Особенности подготовки обучающихся к задачам «на доказательство» с точки зрения учителя и эксперта

Учитель математики МАОУ гимназии № 92

г. Краснодара имени Героя РФ Александра Аверкиева

Экшиян Алиса Андреевна

Что такое задача «на доказательство» -

это задача № 24 ОГЭ

Это задание представляет собой планиметрическую задачу на доказательство без чертежа, связанную со свойствами и признаками треугольников, четырёхугольников и окружностей.

Задание № 24
проверяет умение проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, а также распознавать и изображать геометрические фигуры на плоскости, различать их взаимное расположение

Сущность доказательства состоит

в построении последовательности ранее

доказанных и принятых в математике

утверждений.

Доказать какое-либо утверждение – это значит показать, что утверждение является логическим следствием системы уже доказанных и принятых в науке утверждений.

Для успешного выполнения задания нужно, чтобы обучающийся уверенно владел теоретическими фактами, знал нестандартные методы решения задач.

Методы решения задач, которые полезно знать обучающимся

- *метод площадей*
- *метод подобия*
- *метод дополнительных построений*
- *метод вспомогательной окружности*

Для успешного решения задачи нужно

- *внимательно прочитать условие задачи*
- *сделать чертеж, все известные данные занести на чертеж*
- *выяснить, что требуется доказать в задаче и что для этого нужно*
- *если необходимо, то сделать дополнительные построения и последовательно применять знания теоретических фактов к условию задачи*

Критерии оценивания выполнения задания 24

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	***Максимальный балл***

Моя задача, как учителя –

научить обучающихся применять при

решении задач известные им

теоретические знания.

Во многих случаях при подготовке я со своими учениками рассматриваю различные способы решения задачи.

Доказательство может быть проведено несколькими способами.

Право выбора остается за обучающимся.

Моя задача, как эксперта –

оценить только математическую

грамотность и полноту данного решения.

Во время работы эксперта

нужно различать функции ГИА и

текущего контроля во время урока.

Эксперт не должен,

опираясь на свой методический опыт,

требовать наличия конкретных,

привычных ему, подходов к оформлению

решения задач.

Ключевая задача ОГЭ по математике –

дать возможность участнику экзамена

продемонстрировать уровень освоения

требований ФГОС.

Трудности, которые испытывают обучающиеся

- *это задачи, которые не подчиняются определенным алгоритмам*
- *для решения задачи необходимо выбрать метод решения задачи и теоремы, которые будут использовать*
- *необходима большая практика решения таких задач*

Типичные ошибки при решении геометрических задач

- *невнимательное прочтение условия задачи и вопроса к ней*
- *недостаточно правильно выполненный чертеж*
- *не знание или не понимание аксиом, определений, теорем*
- *не умение их применять*
- *нарушение логики в рассуждениях*
- *выбор неверной гипотезы*
- *вычислительные ошибки*

Чтобы решить задачу полезно придерживаться правила

- пока не произведен полный, глубокий анализ задачи, не построена ее схематическая запись (чертеж), не приступать к самому решению задачи
- решение любой геометрической задачи есть последовательное применение каких-то знаний к условиям данной задачи, получение из этих условий следствий (промежуточных решений) до тех пор, пока не получены такие следствия, которые являются ответами на требования (вопросы) задачи
- уметь применять различные основные методы решения задач.

Рекомендации учителя

- *знать разные свойства площади треугольника*
- *знать условия принадлежности четырех точек одной окружности*
- *знать свойство пересекающихся хорд*
- *свойства вписанных и центральных углов*

Все задачи

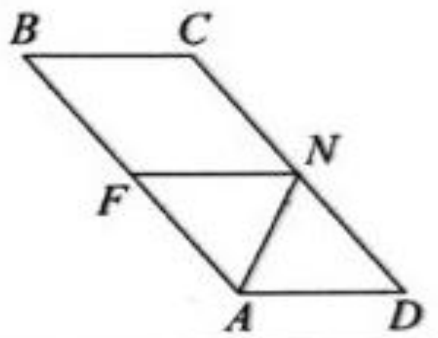
на сайте ФИПИ

в открытом банке задач

24 Сторона CD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD. Точка N — середина стороны CD. Докажите, что AN — биссектриса угла BAD.

Доказательство.

Проведём прямую NF параллельно стороне AD (см. рисунок). Поскольку $CN = ND = AD$, параллелограмм $ADNF$ является ромбом, поэтому диагональ AN ромба $ADNF$ делит угол DAF пополам. Значит, AN — биссектриса угла BAD.



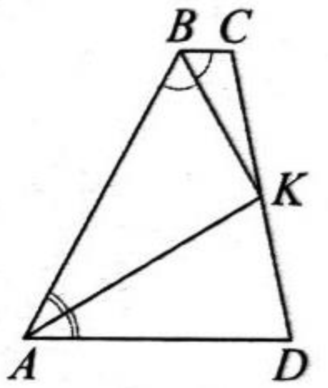
Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

24 Биссектрисы углов A и B четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD. Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB, BC и AD.

Доказательство.

Точка K лежит на биссектрисе угла ABC, поэтому она равноудалена от прямых AB и BC. Аналогично точка K равноудалена от прямых AB и AD.

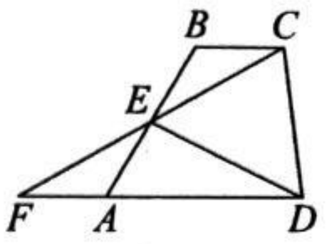
Значит, точка K равноудалена от прямых AB, BC и AD.



Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

24 Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Доказательство.



Пусть F — точка перечения прямых CE и AD.

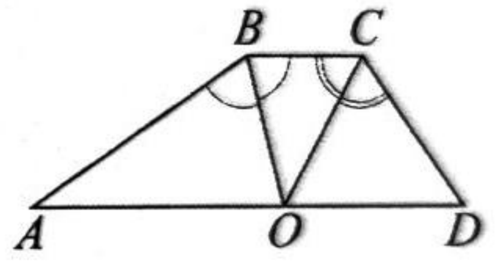
В треугольниках EFA и ECB стороны EA и EB равны по условию, углы при вершине E равны как вертикальные, а углы EBC и EAF равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей AB. Значит, треугольники EFA и ECB равны. Следовательно, их площади равны, поэтому площадь трапеции $ABCD$ равна площади треугольника FCD.

Из равенства треугольников EFA и ECB вытекает, что $FE = EC$, поэтому DE — медиана в треугольнике FCD. Тогда площадь треугольника DEC равна половине площади треугольника FCD, а значит, и трапеции $ABCD$.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

24 Биссектрисы углов B и C четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

Доказательство.

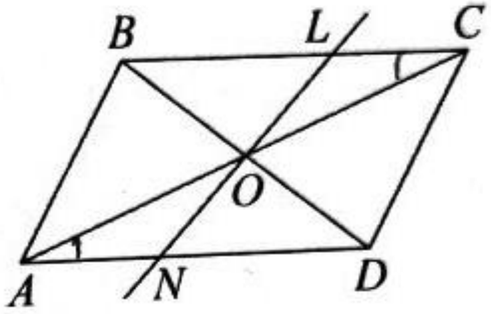


Точка O лежит на биссектрисе угла ABC, поэтому она равноудалена от прямых AB и BC. Аналогично точка O равноудалена от прямых BC и CD.

Значит, точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что отрезки CL и AN равны.



Доказательство.

В треугольниках CLO и ANO стороны CO и AO равны по свойству диагоналей параллелограмма, $\angle LCO = \angle NAO$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC и секущей AC, а $\angle LOC = \angle AON$ как вертикальные углы. Значит, треугольники CLO и ANO равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, отрезки CL и AN равны.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Спасибо за внимание