x - 2 = 14 - 2 = 12$ не подходит, так как среди делителей числа 80 нет числа 12.
- 2) Пусть $x = 18$, тогда $x + 2 = 18 + 2 = 20$, $x - 2 = 18 - 2 = 16$.

Числа 16 и 20 являются делителями числа 80.

ДЕЛАЕМ ПРОВЕРКУ (ОБЯЗАТЕЛЬНО) Проверка $\frac{80}{20} + \frac{80}{16} = 4 + 5 = 9$

И только после этого записываем в ответ число 18. Этот приём выручит, если в квадратном уравнении получились большие коэффициенты и вы затрудняетесь найти из него корень.





6. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 567 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 54 часа. Ответ дайте в км/ч.

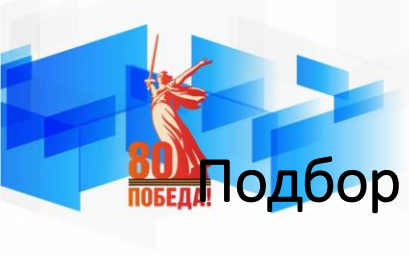
	S	V	t
По течению	567	$x + 3$	$\frac{567}{x + 3}$
Против течения	567	$x - 3$	$\frac{567}{x - 3}$

$$t_{\text{по течению}} + t_{\text{стоянки}} + t_{\text{против течения}} = 54$$

$$\frac{567}{x + 3} + 6 + \frac{567}{x - 3} = 54$$

$$\frac{567}{x + 3} + \frac{567}{x - 3} = 48$$





Подбор корня уравнения $\frac{567}{x+3} + \frac{567}{x-3} = 48$

- Число 567 разложим на простые множители

$$567 = 7 \cdot 81 = 7 \cdot 9 \cdot 9 = 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3.$$

- Из чисел вошедших в разложение составим делители числа 567 : 21, 63, 27, 81, 189.
- Подберём такое число, чтобы числа $(x + 3)$ и $(x - 3)$ оказались делителями числа 567.
- Пусть $x = 24$, тогда $x + 3 = 24 + 3 = 27$ и $x - 3 = 24 - 3 = 21$.
- ПРОВЕРЯЕМ: $\frac{567}{27} + \frac{567}{21} = 21 + 27 = 48$ **Ответ 24**





Задача 6. Решение уравнения

$$\begin{aligned}\frac{567}{x+3} + \frac{567}{x-3} &= 48 \\ 567(x-3) + 567(x+3) &= 48(x-3)(x+3) \\ 567x - 567 \cdot 3 + 567x + 567 \cdot 3 &= 48(x^2 - 9) \\ 2 \cdot 567x &= 48(x^2 - 9) \\ 189x &= 8(x^2 - 9) \\ 8x^2 - 189x - 72 &= 0\end{aligned}$$

$$D = 189^2 + 32 \cdot 72 = 35721 + 2304 = 38025 = 195^2$$

$$x_1 = \frac{189+195}{16} = \frac{384}{16} = 24 \quad x_2 < 0 \quad \text{Ответ } 24$$





7. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 609 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 25 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 51 час. Ответ дайте в км/ч.

	S (км)	V(км/ч)	t (ч)
По теч.	609	25+ x	$\frac{609}{25 + x}$
Проти в теч.	609	25 - x	$\frac{609}{25 - x}$

$$t_{\text{по течению}} + t_{\text{стоянки}} + t_{\text{против течения}} = 51$$

$$\frac{609}{25 + x} + 1 + \frac{609}{25 - x} = 51$$

$$\frac{609}{25 + x} + \frac{609}{25 - x} = 50$$

$$609(25 - x) + 609(25 + x) = 50(25 - x)(25 + x)$$

$$609 \cdot 25 - 609x + 609 \cdot 25 + 609x = 50(625 - x^2)$$


$$2 \cdot 609 \cdot 25 = 50(625 - x^2)$$

$$609 = 625 - x^2$$

$$x^2 = 16$$

Ответ: 4





8. Моторная лодка прошла против течения реки 168 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 13 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

	S (км)	V(км/ ч)	t (ч)
По теч	168	$13 + x$	$\frac{168}{13 + x}$
Прот ив теч	168	$13 - x$	$\frac{168}{13 - x}$

$$\frac{168}{13 - x} - \frac{168}{13 + x} = 2$$

$$168(13 + x) - 168(13 - x) = 2(13 - x)(13 + x)$$

$$168 \cdot 13 + 168x - 168 \cdot 13 + 168x = 2(169 - x^2)$$

$$2 \cdot 168x = 2(169 - x^2)$$

$$x^2 + 168x - 169 = 0$$

Заметим, что сумма коэффициентов в этом уравнении равна нулю, значит число 1 является корнем уравнения, второй корень - 169 не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 1





9. Расстояние между пристанями А и В равно 192 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч

	S	V	t
По теч	192	$x + 4$	$\frac{192}{x + 4}$
Против теч	192	$x - 4$	$\frac{192}{x - 4}$
Плот	92	4	23

$$\frac{192}{x + 4} + \frac{192}{x - 4} + 3 = \frac{92}{4}$$

$$192(x - 4) + 192(x + 4) = 20(x + 4)(x - 4)$$

$$192x - 192 \cdot 4 + 192x + 192 \cdot 4 = 20(x^2 - 16)$$

$$2 \cdot 192x = 20(x^2 - 16)$$

$$5x^2 - 96x - 80 = 0$$

$$D = 96^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-80) = 9216 + 1600 = 10816 = 104^2$$

$$x_1 = \frac{96 + 104}{10} = \frac{200}{10} = 20, x_2 < 0$$

Ответ: 20





Успешной сдачи экзамена!

