

О ЕГЭ предметно: комментарии председателя предметной комиссии и рекомендации по подготовке к экзамену «МАТЕМАТИКА»

Наумова Наталья Александровна
председатель комиссии ЕГЭ по математике,
доктор технических наук, профессор кафедры
функционального анализа и алгебры
Кубанского государственного университета



Кубанский
государственный
университет



Факультет математики
и компьютерных наук



Распределение заданий по частям экзаменационной работы

Часть работы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 32	Тип заданий
Часть 1	12	12	37,5	С кратким ответом
Часть 2	7	20	62,5	С развёрнутым ответом
Итого	19	32	100	

*Распределение заданий экзаменационной работы
по содержательным разделам курса математики*

Содержательные разделы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 32
Алгебра и начала математического анализа	12	21	66
Геометрия	5	9	28
Вероятность и статистика	2	2	6
Итого	19	32	100



Кубанский
государственный
университет

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ) – 2026



Факультет математики
и компьютерных наук

1 ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 1 КИМ ЕГЭ

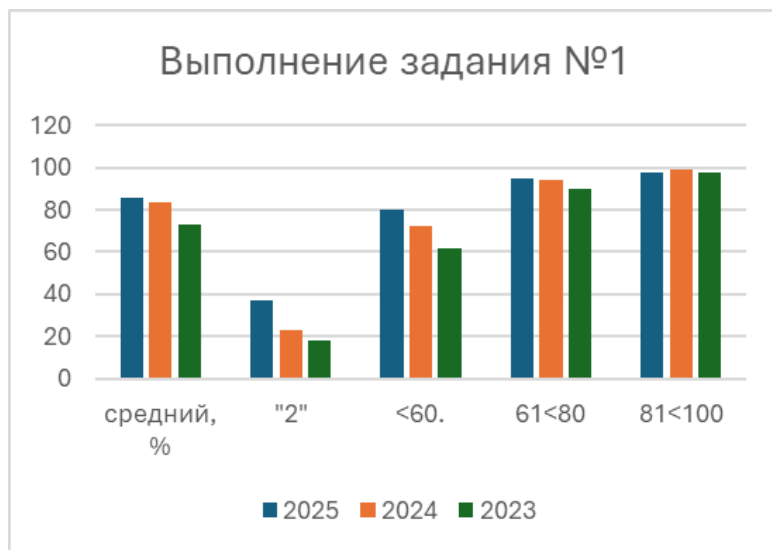


Кубанский
государственный
университет

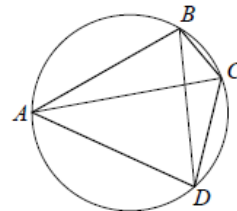
ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ) – 2026



Факультет математики
и компьютерных наук



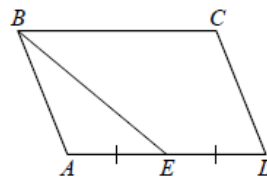
- 1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 103° , угол CAD равен 42° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

ИЛИ

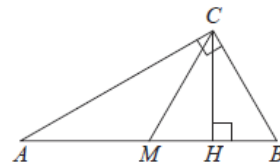
- Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 24. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $BCDE$.



Ответ: _____.

ИЛИ

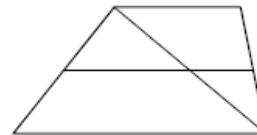
- Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 65° . Найдите величину угла между высотой CH и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

ИЛИ

- Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____.

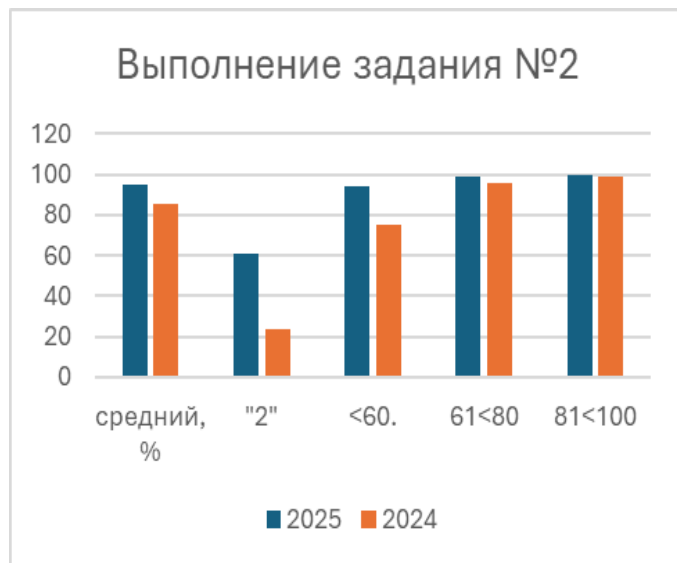


Кубанский
государственный
университет

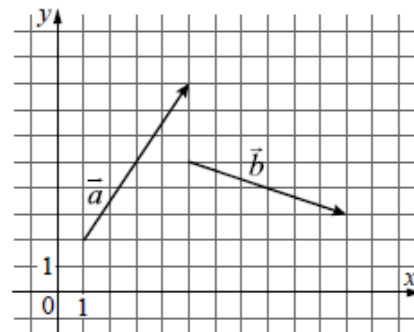
ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ) – 2026



Факультет математики
и компьютерных наук



2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

ИЛИ

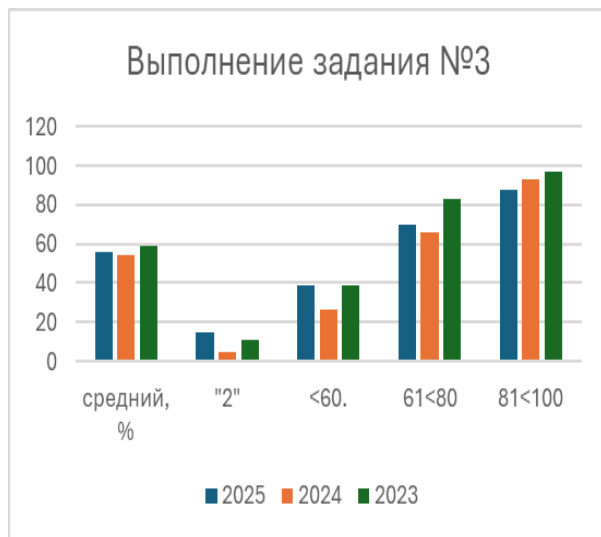
Даны векторы $\vec{a}(2; 0)$ и $\vec{b}(1; 4)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 3\vec{b}$.

Ответ: _____.

ИЛИ

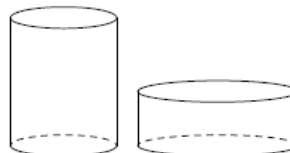
Даны векторы $\vec{a}(5; 4)$ и $\vec{b}(8; -9)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.



3

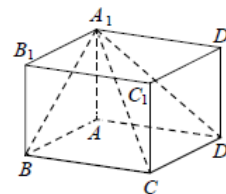
Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: _____.

ИЛИ

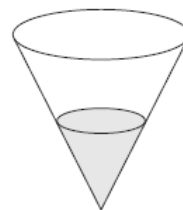
Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3, AD = 9, AA_1 = 4$.



Ответ: _____.

ИЛИ

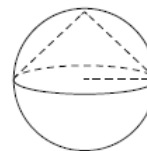
В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 4 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



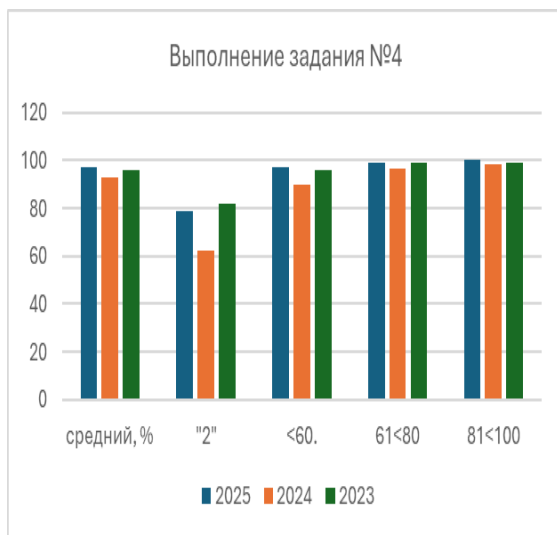
Ответ: _____.

ИЛИ

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $9\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.



4

В группе туристов 50 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолётa.

Ответ: _____.

ИЛИ

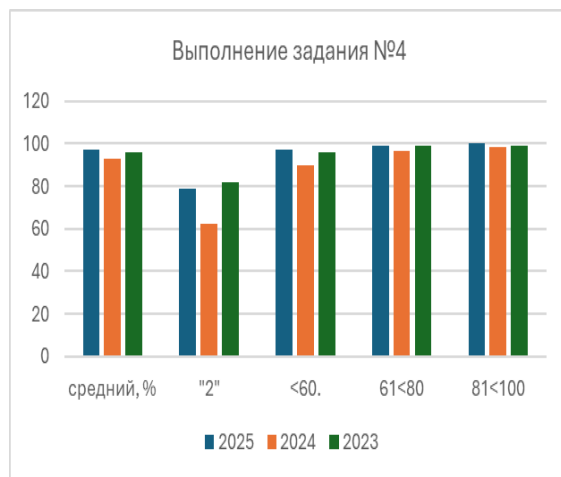
Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно.

Ответ: _____.

ИЛИ

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 3 из Дании, 4 из Венгрии и 3 из Болгарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад учёного из Болгарии.

Ответ: _____.



5

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,7. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: _____.

ИЛИ

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

ИЛИ

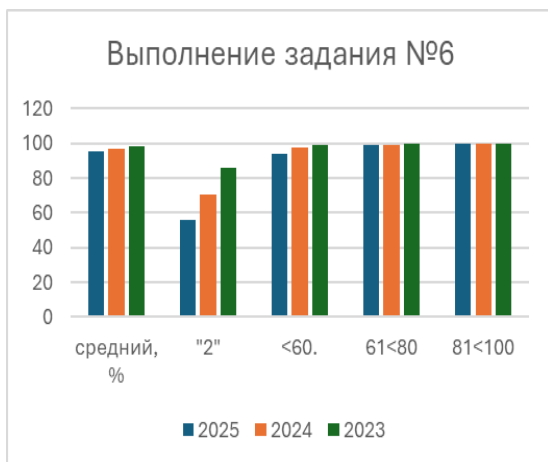
При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что её масса окажется меньше 810 г, равна 0,95. Вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, равна 0,84. Найдите вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: _____.

ИЛИ

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: _____.



6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = 81$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\sqrt{44-5x} = 3$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_8(5x+47) = 3$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Решите уравнение $\sqrt{2x+3} = x$. Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: _____.



7

Найдите значение выражения $3 \sin \frac{13\pi}{12} \cdot \cos \frac{13\pi}{12}$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $\frac{\log_7 32}{\log_7 2}$.

Ответ: _____.

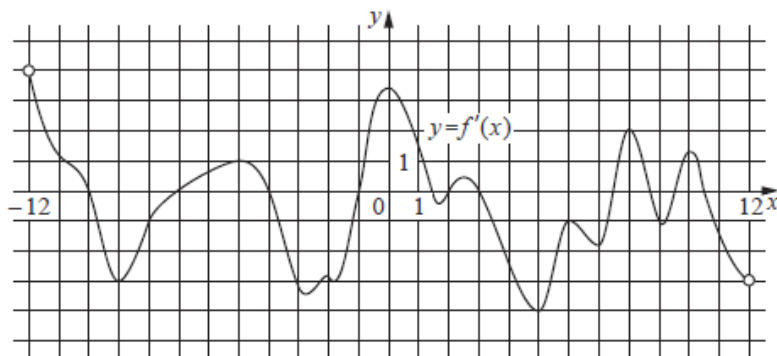
ИЛИ

Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$.

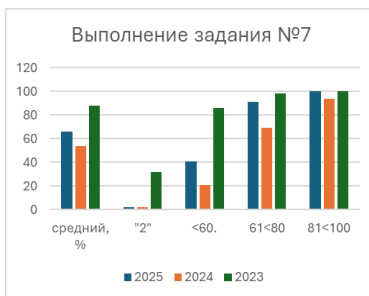
Ответ: _____.

8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 12)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 11]$.

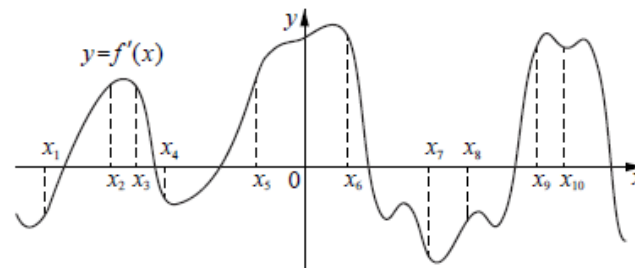


Ответ: _____.



ИЛИ

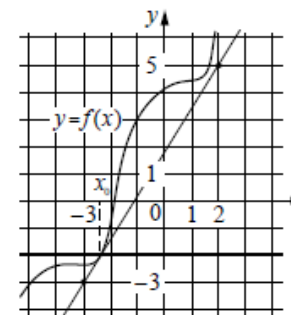
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



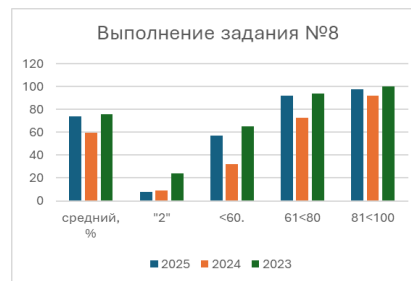
Ответ: _____.

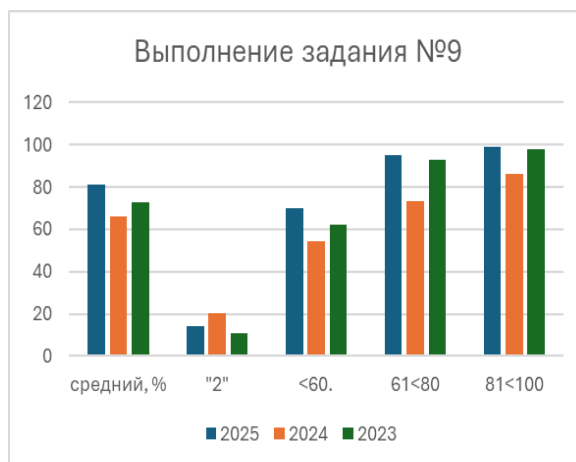
ИЛИ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.





9 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 90$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч². Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 72 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

ИЛИ

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 295$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе такой же тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) и изменяется по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц),

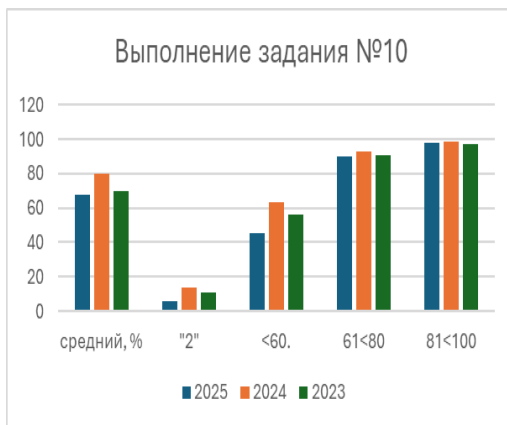
где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

ИЛИ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км/ч²). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 км, развить скорость 70 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ: _____.



- 10 От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 323 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью на 2 км/ч больше отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

ИЛИ

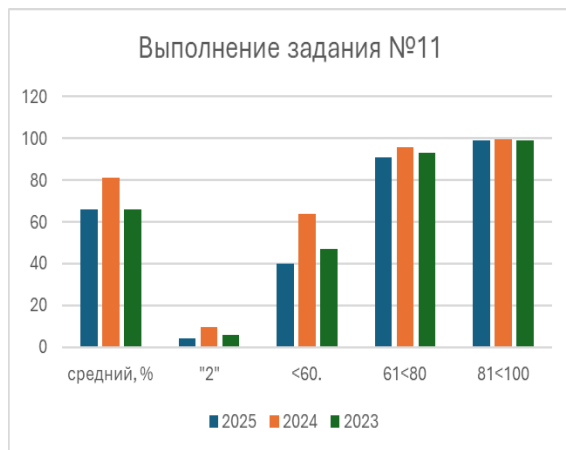
Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

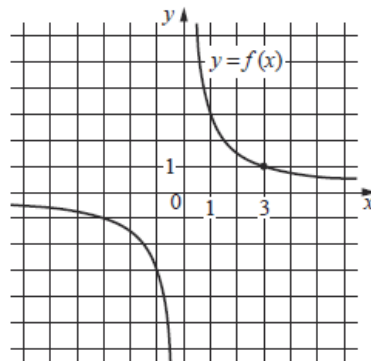
ИЛИ

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

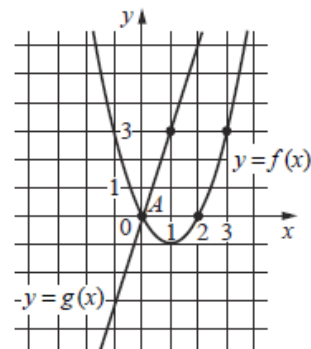


- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(30)$.

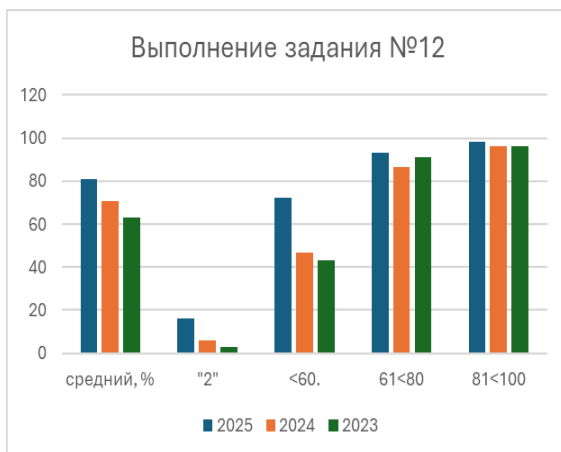


Ответ: _____.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.



12 Найдите точку максимума функции $y = 9 \cdot \ln(x - 4) - 9x - 7$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 256}$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 27x^2 + 11$.

Ответ: _____.



Кубанский
государственный
университет

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ) – 2026



Факультет математики
и компьютерных наук

2 ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2 КИМ ЕГЭ



13

а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

ИЛИ

а) Решите уравнение

$$2 + 2\cos(\pi - 2x) + \sqrt{8} \sin x = \sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Кубанский
государственный
университет



Для оценивания отбора корней с помощью тригонометрической окружности были сформулированы общие требования:

- указание начала и конца дуги,
- выделение рассматриваемой дуги,
- указание корней, принадлежащих этой дуге,
- при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

!!! Вычислительная ошибка –ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий:

- сложение,
- вычитание,
- умножение,
- деление



Примеры ошибок в задании 13:

Пример 1. В решении пункта а) написано: ...

$$t = \sin x, \quad 2t^2 + t - 1 = 0, \quad t = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4}$$

и далее без ошибок до ответа .

0 баллов

Пример 2. При решении тригонометрического уравнения были верно получены уравнения

$$\sin x = 0, \quad \sin x = 1.$$

В решении и в ответе записано:

$$x = \pi n, \quad \sin x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

0 баллов



Примеры ошибок в задании 13:

Пример 3. При решении пункта а были получены уравнения. Эти уравнения решены верно. В пункте б записаны только корни, принадлежащие отрезку, – записи отбора корней отсутствуют.

1 балл

Пример 4. При решении тригонометрического уравнения были верно получены уравнения

$$\sin x = \frac{1}{2}, \quad \cos x = \frac{1}{2}.$$

В пункте б отбор был произведён с помощью числовой окружности, но на дуге $[2\pi; 2,5\pi]$ нарушен порядок расположения чисел: $2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{13\pi}{5}, \frac{5\pi}{2}$.

1 балл



а) Решите уравнение $\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

13 а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 2 = \sqrt{3} \cdot \sin x$$

$$1 - \sin^2 x - \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + 2 = 0$$

$$-2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + 3 = 0$$

$$2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - 3 = 0$$

замена $\sin x = t, t \in [-1; 1]$

$$2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$$

$$D = 3 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 3 + 24 = 27 = (3\sqrt{3})^2$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad t_2 = \frac{-\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{4} = \frac{-4\sqrt{3}}{4} = -\sqrt{3}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = -\sqrt{3}; \quad -\sqrt{3} \notin [-1; 1]$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}.$

0 баллов



а) Решите уравнение $\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{8\pi}{3}$; $-\frac{7\pi}{3}$.

1 балл

13) а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$
 $\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cdot (-\sin x)$
 $1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3} \sin x$
 $-2\sin^2 x + 3 + \sqrt{3} \sin x = 0$
Пусть $\sin x = y$
Тогда
 $-2y^2 + 3 + \sqrt{3}y = 0$
 $D = \sqrt{3 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)} = \sqrt{27} > 0$ 2 корня
 $y_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{27}}{-4} = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{-4} = \frac{2\sqrt{3}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $y_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{27}}{-4} = \frac{-4\sqrt{3}}{-4} = \sqrt{3}$
Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \sqrt{3}$
 $x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$ нет решений

б)

!! при $n=0$
 $x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$
при $n=-1$
 $x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$
при $n=-2$
 $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$
при $n=-3$
 $x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$
Итак: а) $x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$
б) $-\frac{8\pi}{3}$; $-\frac{7\pi}{3}$



а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sin(-x) + \cos(-x) - 1 = 0$.

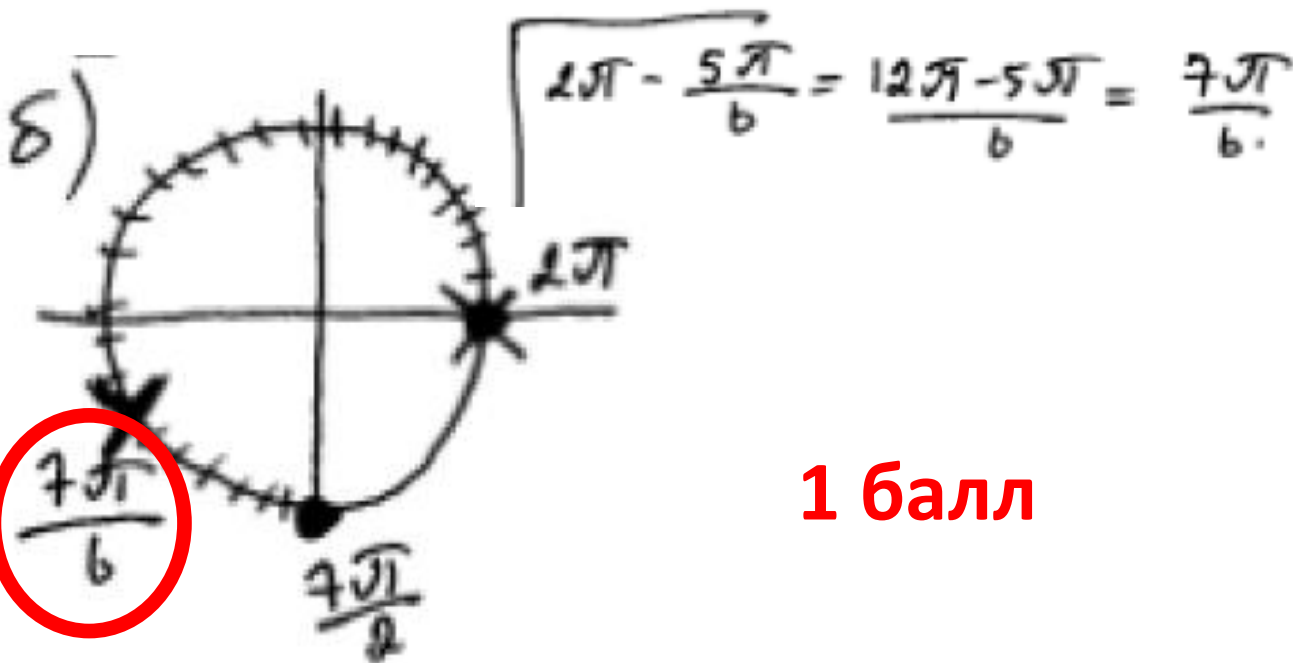
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin 2x + 2\sin(-x) + \cos(-x) - 1 &= 0 \\ 2\sin x \cdot \cos x - 2\sin x + \cos x - 1 &= 0 \\ 2\sin x(\cos x - 1) + (\cos x - 1) &= 0 \\ (\cos x - 1)(2\sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ 2\sin x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: а) $\left\{2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right\}$
 $n, k \in \mathbb{Z}$

б) $\left\{2\pi; \frac{7\pi}{6}\right\}$



1 балл



15 Решите неравенство $\frac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2 + \log_2 x^4 + 1} \geq 0$.

Ответ: $\left(-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right); \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\frac{1}{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Кубанский
государственный
университет

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ) – 2026



Факультет математики
и компьютерных наук

ИЛИ

Решите неравенство $\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$.

Ответ: $[1; 1,1); (1,1; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Метод интервалов.

1. Привести неравенство к виду $f(x) \vee 0$. Рассмотреть функцию $f(x)$.
2. Найти область определения функции $f(x)$.
3. Найти нули функции $f(x)$, решив уравнение $f(x) = 0$.
4. Отметить на числовой прямой область определения и нули функции $f(x)$.
5. Определить знаки функции на промежутках, входящих в область определения функции.
6. Записать ответ, включив в него промежутки в соответствии со знаком неравенства (обратив внимание на нули функции).

Выражение	Рациональное выражение	Условие
$\log_a f(x) - \log_a g(x)$	$\frac{f(x) - g(x)}{a - 1}$	$f(x) > 0, g(x) > 0,$ $a > 0$
$\log_a f(x)$	$\frac{f(x) - 1}{a - 1}$	$f(x) > 0, a > 0$
$a^{f(x)} - a^{g(x)}$	$(a - 1)(f(x) - g(x))$	$a > 0, a \neq 1$
$ f(x) - g(x) $	$(f(x) - g(x))(f(x) + g(x))$	
$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$	$f(x) - g(x)$	$f(x) \geq 0, g(x) \geq 0,$



Примеры ошибок в задании 15:

Пример 1. В работе после верно полученного рационального неравенства $\frac{t-1}{(t-4)(t-6)} \leq 0$ использован метод интервалов, но знаки «+» и «–» расставлены в ошибочном порядке. Далее всё верно, исходя из расставленных знаков.

0 баллов

Пример 2. В решении неравенства

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

присутствует запись: «ОДЗ: $x > 0$ ». После получения

$$x < \frac{1}{64}, \quad x = 4, \quad x > 64$$

присутствует запись «с учетом ОДЗ», и получается «верный ответ».

0 баллов



Пример 3. В решении неравенства

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

верно выписаны все ограничения в О,Д,З, и неравенство приведено к виду

$$\frac{2(\log_4 x + 1)^2}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)} \geq 0.$$

Полученное неравенство, как записано в решении, решено методом интервалов. При этом знаки «+» и «-» расставлены на всех промежутках числовой прямой, в том числе и на интервале $(-\infty; 0)$.

0 баллов



Решите неравенство $\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$.

Ответ: 1; $(2; +\infty)$.

$$\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81} \Leftrightarrow \frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{12 \cdot 3^x + 144}{3^{2x} - 81}$$

Введём новую переменную $t = 3^{2x}$ ($t > 0$):

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} \geq \frac{12t+144}{t^2-81} \quad \frac{t^2+18t+81+t^2-18t+81}{t^2-81} \geq \frac{12t+144}{t^2-81}$$

$$\frac{2t^2+162-12t-144}{t^2-81} \geq 0 \quad \frac{2t^2-12t+18}{t^2-81} \geq 0 \quad \frac{t^2-6t+9}{t^2-81} \geq 0 \quad \frac{(t-3)^2}{t^2-81} \geq 0$$

$$\frac{(t-3)^2}{t^2-81} \geq 0 \quad \frac{(t-3)^2}{(t-9)(t+9)} \geq 0 \quad t=3, t \neq \pm 9$$



$$3^{2x} > 9 \Leftrightarrow x > 2 \quad \text{Ответ: } 1; (2; +\infty).$$



1 балл



Решите неравенство $\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5$.

Ответ: $(1; 31]$.

N15.

$$\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5$$

$$\log_{2^3}(x-1)^3 \geq \log_2(x^2 - 1) - 5$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \log_2(x-1) - \log_2(x^2 - 1) \geq -5$$

$$\log_2\left(\frac{(x-1)^3}{(x^2-1)}\right) \geq -5$$

$$\log_2\left(\frac{1}{x+1}\right) \geq -5$$

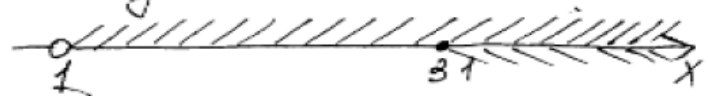
$$2^{-5} = \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{32}$$

$$x+1 = 32$$

$$x = 31$$

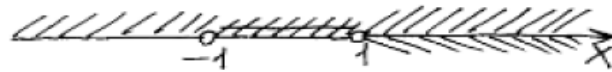
Объединение с ОДЗ:



Ответ: $x \in (1; 31] \cup [31; +\infty)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ (x-1)^3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \Rightarrow x > 1.$$



$$x > 1.$$

0 баллов



16

В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

ИЛИ

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму A млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно A , если общая сумма платежей в 2028 году составит 17 925 тыс. рублей?



Критерии оценивания задания 16

Критерии оценивания выполнение задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Математическая модель есть приближенное описание объекта (явления, процесса), выраженное с помощью математической символики

1. Анализ условия для выявления основных переменных и параметров.
2. Построение математической модели: необходимо перевести экономические условия в математические, используя уравнения, неравенства, системы, функции.
3. Исследование построенной математической модели.
4. Получение ответа исходной задачи



Кубанский
государственный
университет



Примеры ошибок в задании 16:

Пример 1. В решении сюжетной задачи введены две переменные, найдена зависимость между ними, сказано, что надо найти наибольшее значение выражения от этих двух переменных. Более нет ничего.

1 балл

Пример 2. Для условия «...долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга....» была построена модель, в которой выплаты (кроме последней) были одинаковыми. Все рассуждения были пошаговыми и числовыми. Ошибок в вычислениях нет. Ответ не совпал с верным ответом.

0 баллов



В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 77 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: 182 000.

1 балл

N16

	долг к началу (руб)	долг к концу (руб)	выплата (руб)	остаток (руб)
1	S	$1,2S$	x	$1,2S - x$
2	$1,2S - x$	$1,2^2S - 1,2x$	x	$1,2^2S - 1,2x - x$
3	$1,2^2S - 1,2x - x$	$1,2^3S - 1,2^2x - 1,2x$	x	$1,2^3S - 1,2^2x - 1,2x - x$

$$\begin{cases} 1,2^3S - 1,2^2x - 1,2x - x = 0. \textcircled{1} \\ 3x = S + 77200 \end{cases}$$

$$1,728 \cdot 3S = 3,64(S + 77200)$$

$$1,544S = 77200$$

$$S = 50000 \text{ руб.}$$

Ответ: 50000 руб.

$$\textcircled{1} 1,728S - 1,44x - 1,2x - x = 0$$

$$1,728S - 3,64x = 0$$

$$1,728S = 3,64x$$

$$1,728S = 3,64 \cdot \frac{S + 77200}{3}$$



- 14** В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K .
- а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD .
- б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если известно, что $BK = 1$ $KC = 3$

ИЛИ

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ через ребро AB провели плоскость α , образующую сечение $ABMN$, где точки M и N — точки пересечения плоскости α с боковыми рёбрами SC и SD соответственно. Известно, что $AB = BM = AN = 5MN$.

- а) Докажите, что точки M и N делят рёбра SC и SD в отношении 1:4, считая от вершины S .
- б) Найдите косинус угла между плоскостью основания $ABCD$ и плоскостью α .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , но при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка O — центр основания пирамиды, точка M — середина ребра SC ,

точка K делит ребро BC в отношении $BK:KC=3:1$, а $AB=2$ и $SO=\sqrt{14}$.

а) Докажите, что плоскость OMK параллельна прямой SA .

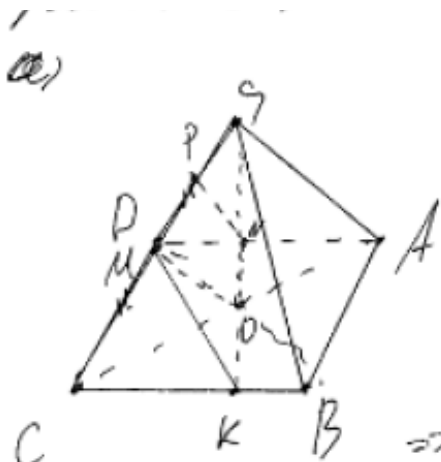
б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMK пересекает грань SAD .

Ответ: б) 3.

дано:
 $BK:KC=3:1$
 $K \in BC$
 $ABCD$ — прав.
четырёх.
 $M \in SC$
 $SM=MC$
 $AB=2$
 $SO=\sqrt{14}$
 $AC \cap BD = O$

а) у-мб: $SA \parallel (MOK)$

б) отр. пересек.
 (MOK) и (ASD)



$\Rightarrow SA \parallel MO$ ①
 $MO \in (MOK)$ ②
 $\Rightarrow SA \parallel (MOK)$, что
и требовалось доказать

③ $(SCA) \cap (MOK) = MO$ ④

из ① и ④ следует, что $SA \parallel (MOK)$

$SABCD$ — прав. пирам. \Rightarrow

$\Rightarrow ABCD$ — квадрат \Rightarrow

$AC \cap BD = O$ \Rightarrow

$\Rightarrow CO = OA$

$(M = MS(MOK))$ \Rightarrow

$\Rightarrow MO$ — медиан. лин. в $\triangle SAC$

1 балл

Отсутствие
пояснений

Отсутствие
обоснований

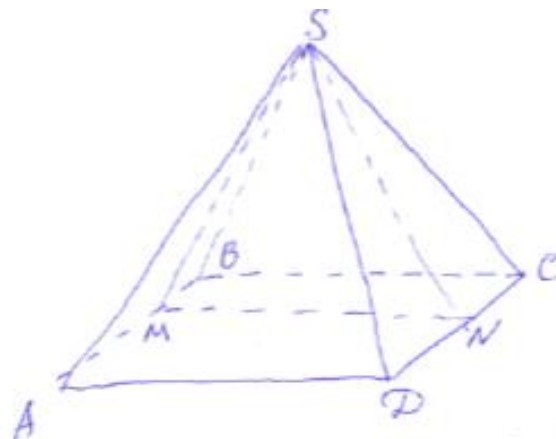


В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ основание $ABCD$ со стороной 4, боковое ребро $AS = 2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что угол между плоскостями ASB и CSD равен 60° .

0 баллов

Комментарий. Не доказано



Точки M и N середины ребер. ?

? $MN = 4$

В треугольнике SDN : ?

$$SD^2 = DN^2 + NS^2$$
$$(2\sqrt{5})^2 = 2^2 + NS^2$$
$$NS = 4.$$

Треугольник NSM равносторонний, ?

следовательно, угол между ?

плоскостями ASB и CDS равен 60° .



- 17 Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 3$, $BC = DE = 4$.
а) Докажите, что $AC = CE$.
б) Найдите длину диагонали BE , если $AD = 6$.

ИЛИ

В параллелограмме $ABCD$ с острым углом BAD из вершины B проведены высоты BP и BQ , причём точка P лежит на стороне AD , а точка Q — на стороне CD . На стороне AD отмечена точка M . Известно, что $AM = BP$, $AB = BQ$.

- а) Докажите, что $BM = PQ$.
б) Найдите площадь треугольника APQ , если $AM = BP = 8$, $AB = BQ = 10$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , но при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



Кубанский
государственный
университет



Комментарии к геометрическим заданиям части 2:

все ключевые моменты должны быть обоснованы в решении.

К ключевым моментам задания 14 относятся, например:

- построение требуемых сечений;
- построение требуемых углов между плоскостями или прямыми, между прямой и плоскостью, необходимыми для решения задачи;
- обоснование перпендикулярности прямой и плоскости;
- обоснование параллельности плоскостей или прямых

К ключевым моментам задания 17 относятся, например:

- обоснование равенства треугольников;
- обоснование параллельности или перпендикулярности прямых;
- обоснование расположения точек на одной окружности;
- обоснование расположения трех точек на одной прямой



18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением/включением точек $a = -9$ и / или $a = 3$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-9; 3)$ множества значений a , возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы:

- умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем;
- умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов;
- решать уравнения, неравенства и системы с параметром;
- умение выражать формулами зависимости между величинами;
- использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами



№18 $\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0 \\ y = 3x + a \end{cases}$ 2 реш.

① $x - y + 3 \geq 0 \quad y \leq x + 3$

② $\begin{cases} x^2 - 5x - y + 3 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3 \\ y = x + 3 \end{cases}$

$x_B = \frac{5}{2} = 2,5$

$y_B = 6,25 - 5 \cdot 2,5 + 3 = -3,25$

Построим графики этих функций:

③ Каждым 7. их пересечения:

$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = x^2 - 5x + 3 \end{cases}$

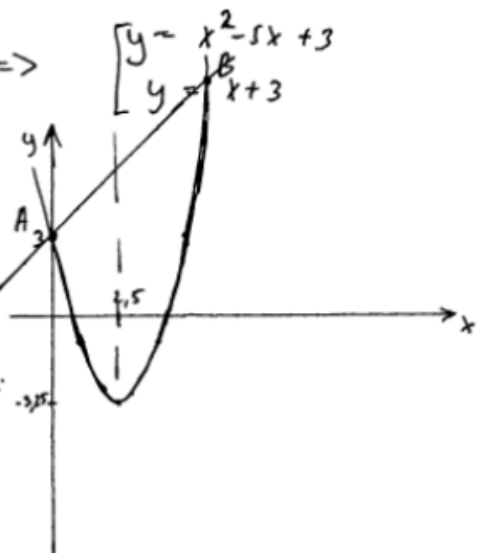
$x + 3 = x^2 - 5x + 3$

$x^2 - 6x = 0 \quad x(x - 6) = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = 9 \end{cases}$

$A(0; 3) \quad B(6; 9)$

Решением $(x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0$ может являться только прямая AB и часть параболы под ней (исходя из 3 п. 1)



④ ~~А(0;3)~~ Прямая $A(0; 3) \quad y = 3x + a$ имеет 1 реш.
 $\Rightarrow 3 \cdot 0 + a < 3$, чтобы было 2 реш.

$a < 3$

⑤ Прямая $B(6; 9) \quad y = 3x + a$ имеет 2 реш., ко за нее -3 .

$3 \cdot 6 + a \geq 9$, чтобы иметь 2 реш. $\Rightarrow a \geq -9$

⑥ Являясь касательной к $y = x^2 - 5x + 3$, $y = 3x + a$

Ответ: $a = -13$; $-9 \leq a < 3$. 2 реш.

$\begin{cases} y = x^2 - 5x + 3 \\ y = 3x + a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 3 = 3x + a \\ x^2 - 8x + (3 - a) = 0 \end{cases}$

$D = 16 - 3 + a = 13 + a$

$D = 0$, чтобы иметь 1 точку касания

$13 + a = 0 \quad a = -13$

⑦ Общее решение:



Ответ: $\{-13\}; [-9; 3)$.

1 балл



19 Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b; a - b)$.

- а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?
- б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?
- в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$?

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы:

- Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач;
- умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;
- умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю;
- умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное;
- умение выбирать подходящий метод для решения задачи





Спасибо за внимание!



Кубанский
государственный
университет



Факультет математики
и компьютерных наук

Для создания этого видео использовались изображения,
которые находятся в открытых источниках и разрешены
для использования без указания авторства,
либо принадлежат разработчикам настоящего курса.

© КубГУ, 2025-2026