



Площади четырёхугольников. Задания № 17, № 19 ОГЭ по математике

Козляковская Лидия Сергеевна
учитель математики, МБОУ СОШ №2
Тимашевский район



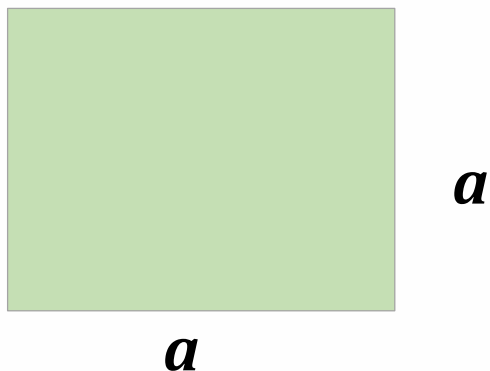


Площади квадрата и прямоугольника

Пусть ***a*** – сторона квадрата, ***S***
– его площадь.

Тогда справедлива формула:

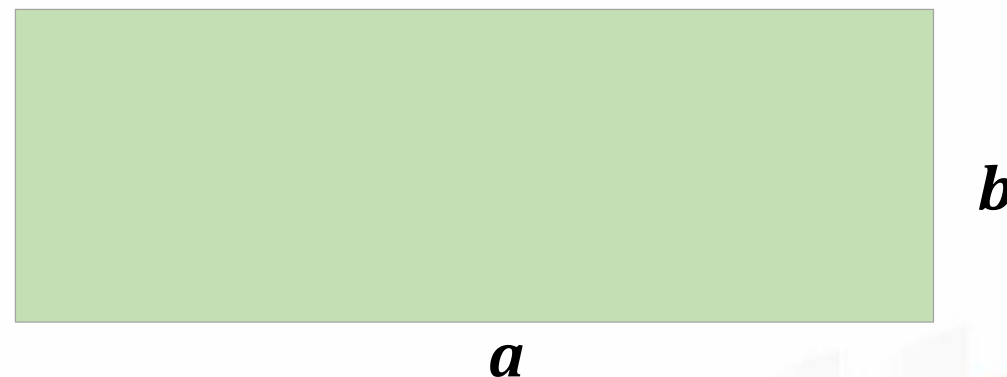
$$S = a^2$$



Пусть ***a*** и ***b*** – стороны
прямоугольника, ***S*** – его
площадь.

Тогда справедлива формула:

$$S = a b$$



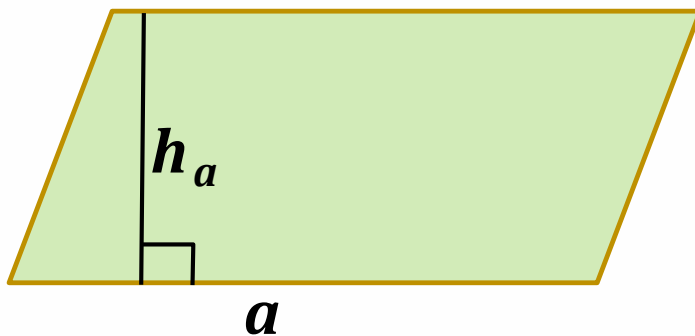


Площадь параллелограмма

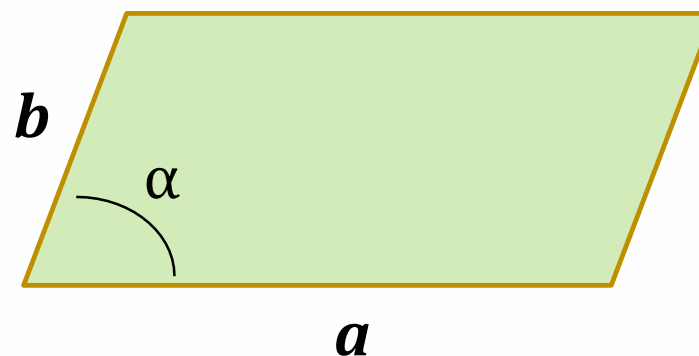
Пусть a и b – стороны параллелограмма, h_a – высота, проведенная к стороне a , S – его площадь.

Тогда справедлива формула:

$$S = ah_a$$



$$S = absin\alpha$$

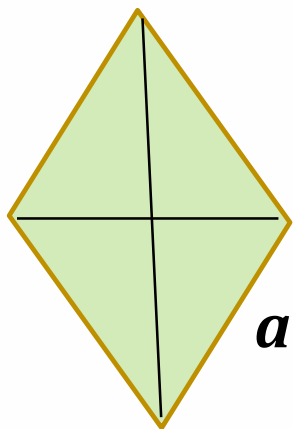




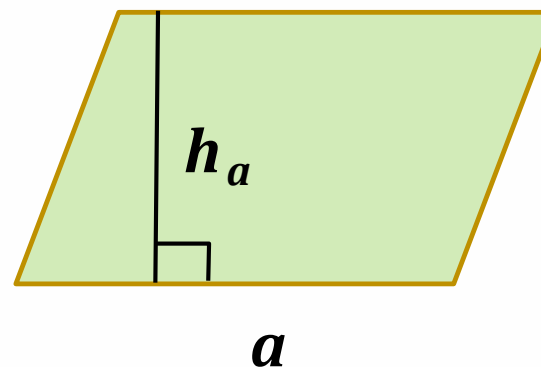
Площадь ромба

Пусть a – сторона ромба, d_1 и d_2 – диагонали ромба, S – его площадь.

Тогда справедлива формула:



$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$



$$S = ah_a$$



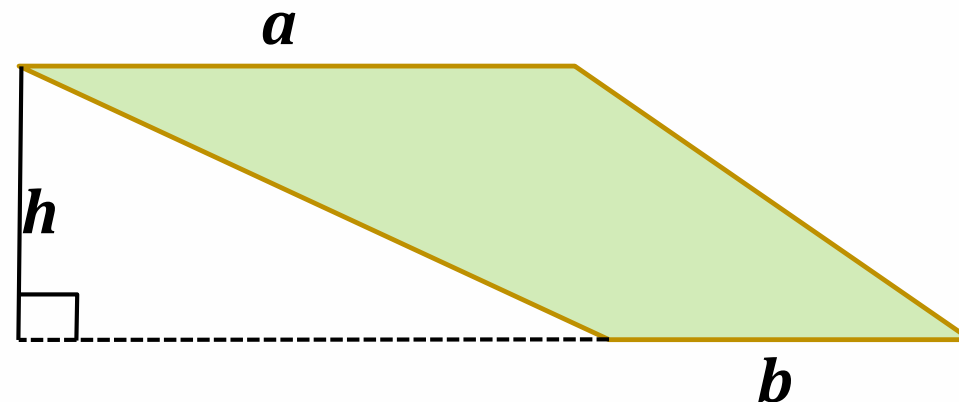
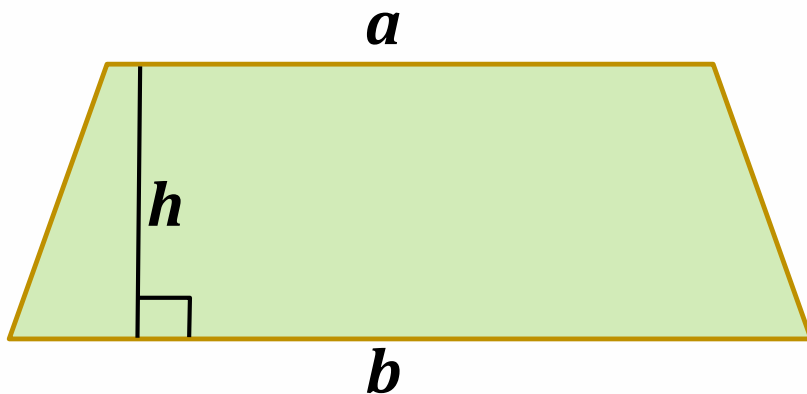


Площадь трапеции

Пусть ***a*** и ***b*** – основания трапеции, ***h*** – высота, ***S*** – площадь трапеции.

Тогда справедлива формула:

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$





ПРЯМОУГОЛЬНИК





Найдите площадь прямоугольника со сторонами 4,4 и $\frac{9}{2}$.



Дано:

ABCD – прямоугольник

$$AD = 4,4$$

$$AB = \frac{9}{2}$$

Найти: S_{ABCD}

Решение:

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB$$

$$S_{ABCD} = 4,4 \cdot \frac{9}{2} = \frac{4,4 \cdot 9}{2} = 2,2 \cdot 9 = 19,8$$

Ответ: 19,8





Найдите площадь прямоугольника, если его диагональ равна 25, а одна из сторон 7.

Дано:

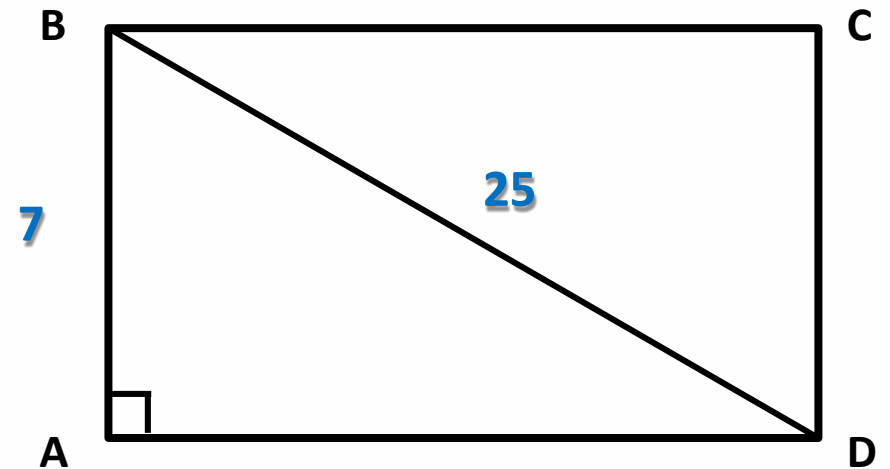
ABCD – прямоугольник

AB = 7

BD = диагональ

BD = 25

Найти: S_{ABCD}



Решение:

Рассмотрим $\triangle ABD$, он прямоугольный, $\angle A = 90^\circ$. По теореме Пифагора:

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB$$

$$S_{ABCD} = 24 \cdot 7 = 168$$

Ответ: 168





Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до двух его сторон равны 2 см и 3 см. Найдите площадь прямоугольника

Дано:

$ABCD$ – прямоугольник

$AC \cap BD = (\cdot) O$

$OK = 2$ см

$OH = 3$ см

Найти: S_{ABCD}

Решение:

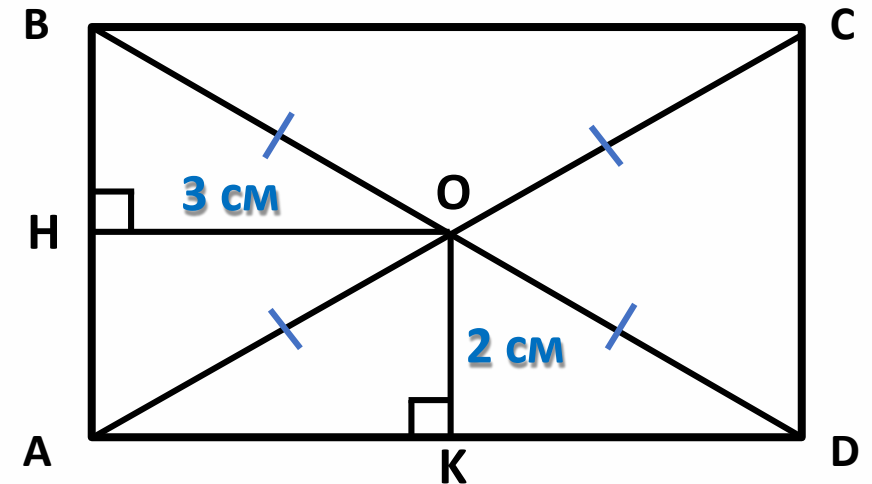
O – середина сторон AC и BD . OK и OH – расстояния от точки O до сторон AD и AB прямоугольника.

OK – средняя линия $\triangle ACD$: $OK = \frac{1}{2} CD \Rightarrow CD = 2 \cdot OK = 2 \cdot 2 = 4$ (см)

OH – средняя линия $\triangle ABD$: $OH = \frac{1}{2} AD \Rightarrow AD = 2 \cdot OH = 2 \cdot 3 = 6$ (см)

$S_{ABCD} = AD \cdot CD = 6 \cdot 4 = 24$ (см²)

Ответ: 24





Найти площадь прямоугольника, если дана сторона 10 см, а разность между диагональю и другой стороной составляет 4 см.

Дано:

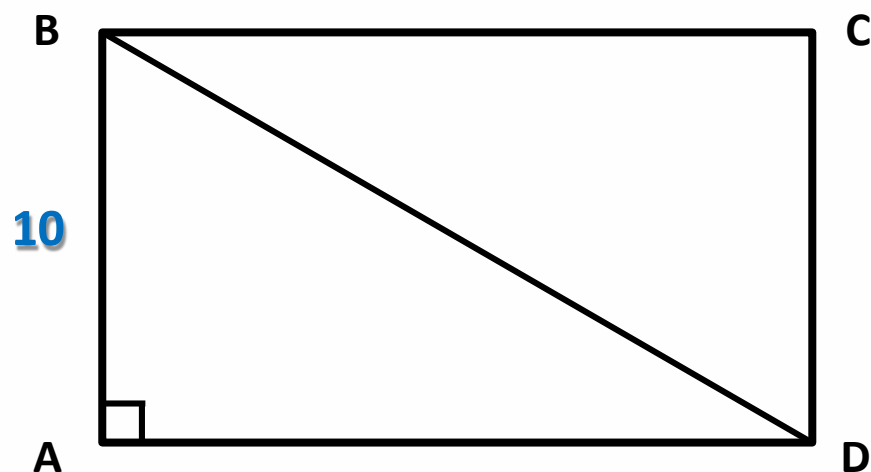
ABCD – прямоугольник

BD = диагональ

AB = 10 см

BD - AD = 4

Найти: S_{ABCD}



Решение:

Пусть AD = x см, тогда BD = x + 4 см.

По теореме Пифагора из $\triangle ABD$:

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$

$$10^2 + x^2 = (x + 4)^2$$

$$x^2 + 100 = x^2 + 8x + 16$$

$$-8x = 16 - 100$$

$$-8x = -84$$

$$x = 10,5 = AD$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB = 10,5 \cdot 10 = 105 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 105





ПАРАЛЛЕЛОГРАММ





Найдите площадь параллелограмма,
изображенного на рисунке.

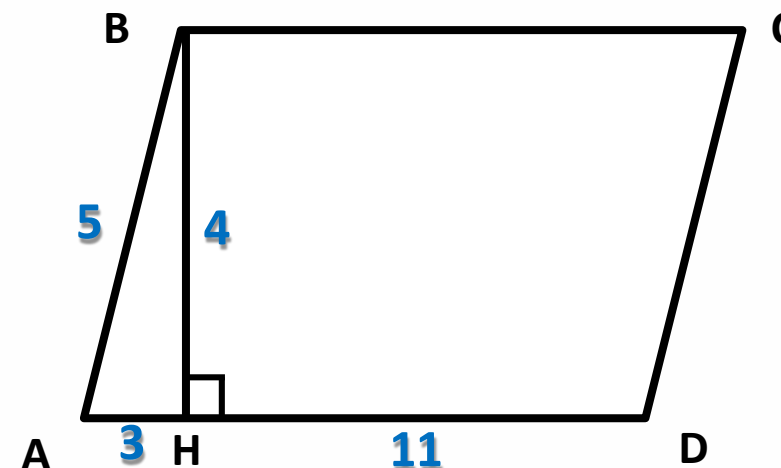
Дано:

ABCD – параллелограмм

АН = 3, HD = 11

ВН = 4, АВ = 5

Найти: S_{ABCD}



Решение:

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

$$AD = AH + HD = 3 + 11 = 14$$

$$S_{ABCD} = 14 \cdot 4 = 56$$

Ответ: 56





В параллелограмме ABCD точка E – середина стороны AB. Площадь трапеции DAEC равна 111. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

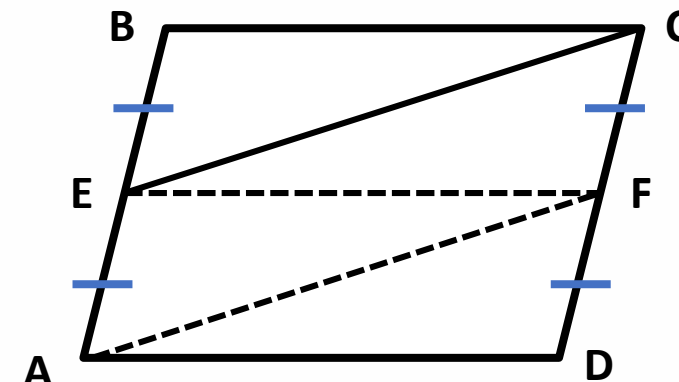
Дано:

ABCD – параллелограмм

E – середина AB

$$S_{DAEC} = 111$$

Найти: S_{ABCD}



Решение:

Проведём отрезок EF параллельно основаниям AD и BC. F – середина CD. Проведём отрезок AF. В параллелограмме четыре треугольника, имеющие равные площади. В трапеции три треугольника.

$$S_{AECD} = 3 \cdot S_{ADF}$$

$$S_{ADF} = 111 : 3 = 37$$

$$S_{ABCD} = 37 \cdot 4 = 148$$

Ответ: 148





Площадь параллелограмма равна 48, а его стороны 6 и 12.
Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

Дано:

ABCD – параллелограмм

$$S_{ABCD} = 48$$

$$AD = 12, AB = 6$$

Найти: BK, BH

$$S_{ABCD} = a \cdot h$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot BK$$

$$BK = 48 : 12 = 4$$

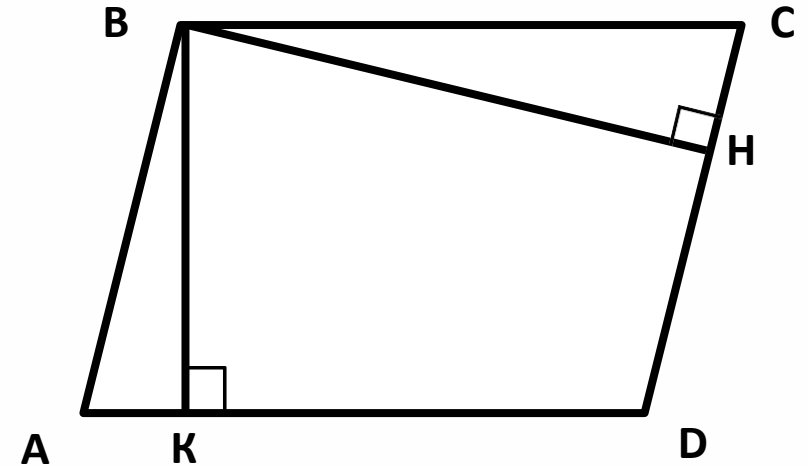
$$S_{ABCD} = CD \cdot BH, CD = AB = 6 \text{ (стороны параллелограмма)}$$

$$BH = 48 : 6 = 8$$

$BH > BK, 8 > 4$, значит большая высота равна 8.

Ответ: 8

Решение:





Высоты параллелограмма равны 5 и 4 см, а периметр равен 36 см. Найдите площадь параллелограмма.



Дано:

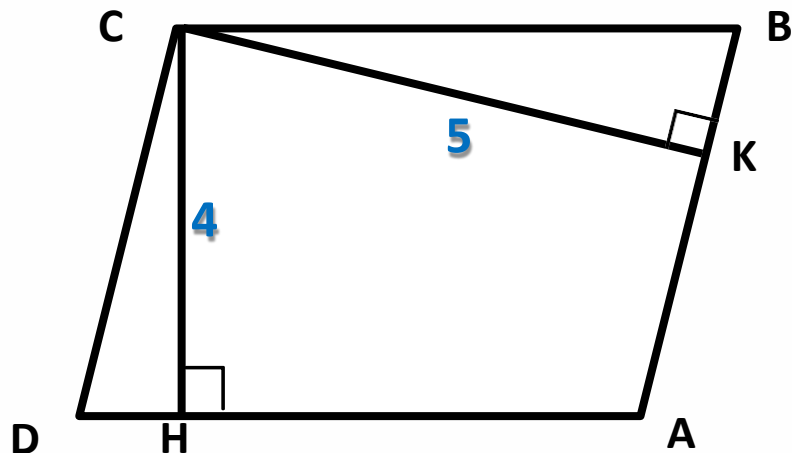
ABCD – параллелограмм

CH = 4 см

CK = 5 см

$P_{ABCD} = 36$ см

Найти: S_{ABCD}



Решение:

$$P_{ABCD} = 36, \frac{P}{2} = 36 : 2 = 18 \text{ (см)}$$

AD = x, тогда AB = 18 - x.

$$S_{ABCD} = AD \cdot CH = 4x$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot CK = (18 - x) \cdot 5$$

$$4x = (18 - x) \cdot 5$$

$$4x = 90 - 5x$$

$$4x + 5x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

$$AD = 10 \text{ см, } AB = 8 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 40





РОМБ





Периметр ромба равен 52 см, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Дано:

$ABCD$ – ромб

$P_{ABCD} = 52$ см

$\angle A = 30^\circ$

Найти: S_{ABCD}

$$S_{ABCD} = a \cdot h$$

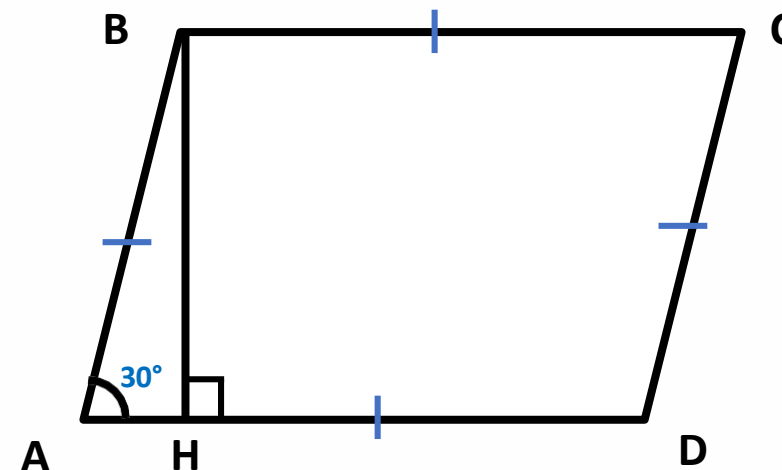
Проведем высоту $BH = h$. Рассмотрим $\triangle ABH$, он прямоугольный ($BH \perp AD$), $AB = BC = CD = AD = 52 : 4 = 13$ (см) (сторона ромба).

Катет BH , лежащий против угла $A = 30^\circ$, равен половине гипотенузы AB .

$$BH = 13 : 2 = 6,5 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH = 13 \cdot 6,5 = 84,5 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 84,5





Сторона ромба равна 6, а один из углов равен 150° . Найдите площадь этого ромба.

Дано:

ABCD – ромб

$AB = 6$

$\angle A = 150^\circ$

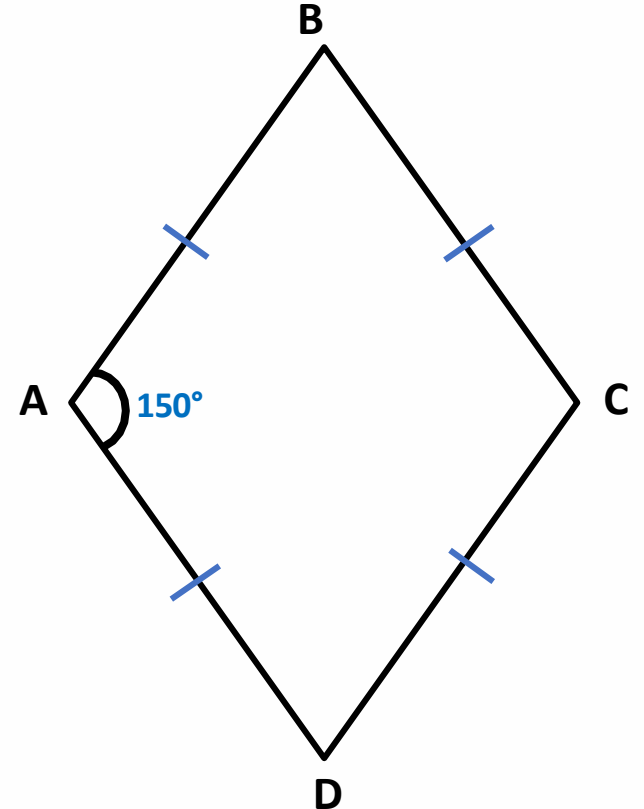
Найти: S_{ABCD}

Решение:

$\angle A = 150^\circ$, $\angle B = 180^\circ - \angle A = 30^\circ$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin 30^\circ = 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 18$$

Ответ: 18





Диагонали ромба равны 3,5 и 12 см. Найдите площадь этого ромба.



Дано:

ABCD – ромб

AC = 3,5 см

BD = 12 см

Найти: S_{ABCD}

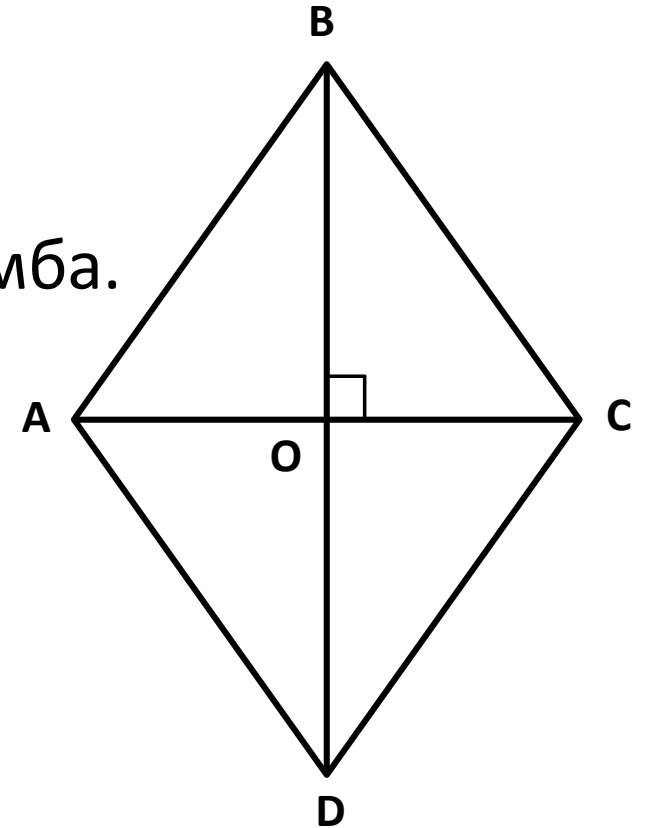
Решение:

$$S_{ABCD} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}, d_1, d_2 - \text{диагонали ромба.}$$

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{3,5 \cdot 12}{2} = \frac{3,5 \cdot 6}{1} = 21 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 21





Площадь ромба равна 360. Одна из его диагоналей в 5 раз больше другой. Найдите меньшую диагональ.



Дано:

ABCD – ромб

$$S_{ABCD} = 360$$

BD > AC в 5 раз

Найти: AC

Решение:

Пусть AC = x, тогда BD = 5x.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$$

$$360 = \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot x$$

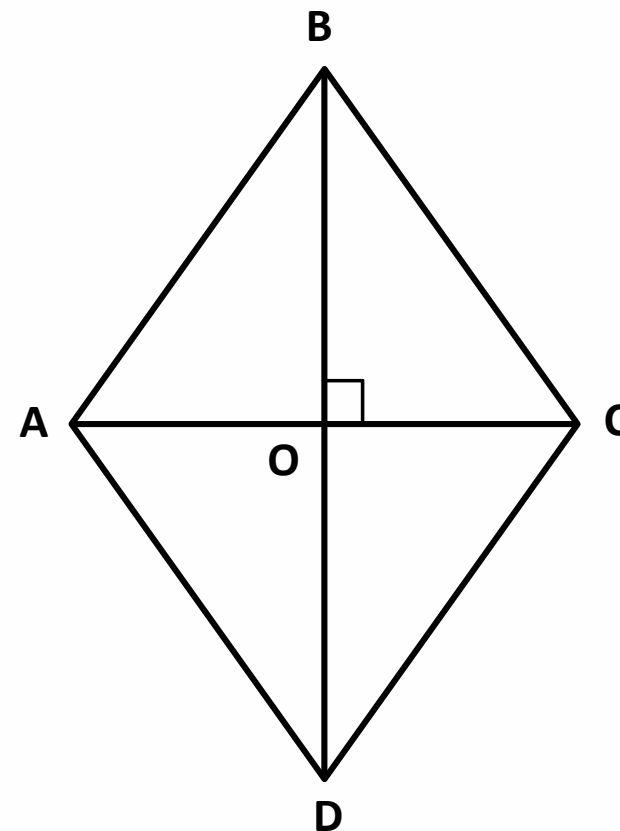
$$360 = \frac{5}{2} \cdot x^2$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

$$AC = 12, BD = 5 \cdot 12 = 60, AC < BD$$

Ответ: 12



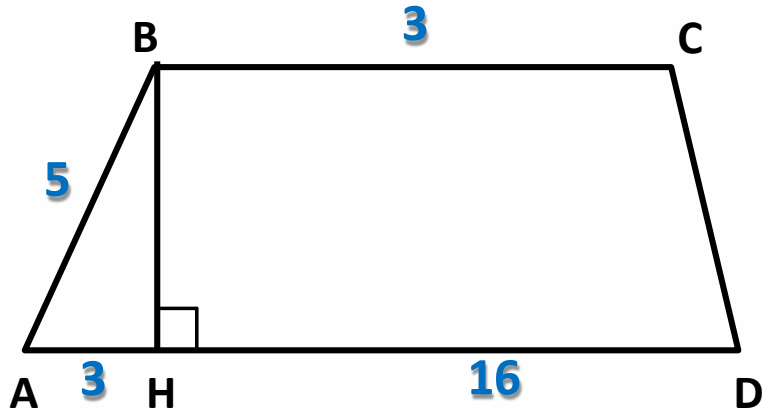


ТРАПЕЦИЯ





Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Дано:

ABCD – трапеция

АН = 3; HD = 16

BC = 3; AB = 5

Найти: S_{ABCD}

Решение:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

$\triangle ABH$ – египетский, значит $BH = 4$

$$AD = AH + HD = 3 + 16 = 19$$

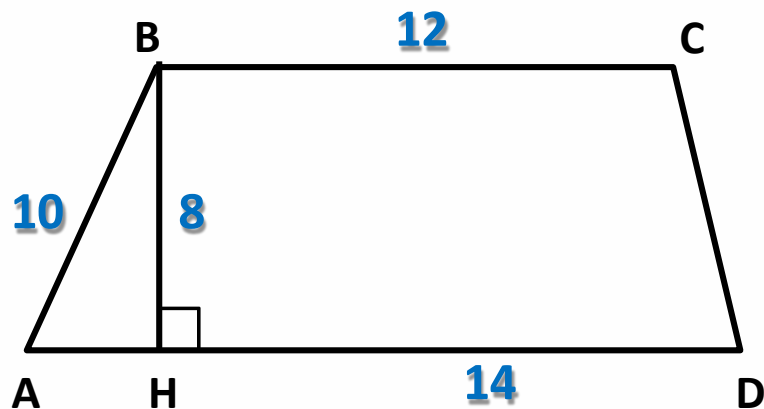
$$S_{ABCD} = \frac{19 + 3}{2} \cdot 4 = \frac{22}{2} \cdot 4 = 11 \cdot 4 = 44$$

Ответ: 44





Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Дано:

ABCD – трапеция

AB = 10

BH = 8

BC = 12

HD = 14

Найти: S_{ABCD}

Решение:

$\triangle ABH$ – прямоугольный, по теореме Пифагора:

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

$$AD = AH + HD = 6 + 14 = 20$$

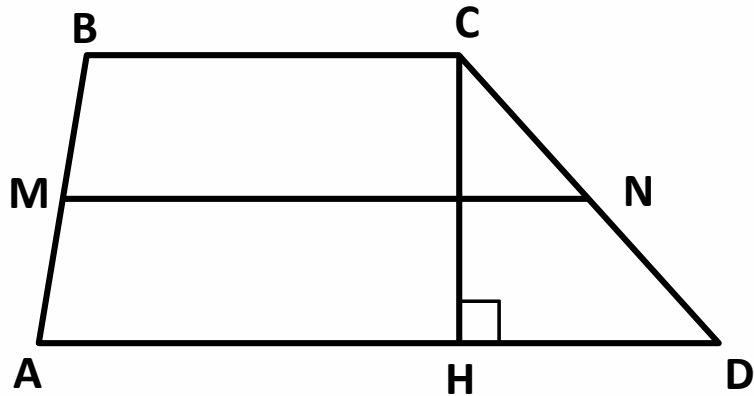
$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = \frac{20 + 12}{2} \cdot 8 = 128$$

Ответ: 128





Средняя линия трапеции равна 12. Высота равна 16. Найдите площадь трапеции.



Дано:

ABCD – трапеция

MN – средняя линия

$MN = 12$

CH – высота

$CH = 16$

Найти: S_{ABCD}

Решение:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH$$

MN – средняя линия трапеции,

$$MN = \frac{AD + BC}{2} = 12$$

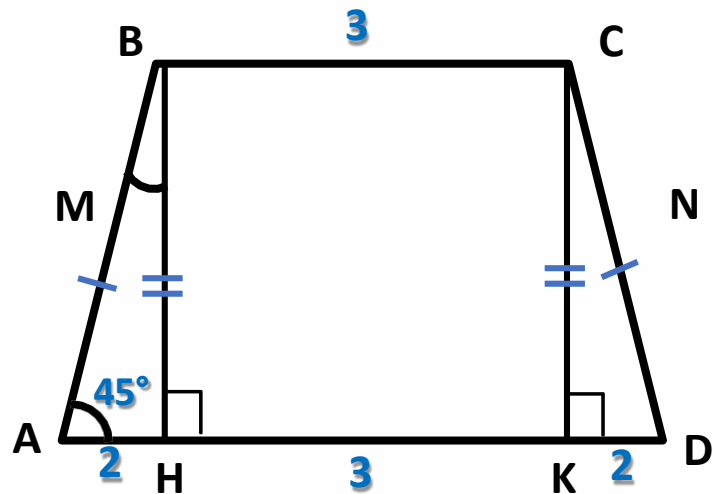
$$S_{ABCD} = 12 \cdot 16 = 192$$

Ответ: 192





В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 7, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции



Дано:

ABCD – равнобедренная трапеция

$AB = CD$

$BC = 3; AD = 7$

$\angle BAD = 45^\circ$

Найти: S_{ABCD}

Решение:

ABCD – равнобедренная трапеция, значит $AB = CD$ и $\angle A = 45^\circ$

Проведём высоты BH и CK, проекции наклонных AB и CD равны. $BC = HK = 3$, $AH = KD = (7 - 3) : 2 = 2$

$\triangle ABH$ – прямоугольный, равнобедренный, т.к.

$\angle A = 45^\circ$, $\angle H = 90^\circ \Rightarrow \angle B = 45^\circ \Rightarrow AH = BH = 2$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

$$S_{ABCD} = \frac{7 + 3}{2} \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$$

Ответ: 10





КВАДРАТ





Периметр квадрата равен 28 см. Найдите его площадь.



Дано:

ABCD – квадрат

$$P = 28 \text{ см}$$

Найти: S_{ABCD}

Решение:

ABCD – квадрат $\Rightarrow AB = BC = CD = AD$

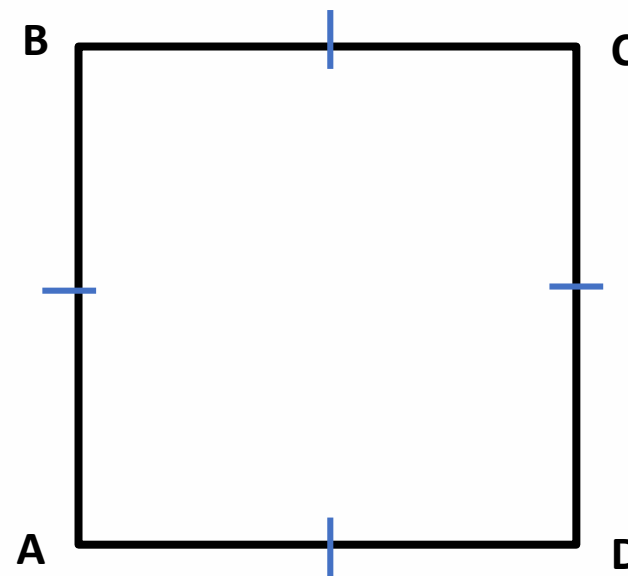
$$P_{ABCD} = 4 \cdot AB$$

$$4 \cdot AB = 28$$

$$AB = 28 : 4 = 7 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = 7^2 = 7 \cdot 7 = 49 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 49





Найдите площадь квадрата, если в него вписана окружность радиуса 5.



Дано:

O – центр вписанной окружности

$$R = 5$$

Найти: S_{ABCD}

Решение:

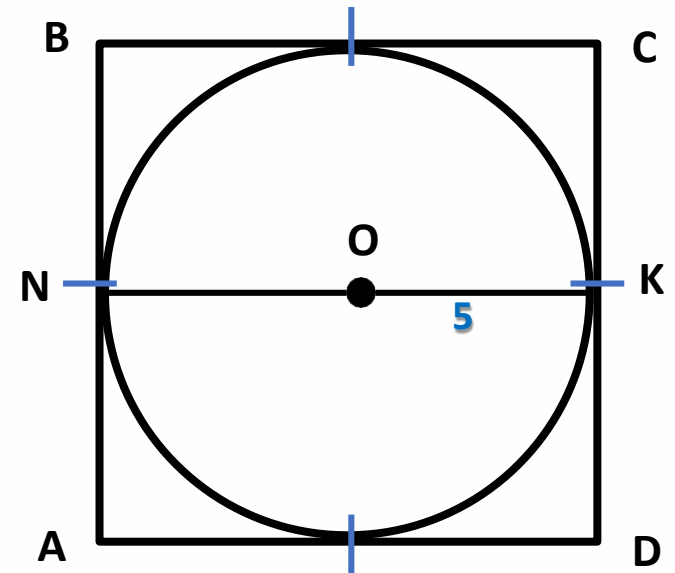
$$S_{ABCD} = a^2 = AD^2$$

Окружность, вписанная в квадрат, касается всех его сторон. Проведём диаметр $KN = 5 \cdot 2 = 10$

$$KN = AD = 10$$

$$S_{ABCD} = 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

Ответ: 100





Из квадрата со стороной 9 см вырезали прямоугольник 3×2 (см). Найдите площадь получившейся фигуры.



Дано:

Квадрат со стороной 9 см

Прямоугольник 3×2 (см)

Найти: $S_{\text{фигуры}}$

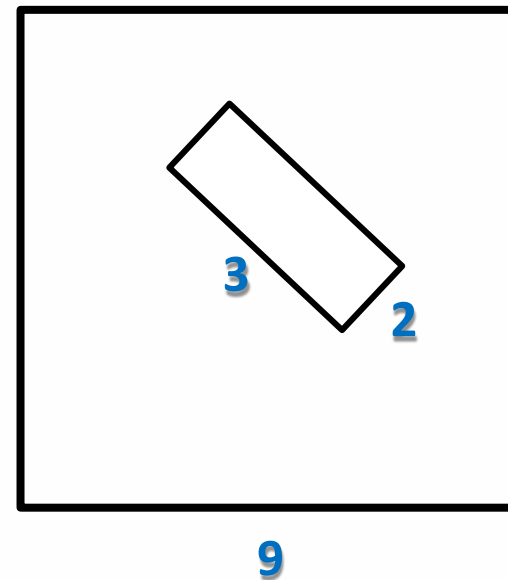
Решение:

$$S_{\text{квадрата}} = a^2 = 9 \cdot 9 = 81 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{прямоугольника}} = ab = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{фигуры}} = 81 - 6 = 75 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 75





Найдите площадь квадрата, если диагональ
равна 7 см.



Решение:

Дано:

ABCD – квадрат

AC – диагональ

AC = 7 см

Найти: S_{ABCD}

Стороны квадрата ABCD равны, значит

$AB = BC = CD = AD = x$ см.

$\triangle ABC$ – равнобедренный,
прямоугольный. По теореме Пифагора

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

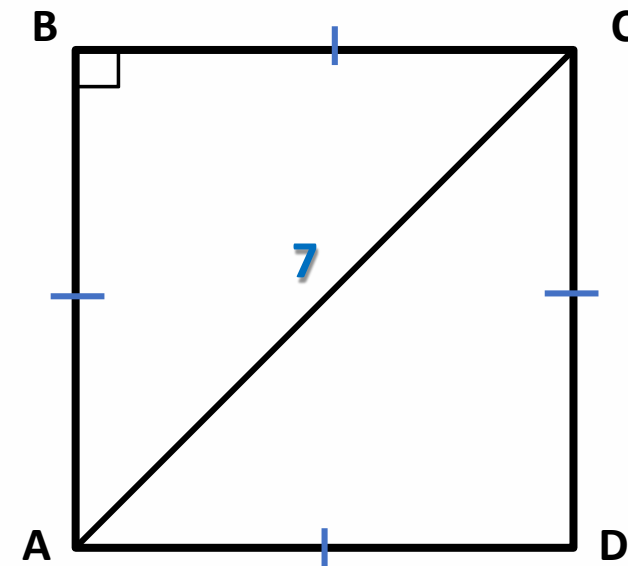
$$x^2 + x^2 = 7^2$$

$$2x^2 = 49$$

$$x^2 = \frac{49}{2} = 24,5$$

$$S_{ABCD} = x^2 = \frac{49}{2} = 24,5 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 24,5





Спасибо за внимание.

Удачи на экзаменах.

