



# **Площади четырёхугольников. Задания № 17, № 19 ОГЭ по математике**

Козляковская Лидия Сергеевна  
учитель математики, МБОУ СОШ №2  
Тимашевский район





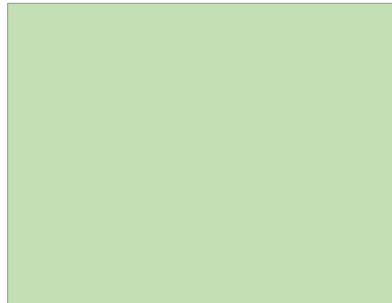
## Площади квадрата и прямоугольника



Пусть  $a$  – сторона квадрата,  $S$  – его площадь.

Тогда справедлива формула:

$$S = a^2$$

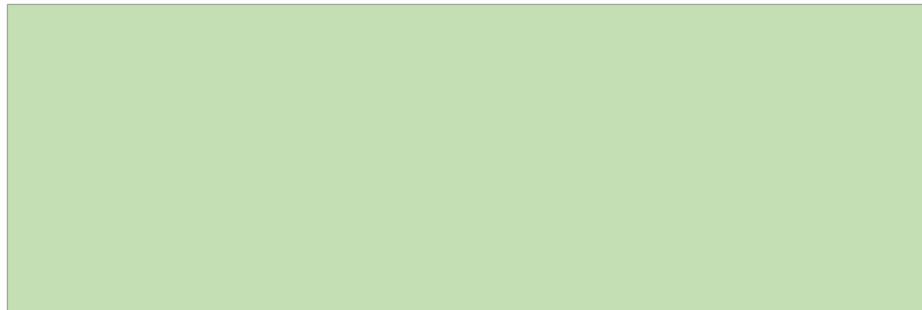


$a$

Пусть  $a$  и  $b$  – стороны прямоугольника,  $S$  – его площадь.

Тогда справедлива формула:

$$S = a b$$



$a$

$b$

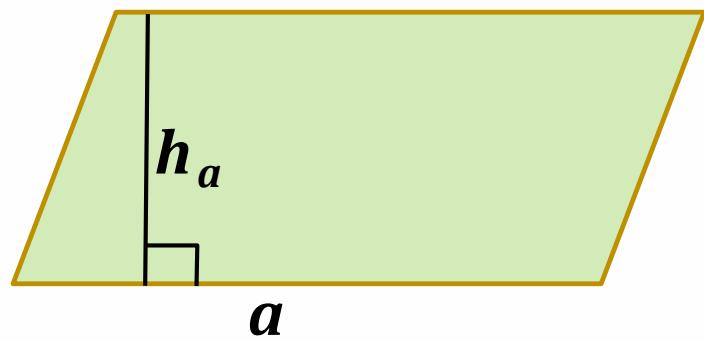


## Площадь параллелограмма

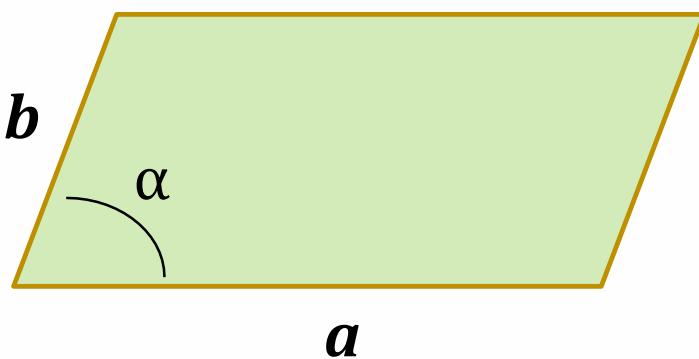
Пусть  $a$  и  $b$  – стороны параллелограмма,  $h_a$  – высота, проведенная к стороне  $a$ ,  $S$  – его площадь.

Тогда справедлива формула:

$$S = ah_a$$



$$S = ab \sin \alpha$$

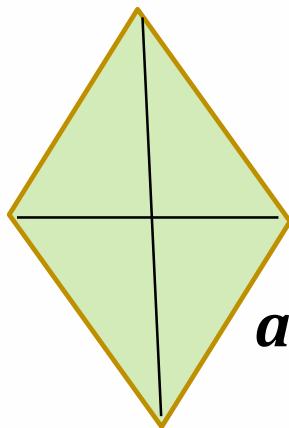




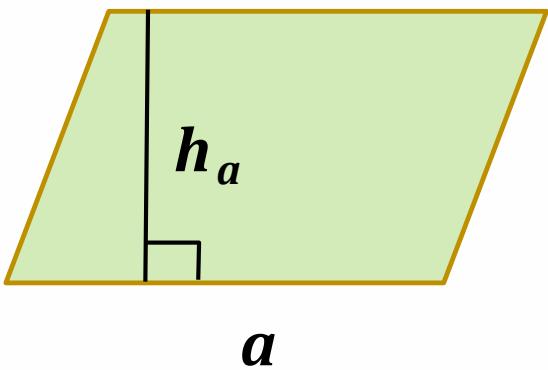
## Площадь ромба

Пусть  $a$  – сторона ромба,  $d_1$  и  $d_2$  – диагонали ромба,  $S$  – его площадь.

Тогда справедлива формула:



$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$



$$S = ah_a$$



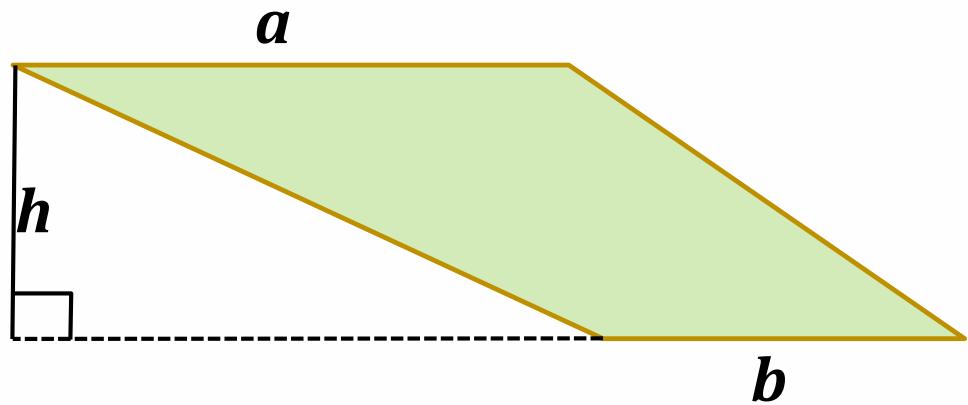
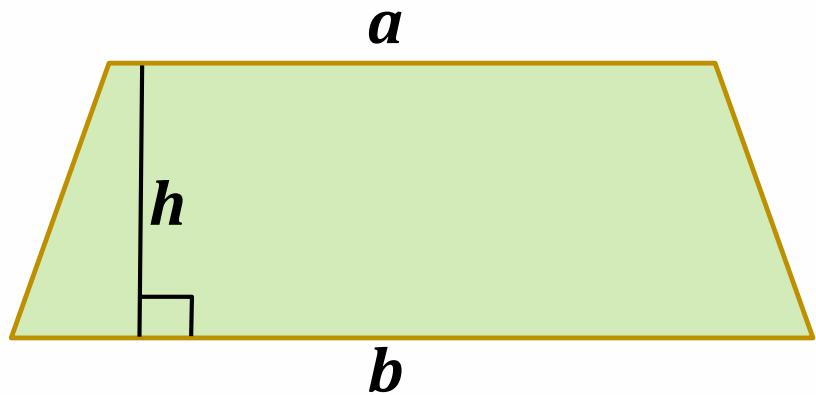
## Площадь трапеции



Пусть  $a$  и  $b$  – основания трапеции,  $h$  – высота,  $S$  – площадь трапеции.

Тогда справедлива формула:

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$





# ПРЯМОУГОЛЬНИК



Найдите площадь прямоугольника со сторонами 4,4 и  $\frac{9}{2}$ .



**Дано:**

ABCD – прямоугольник

$$AD = 4,4$$

$$AB = \frac{9}{2}$$

**Найти:**  $S_{ABCD}$

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB$$

$$S_{ABCD} = 4,4 \cdot \frac{9}{2} = \frac{4,4 \cdot 9}{2} = 2,2 \cdot 9 = 19,8$$

**Решение:**



**Ответ:** 19,8



Найдите площадь прямоугольника, если его диагональ равна 25, а одна из сторон 7.

**Дано:**

ABCD – прямоугольник

AB = 7

BD = диагональ

BD = 25

**Найти:**  $S_{ABCD}$

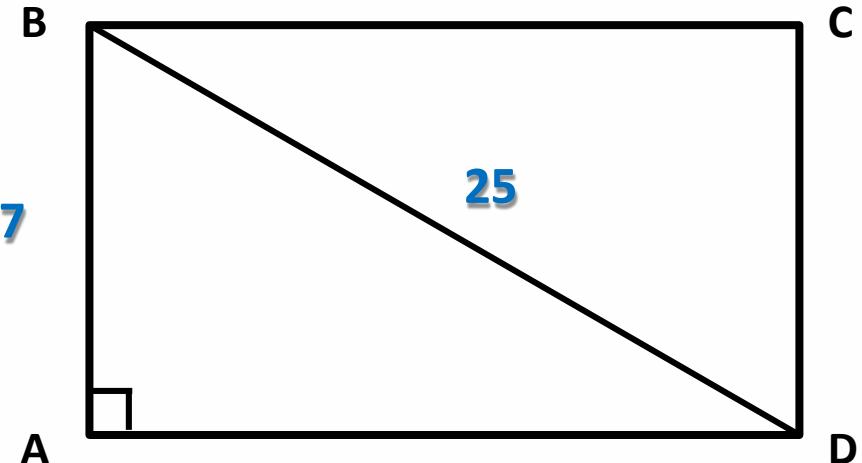
**Решение:**

Рассмотрим  $\triangle ABD$ , он прямоугольный,  $\angle A = 90^\circ$ . По теореме Пифагора:

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB$$

$$S_{ABCD} = 24 \cdot 7 = 168$$



**Ответ:** 168



Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до двух его сторон равны 2 см и 3 см. Найдите площадь прямоугольника



**Дано:**

ABCD – прямоугольник

$$AC \cap BD = (\cdot) O$$

$$OK = 2 \text{ см}$$

$$OH = 3 \text{ см}$$

**Найти:**  $S_{ABCD}$

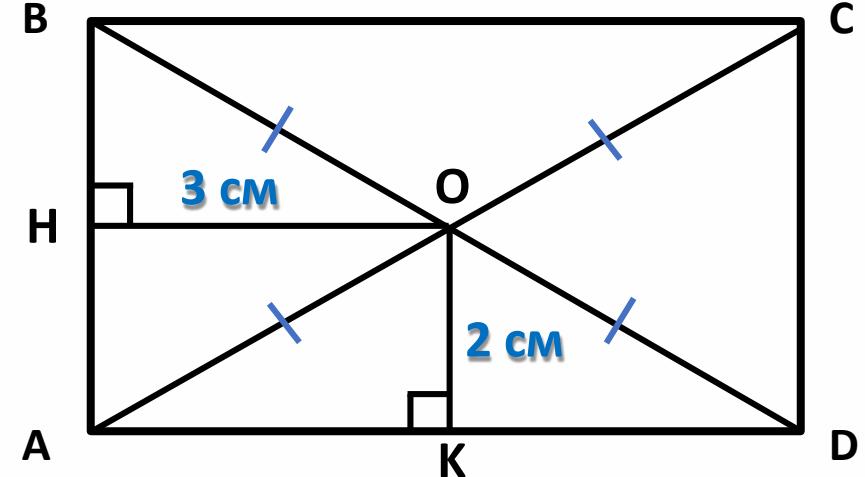
**Решение:**

O – середина сторон AC и BD. OK и OH – расстояния от точки O до сторон AD и AB прямоугольника.

$$OK – \text{средняя линия } \triangle ACD: OK = \frac{1}{2} CD \Rightarrow CD = 2 \cdot OK = 2 \cdot 2 = 4 \text{ (см)}$$

$$OH – \text{средняя линия } \triangle ABD: OH = \frac{1}{2} AD \Rightarrow AD = 2 \cdot OH = 2 \cdot 3 = 6 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot CD = 6 \cdot 4 = 24 \text{ (см}^2\text{)}$$



**Ответ:** 24



Найти площадь прямоугольника, если дана сторона 10 см, а разность между диагональю и другой стороной составляет 4 см.



Дано:

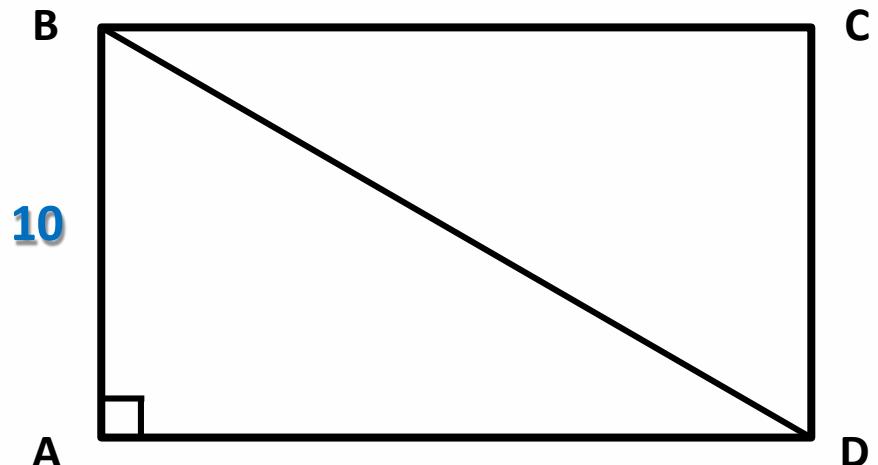
ABCD – прямоугольник

BD = диагональ

AB = 10 см

BD - AD = 4

Найти:  $S_{ABCD}$



Решение:

Пусть  $AD = x$  см, тогда  $BD = x + 4$  см.

По теореме Пифагора из  $\triangle ABD$ :

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$

$$10^2 + x^2 = (x + 4)^2$$

$$x^2 + 100 = x^2 + 8x + 16$$

$$-8x = 16 - 100$$

$$-8x = -84$$

$$x = 10,5 = AD$$

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= AD \cdot AB = 10,5 \cdot 10 = \\ &= 105 (\text{см}^2) \end{aligned}$$

Ответ: 105



# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ



# Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



**Дано:**

ABCD – параллелограмм

AH = 3, HD = 11

BH = 4, AB = 5

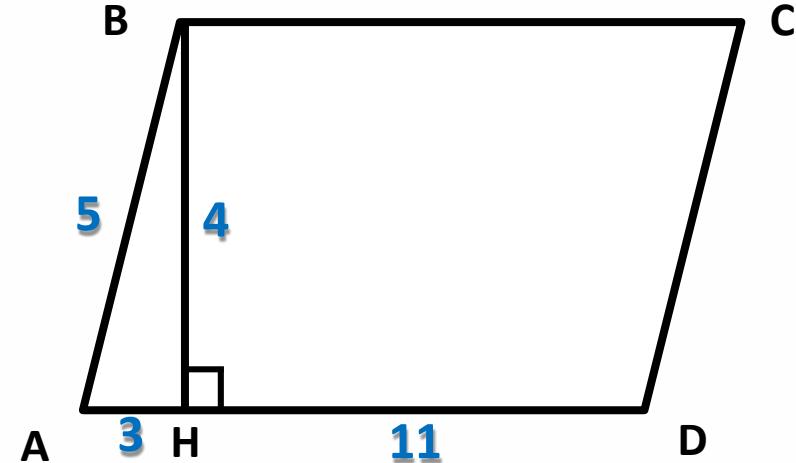
**Найти:**  $S_{ABCD}$

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

$$AD = AH + HD = 3 + 11 = 14$$

$$S_{ABCD} = 14 \cdot 4 = 56$$

**Решение:**



**Ответ:** 56



В параллелограмме ABCD точка E – середина стороны AB. Площадь трапеции DAEC равна 111. Найдите площадь параллелограмма ABCD.



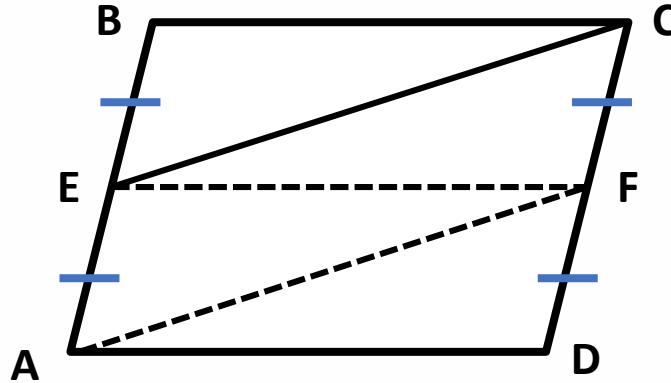
**Дано:**

ABCD – параллелограмм

E – середина AB

$$S_{DAEC} = 111$$

**Найти:**  $S_{ABCD}$



**Решение:**

Проведём отрезок EF параллельно основаниям AD и BC. F – середина CD. Проведём отрезок AF.

В параллелограмме четыре треугольника, имеющие равные площади. В трапеции три треугольника.

$$S_{AECD} = 3 \cdot S_{ADF}$$

$$S_{ADF} = 111 : 3 = 37$$

$$S_{ABCD} = 37 \cdot 4 = 148$$

Ответ: 148



Площадь параллелограмма равна 48, а его стороны 6 и 12.  
Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

Дано:

ABCD – параллелограмм

$$S_{ABCD} = 48$$

$$AD = 12, AB = 6$$

Найти: BK, BH

$$S_{ABCD} = a \cdot h$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot BK$$

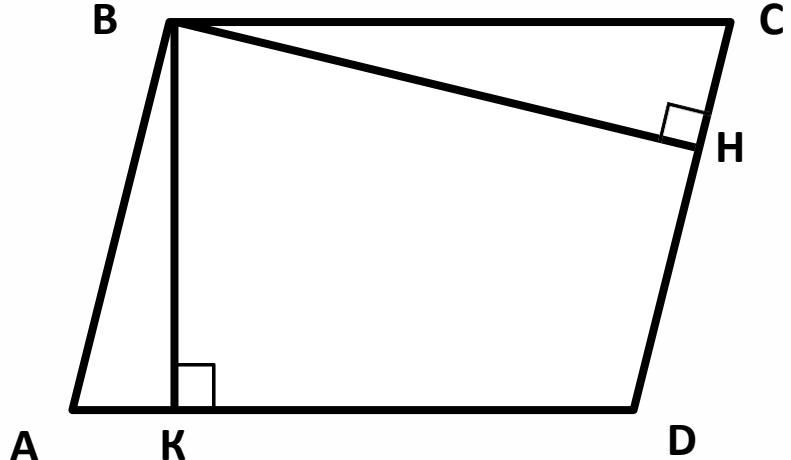
$$BK = 48 : 12 = 4$$

$$S_{ABCD} = CD \cdot BH, CD = AB = 6 \text{ (стороны параллелограмма)}$$

$$BH = 48 : 6 = 8$$

BH > BK, 8 > 4, значит большая высота равна 8.

Решение:



Ответ: 8



Высоты параллелограмма равны 5 и 4 см, а периметр равен 36 см. Найдите площадь параллелограмма.

**Дано:**

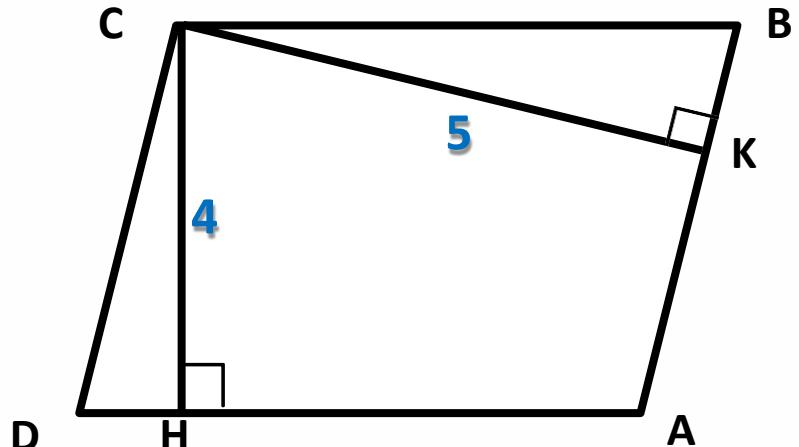
ABCD – параллелограмм

CH = 4 см

CK = 5 см

P<sub>ABCD</sub> = 36 см

**Найти:** S<sub>ABCD</sub>



**Решение:**

$$P_{ABCD} = 36, \frac{P}{2} = 36 : 2 = 18 \text{ (см)}$$

$$AD = x, \text{ тогда } AB = 18 - x.$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot CH = 4x$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot CK = (18 - x) \cdot 5$$

$$4x = (18 - x) \cdot 5$$

$$4x = 90 - 5x$$

$$4x + 5x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

$$AD = 10 \text{ см}, AB = 8 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ:** 40



# РОМБ



Периметр ромба равен 52 см, а один из углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь этого ромба.



Дано:

ABCD – ромб

$$P_{ABCD} = 52 \text{ см}$$

$$\angle A = 30^\circ$$

Найти:  $S_{ABCD}$

$$S_{ABCD} = a \cdot h$$

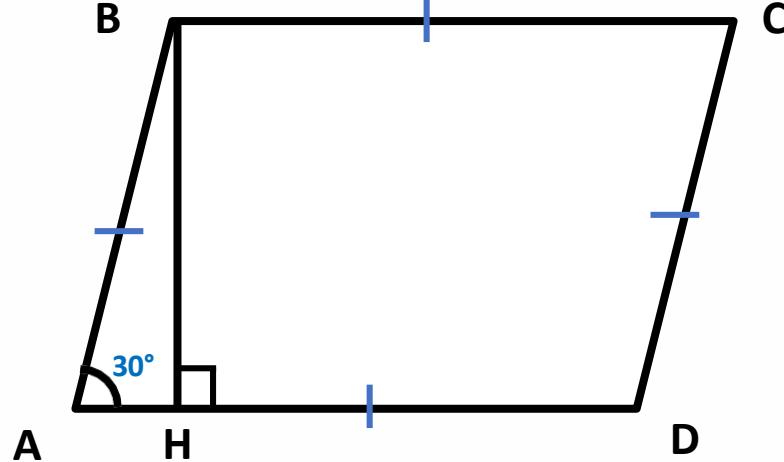
Проведем высоту  $BH = h$ . Рассмотрим  $\triangle ABH$ , он прямоугольный ( $BH \perp AD$ ),  $AB = BC = CD = AD = 52 : 4 = 13$  (см) (сторона ромба).

Катет  $BH$ , лежащий против угла  $A = 30^\circ$ , равен половине гипotenузы  $AB$ .

$$BH = 13 : 2 = 6,5 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH = 13 \cdot 6,5 = 84,5 \text{ (см}^2\text{)}$$

Решение:



Ответ: 84,5



Сторона ромба равна 6, а один из углов равен  $150^\circ$ . Найдите площадь этого ромба.



**Дано:**

ABCD – ромб

$AB = 6$

$\angle A = 150^\circ$

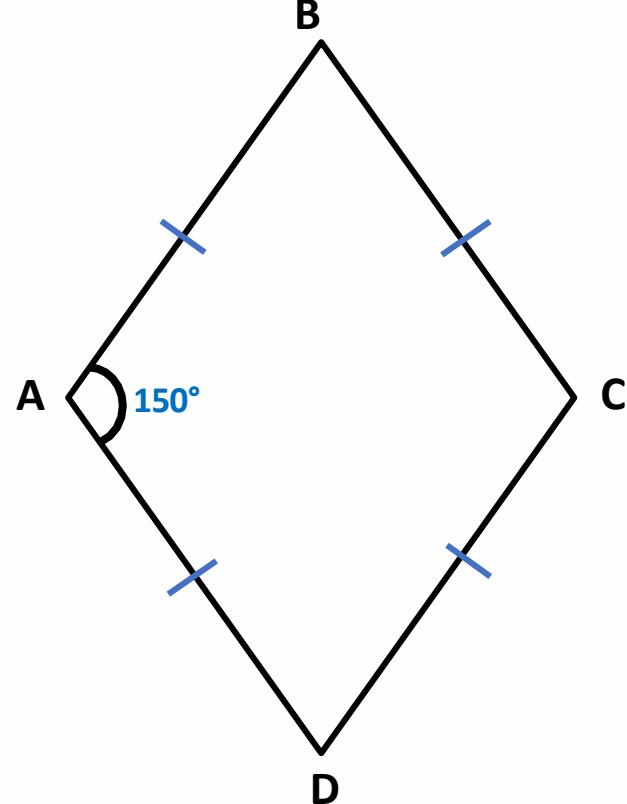
**Найти:**  $S_{ABCD}$

**Решение:**

$\angle A = 150^\circ, \angle B = 180^\circ - \angle A = 30^\circ$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin 30^\circ = 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 18$$

**Ответ:** 18





Диагонали ромба равны 3,5 и 12 см. Найдите площадь этого ромба.



**Дано:**

ABCD – ромб

AC = 3,5 см

BD = 12 см

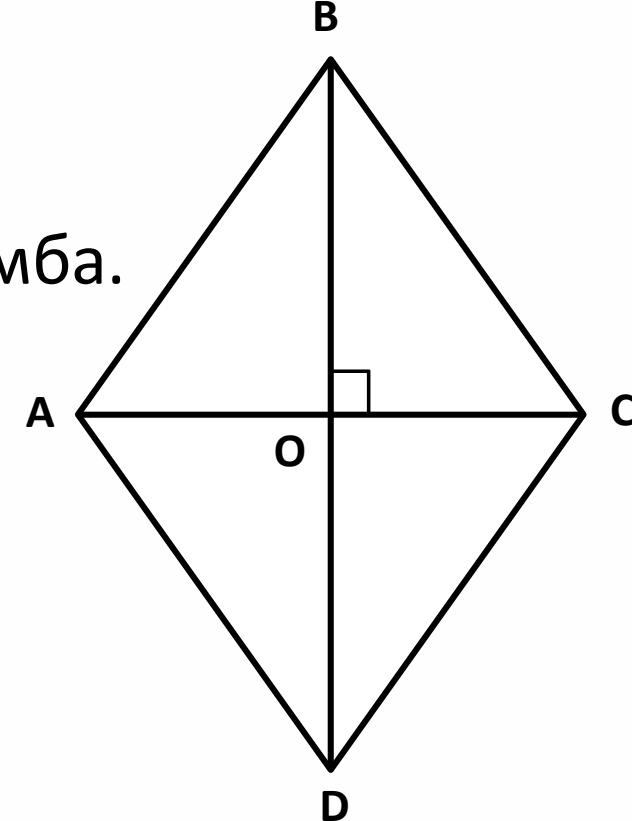
**Найти:**  $S_{ABCD}$

**Решение:**  $S_{ABCD} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ ,  $d_1, d_2$  – диагонали ромба.

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{3,5 \cdot 12}{2} = \frac{3,5 \cdot 6}{1} = 21 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ:** 21





Площадь ромба равна 360. Одна из его диагоналей в 5 раз больше другой. Найдите меньшую диагональ.



**Дано:**

ABCD – ромб

$$S_{ABCD} = 360$$

$BD > AC$  в 5 раз

**Найти:** AC

**Решение:**  
Пусть  $AC = x$ , тогда  $BD = 5x$ .

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$$

$$360 = \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot x$$

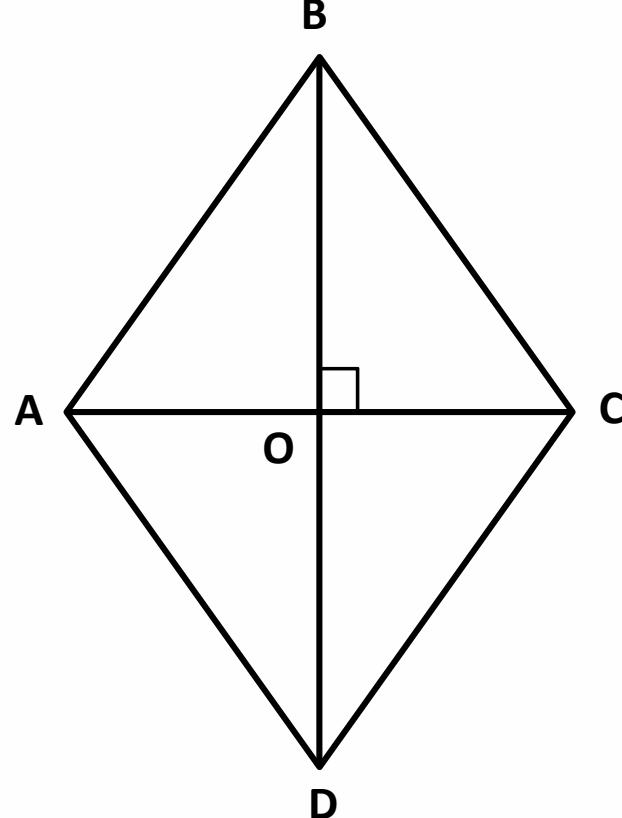
$$360 = \frac{5}{2} \cdot x^2$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

$$AC = 12, BD = 5 \cdot 12 = 60, AC < BD$$

**Ответ:** 12

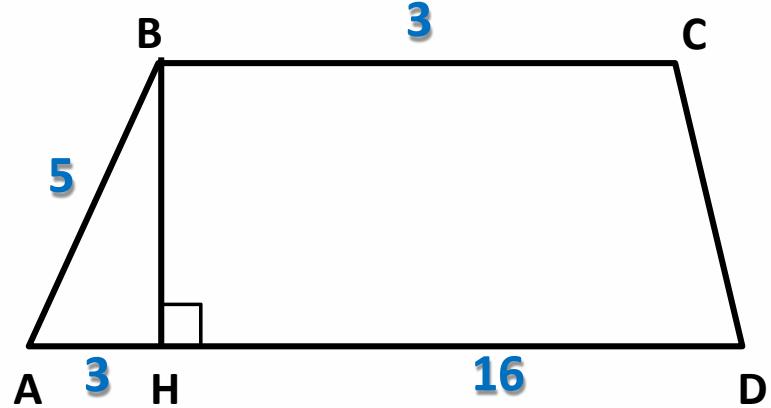




# ТРАПЕЦИЯ



Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Дано:

ABCD – трапеция

AH = 3; HD = 16

BC = 3; AB = 5

Найти:  $S_{ABCD}$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

$\triangle ABH$  – египетский, значит  $BH = 4$

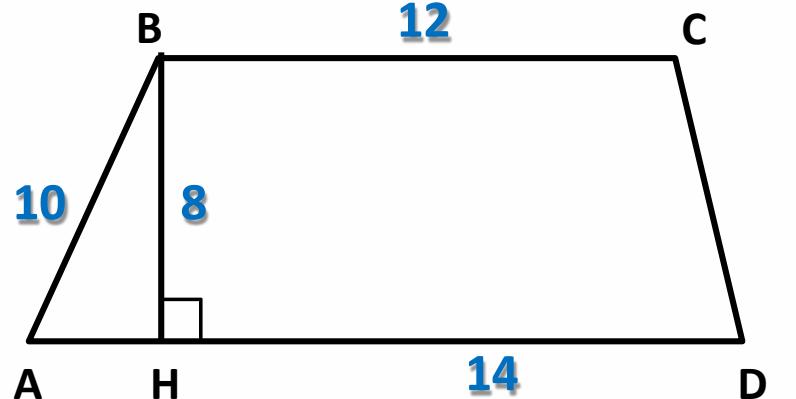
$$AD = AH + HD = 3 + 16 = 19$$

$$S_{ABCD} = \frac{19 + 3}{2} \cdot 4 = \frac{22}{2} \cdot 4 = 11 \cdot 4 = 44$$

Ответ: 44



Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Дано:

ABCD – трапеция

AB = 10

BH = 8

BC = 12

HD = 14

Найти:  $S_{ABCD}$

Решение:

$\triangle ABH$  – прямоугольный, по теореме Пифагора:

$$\begin{aligned}AH &= \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \\&\sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6\end{aligned}$$

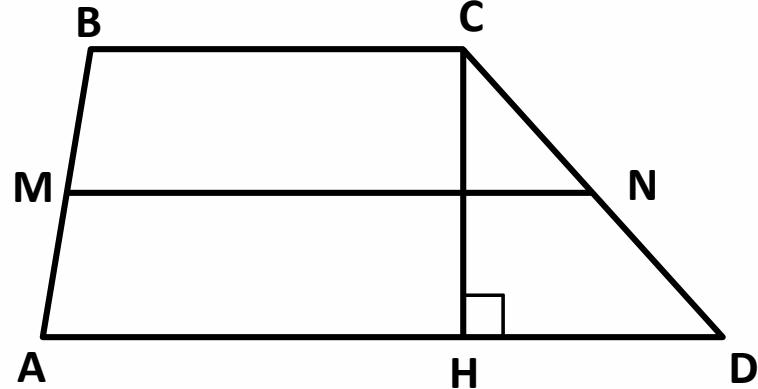
$$AD = AH + HD = 6 + 14 = 20$$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = \frac{20 + 12}{2} \cdot 8 = 128$$

Ответ: 128



Средняя линия трапеции равна 12. Высота равна 16. Найдите площадь трапеции.



Дано:

ABCD – трапеция

MN – средняя линия

MN = 12

CH - высота

CH = 16

Найти:  $S_{ABCD}$

Решение:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH$$

MN – средняя линия трапеции,  
 $\frac{AD + BC}{2}$

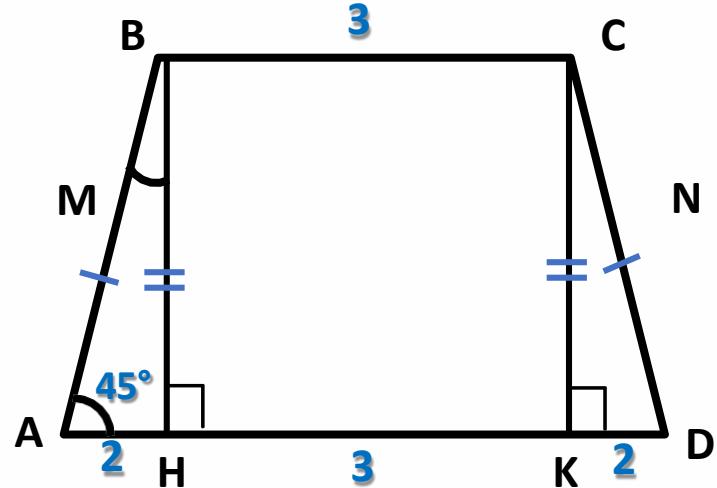
$$MN = \frac{AD + BC}{2} = 12$$

$$S_{ABCD} = 12 \cdot 16 = 192$$

Ответ: 192



В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 7, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции



Дано:

ABCD – равнобедренная трапеция

$AB = CD$

$BC = 3; AD = 7$

$\angle BAD = 45^\circ$

Найти:  $S_{ABCD}$

Решение:

ABCD – равнобедренная трапеция, значит  $AB = CD$  и  $\angle A = 45^\circ$

Проведём высоты BH и CK, проекции наклонных AB и CD равны.  $BC = HK = 3$ ,  $AH = KD = (7 - 3) : 2 = 2$

$\triangle ABH$  – прямоугольный, равнобедренный, т.к.  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle H = 90^\circ \Rightarrow \angle B = 45^\circ \Rightarrow AH = BH = 2$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

$$S_{ABCD} = \frac{7 + 3}{2} \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$$

Ответ: 10



# КВАДРАТ



Периметр квадрата равен 28 см. Найдите его площадь.



**Дано:**

ABCD – квадрат

$$P = 28 \text{ см}$$

**Найти:**  $S_{ABCD}$

**Решение:**

ABCD – квадрат  $\Rightarrow AB = BC = CD = AD$

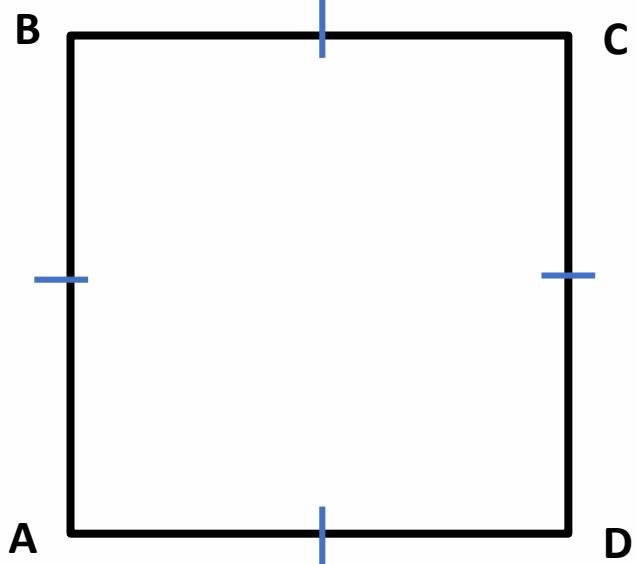
$$P_{ABCD} = 4 \cdot AB$$

$$4 \cdot AB = 28$$

$$AB = 28 : 4 = 7 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = 7^2 = 7 \cdot 7 = 49 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ:** 49





Найдите площадь квадрата, если в него вписана окружность радиуса 5.



**Дано:**

О – центр вписанной окружности

$$R = 5$$

**Найти:**  $S_{ABCD}$

$$S_{ABCD} = a^2 = AD^2$$

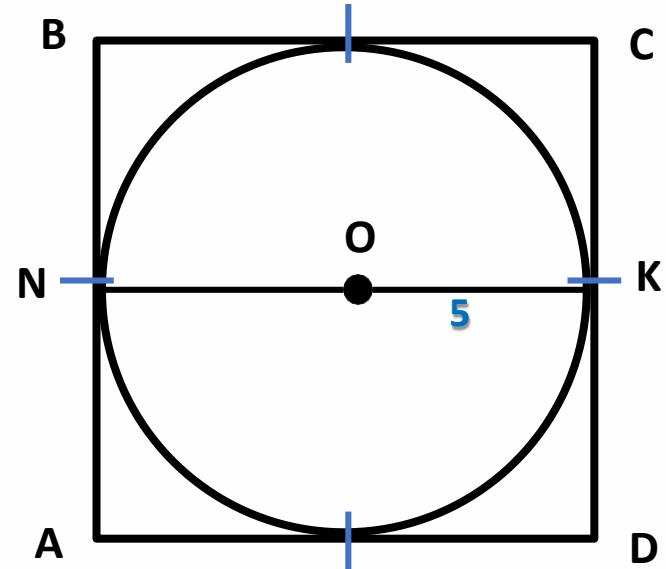
Окружность, вписанная в квадрат, касается всех его сторон. Проведём диаметр  $KN = 5 \cdot 2 = 10$

$$KN = AD = 10$$

$$S_{ABCD} = 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

**Решение:**

**Ответ:** 100





Из квадрата со стороной 9 см вырезали прямоугольник  $3 \times 2$  (см). Найдите площадь получившейся фигуры.



**Дано:**

Квадрат со стороной 9 см

Прямоугольник  $3 \times 2$  (см)

**Найти:**  $S_{\text{фигуры}}$

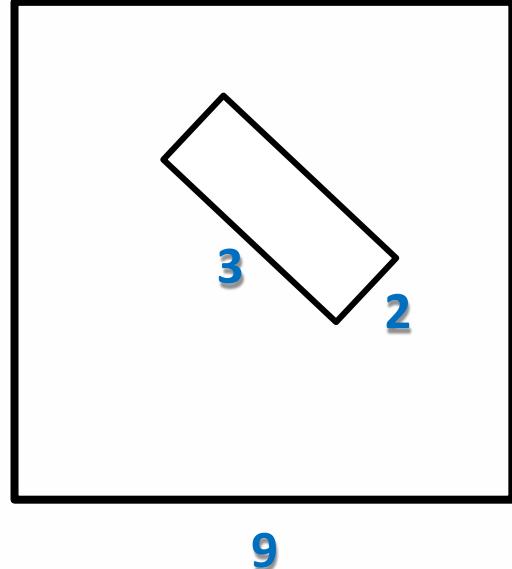
**Решение:**

$$S_{\text{квадрата}} = a^2 = 9 \cdot 9 = 81 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{прямоугольника}} = ab = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{фигуры}} = 81 - 6 = 75 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ:** 75





# Найдите площадь квадрата, если диагональ равна 7 см.



**Дано:**

ABCD – квадрат

AC - диагональ

AC = 7 см

**Найти:**  $S_{ABCD}$

Стороны квадрата ABCD равны, значит

$AB = BC = CD = AD = x$  см.

$\triangle ABC$  – равнобедренный,

прямоугольный. По теореме Пифагора

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$x^2 + x^2 = 7^2$$

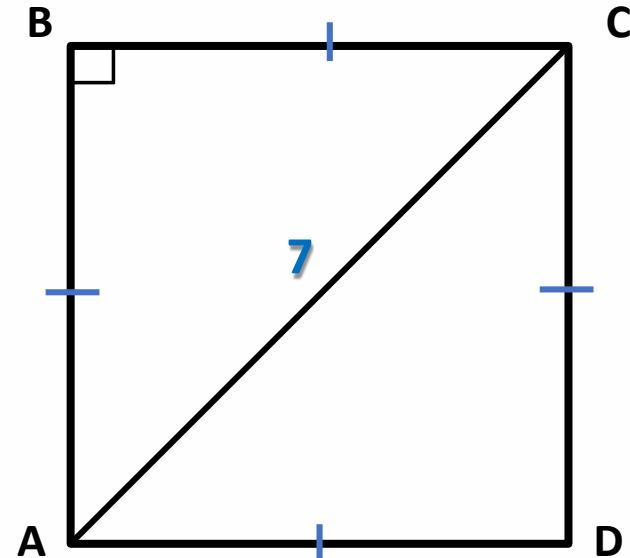
$$2x^2 = 49$$

$$x^2 = \frac{49}{2} = 24,5$$

$$S_{ABCD} = x^2 = \frac{49}{2} = 24,5 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ:** 24,5

Решение:





**Спасибо за внимание.**

**Удачи на экзаменах.**