МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОРГАНИЗАЦИИ ПОВТОРЕНИЯ И ОБОБЩЕНИЯ ТЕМЫ «ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ»

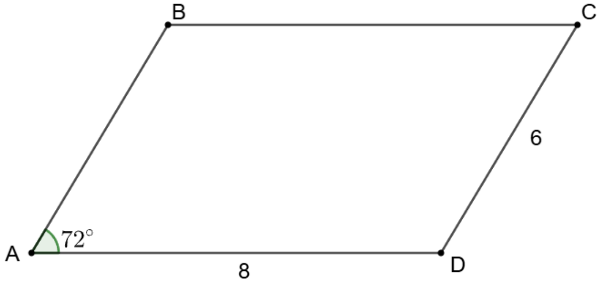
Кузьмина К.А., старший преподаватель кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Фрагмент теста по принципу «верно-неверно»

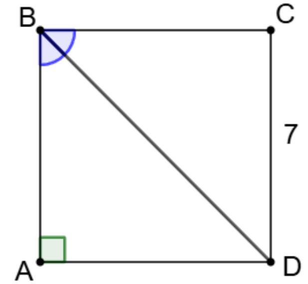
№	*Вопрос*	*+/-*
1.	Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусов.	+
2.	В трапеции углы при каждом основании равны.	+
3.	Квадрат – это параллелограмм, у которого все углы прямые.	-
4.	Параллелограмм, у которого все стороны равны и все углы равны, является квадратом.	+
5.	Биссектриса одного из углов параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.	+
6.	Площадь ромба равна произведению его диагоналей на синус угла между ними.	-
7.	Площадь прямоугольной трапеции равна произведению её средней линии на боковое ребро.	+

Задания на готовых чертежах (в парах или группах)

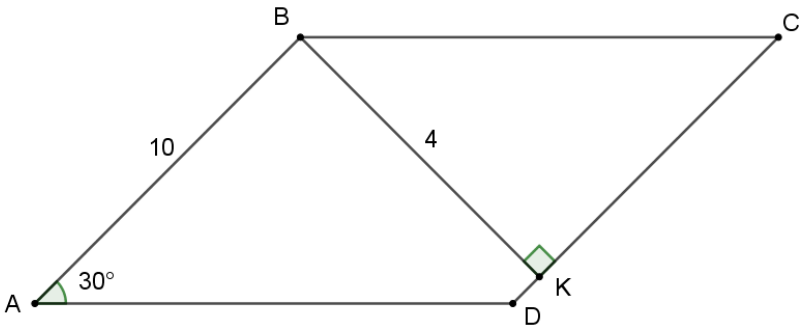
№1. *ABCD* – параллелограмм.
Найти: $\angle B, \angle C, \angle D, AB, BC, S_{ABCD}$.



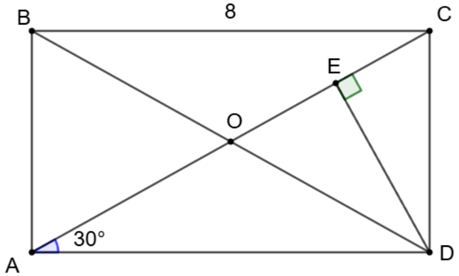
№4. *ABCD* – параллелограмм.
Найти: P_{ABCD}, S_{ABCD}.



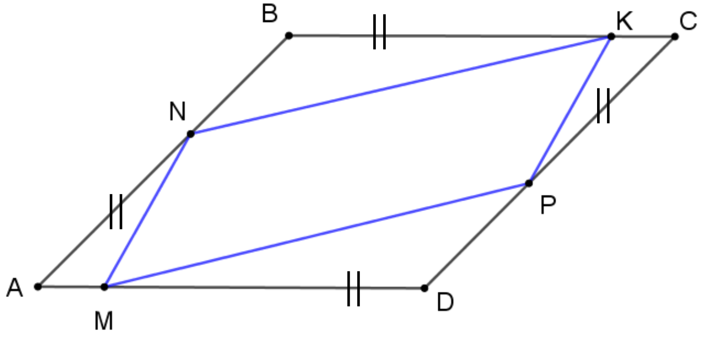
№2. *ABCD* – параллелограмм.
Найти: AD, DK, S_{ABCD}.



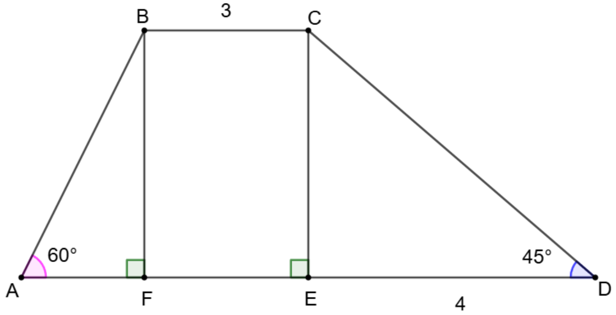
№5. *ABCD* – прямоугольник.
Найти: $\angle CDE, S_{ABO}, S_{BCO}$.



№3. *ABCD* – ромб.
Доказать:
MNKP - параллелограмм



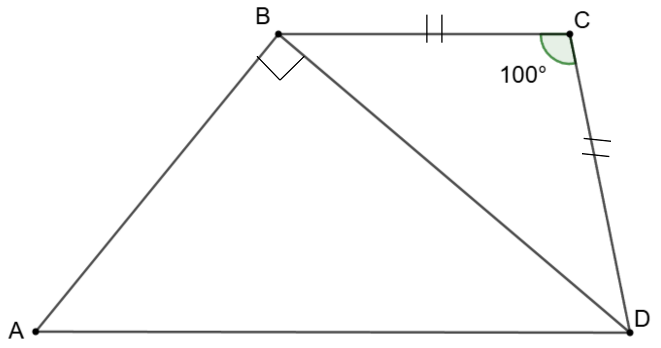
№6. *ABCD* – трапеция.
Найти: AD, S_{ABCD}.



Задания на готовых чертежах (в парах или группах)

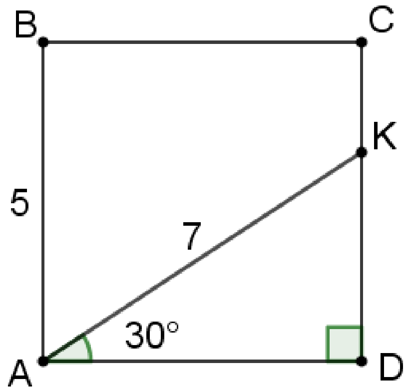
№7. $ABCD$ – трапеция.

Найти: $\angle A$.



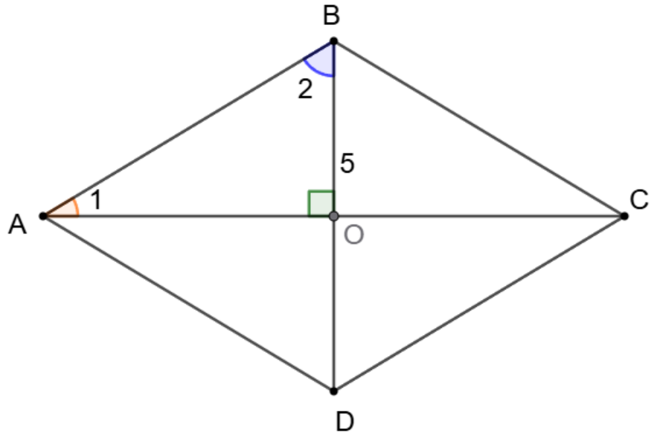
№9. $ABCD$ – квадрат.

Найти: S_{ABCK}



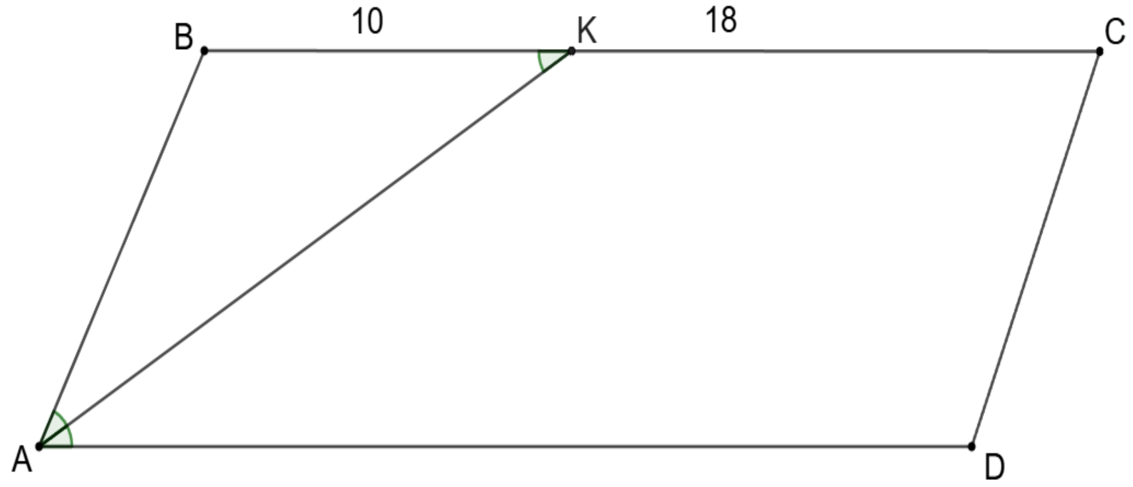
№8. $ABCD$ - ромб. $\angle 1$ на 30° меньше $\angle 2$.

Найти: AB, S_{ABCD}



ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ

№1. Биссектриса угла *A* параллелограмма *ABCD* пересекает сторону *BC* в точке *K*. Найдите периметр параллелограмма, если *BK= 10, CK = 18*.



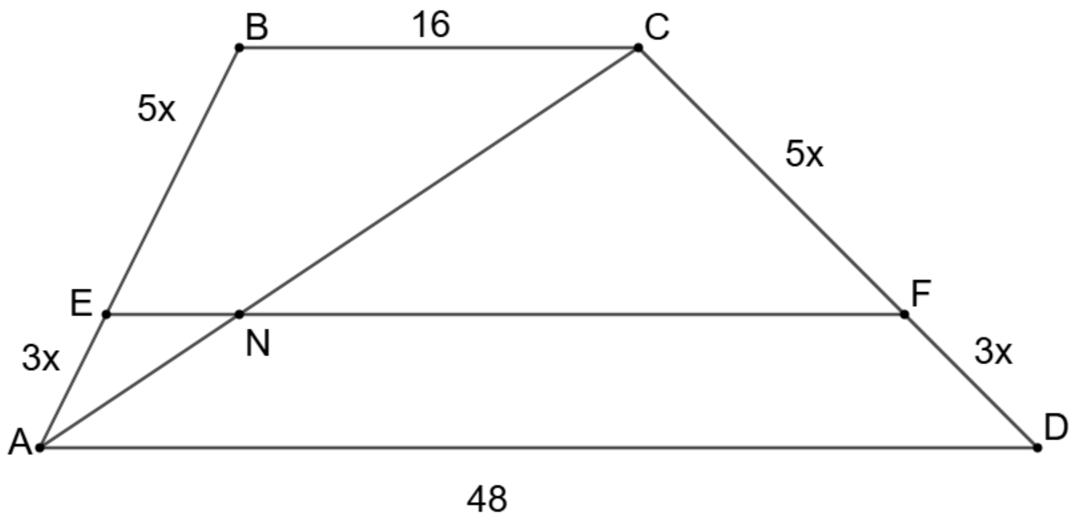
$\angle BAK = \angle KAD = \angle BKA$

Треугольник *ABK* – равнобедренный.

$AB = BK = 10, \qquad BC = 10 + 18 = 28$

$P = (AB + BC) \cdot 2 = (10 + 28) \cdot 2 = 76$

№2. Прямая, параллельная основаниям трапеции *ABCD,* пересекает её боковые стороны *AB* и *CD* в точках *E* и *F* соответственно. Найдите длину отрезка *EF*, если *AD = 48, BC = 16, CF : DF = 5 : 3*.



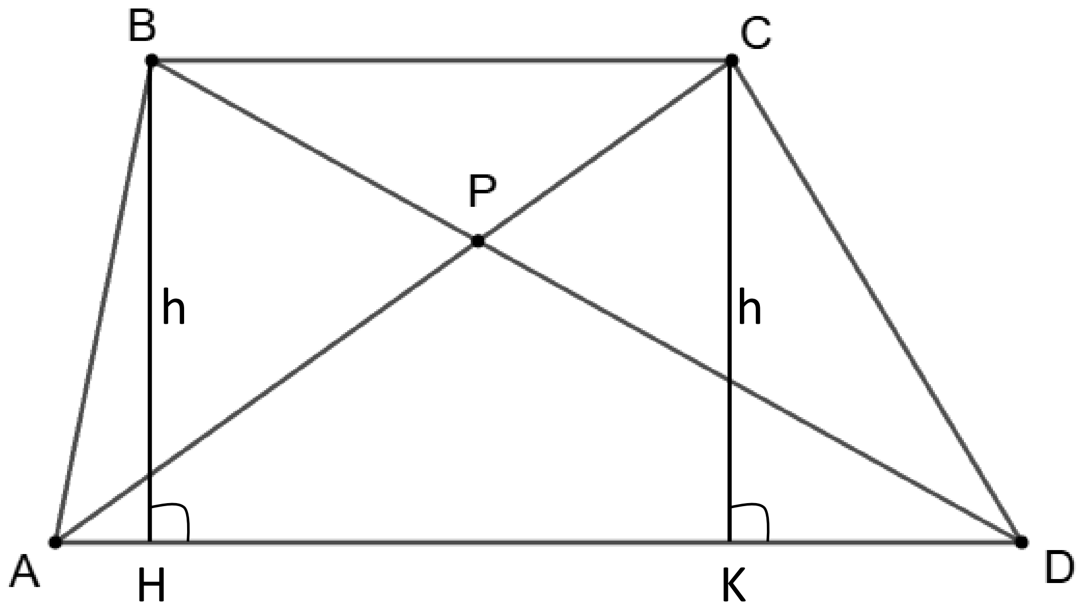
Треугольники *ACD* и *NCF* подобны, $k = \frac{5}{8}$

Треугольники *ABC* и *AEN* подобны, $k = \frac{3}{8}$

$$EN = \frac{3}{8} \cdot BC = 6,\ NF = \frac{5}{8} \cdot AD = 30$$

$$EF = EN + NF = 6 + 30 = 36$$

№3. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P. Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.



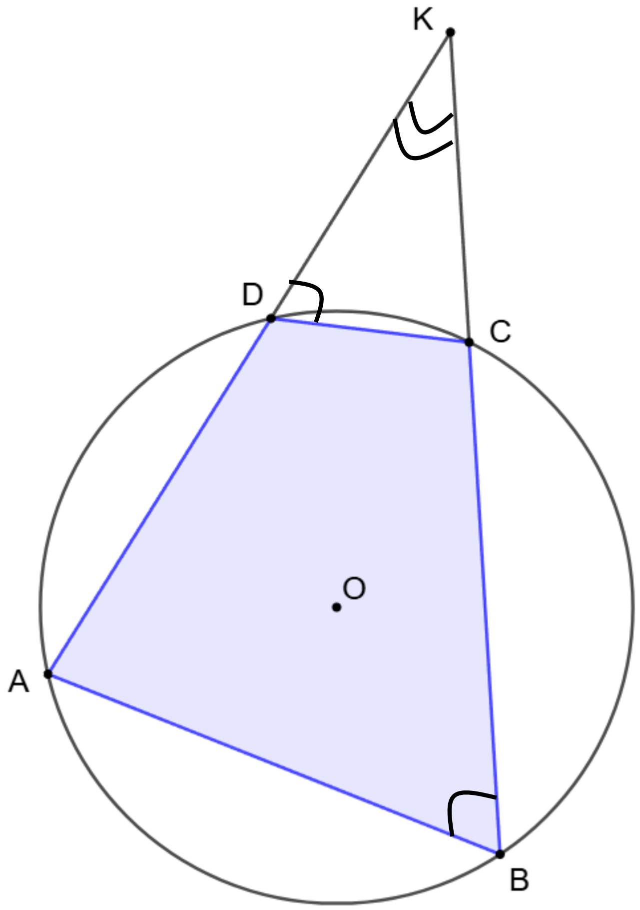
$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot h$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h, \qquad S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h$$

$$S_{ABD} = S_{ACD}$$

$$S_{APB} = S_{ABD} - S_{APD} = S_{ACD} - S_{APD} = S_{CPD}$$

№4. Известно, что около четырёхугольника *ABCD* можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольники *KAB* и *KCB* подобны.



Четырёхугольник *ABCD* – вписанный в окружность

$$\angle ADC + \angle ABC = \angle BCD + \angle BAD = 180°$$

$$\angle ABC = \alpha, \qquad \angle ADC = 180° - \alpha$$

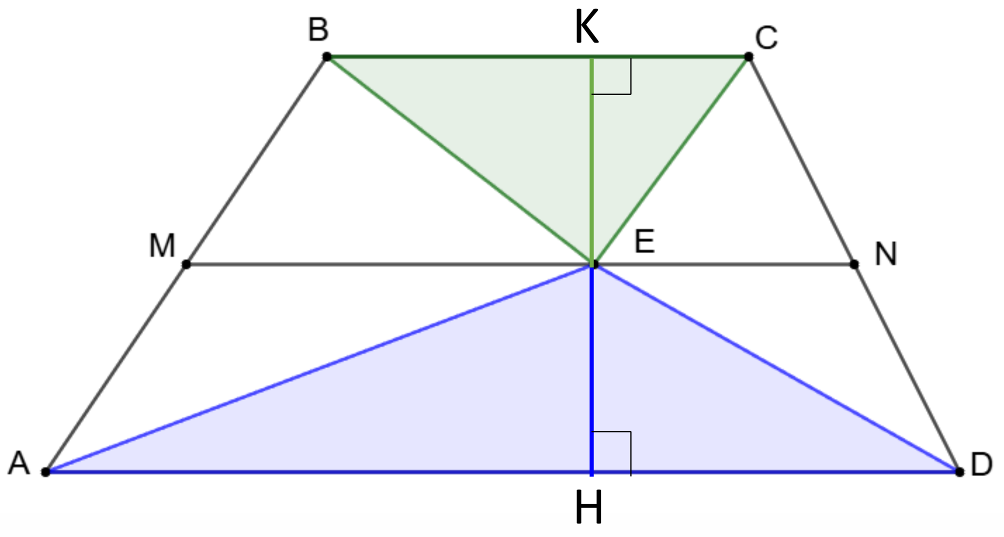
$$\angle ADC + \angle KDC = 180°, \angle KDC = 180° - (180° - \alpha) = \alpha$$

$$\angle ABK = \angle KDC = \alpha$$

$\angle K$ – общий угол треугольников *KAB* и *KCB*

Треугольники *KAB* и *KCB* подобны

№5. На средней линии трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* выбрали произвольную точку *E*. Докажите, что сумма площадей треугольников *BEC* и *AED* равна половине площади трапеции.



Точка *E* середина высоты *KH* по теореме Фалеса

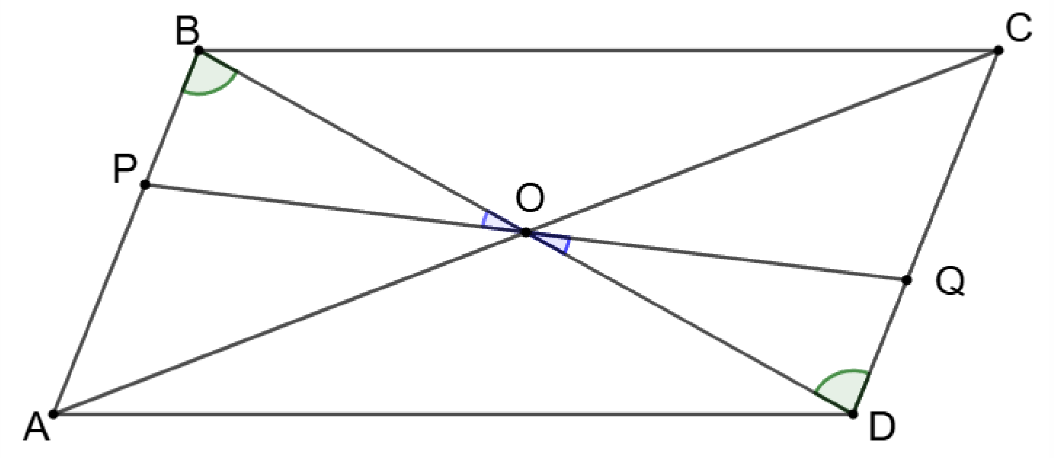
$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot KH$$

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot KE, \qquad S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot EH$$

$$S_{BCE} + S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot KE + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot EH, \quad S_{BCE} + S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \cdot KH + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot \frac{1}{2} \cdot KH$$

$$S_{BCE} + S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD + BC}{2} \cdot KH = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD}, \qquad S_{BCE} + S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD}$$

№6. Через точку *O* пересечения диагоналей параллелограмма *ABCD* проведена прямая, пересекающая стороны *AB* и *CD* в точках *P* и *Q* соответственно. Докажите, что отрезки *BP* и *DQ* равны.



$\angle PBO = \angle ODQ$ (накрест лежащие)

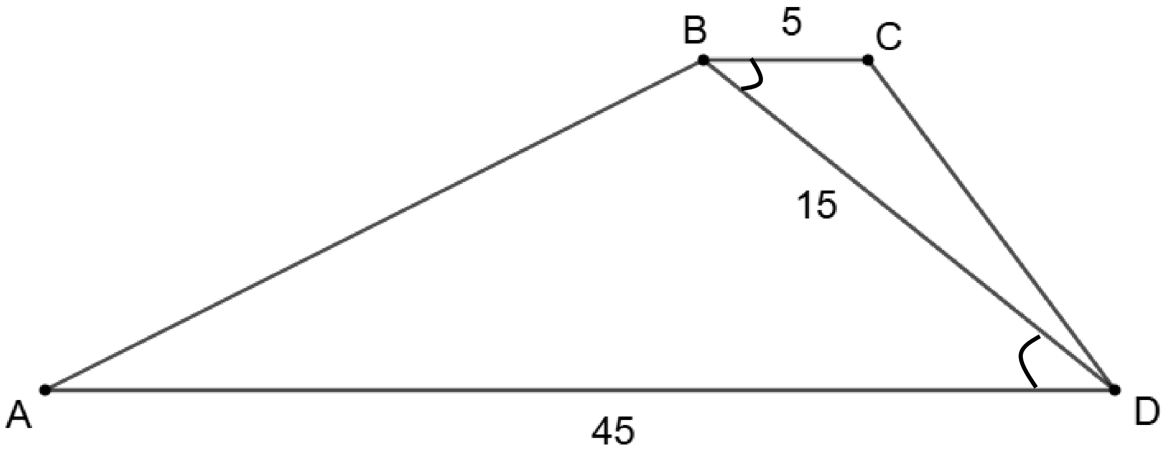
$\angle POB = \angle DOQ$ (вертикальные)

$BO = OD$ (свойство диагоналей)

$\Delta BOP = \Delta DOQ$

$BP = DQ$

№7. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 45, BD = 15. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



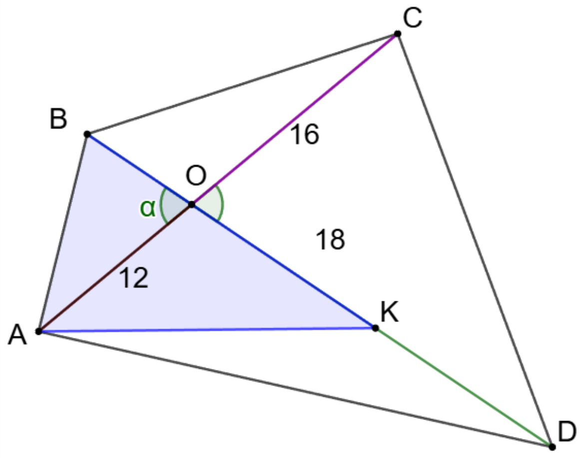
$\angle CBD = \angle ADB$ (накрест лежащие)

$$\frac{BC}{BD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}, \qquad \frac{BD}{AC} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AC} = \frac{1}{3}$$

Треугольники CBD и BDA подобны

№8. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. Точка K принадлежит отрезку BD. Известно, что $AO = 12$, $CO = 16$, $BD = 18$. Найдите KD, если площадь треугольника ABK в 5 раз меньше площади четырёхугольника $ABCD$.



Докажем, что $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\alpha$.

$$S_{ABCD} = S_{ABO} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{AOD}$$

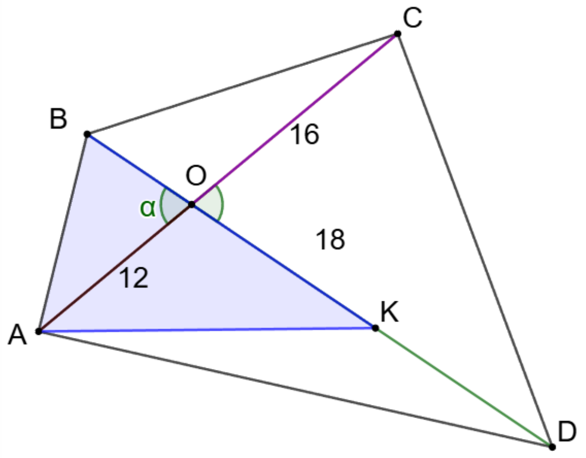
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BO \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot CO \cdot BO \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot CO \cdot DO \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot AO \cdot DO \cdot \sin\alpha$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot \sin\alpha \cdot (BO + OD) + \frac{1}{2} \cdot CO \cdot \sin\alpha \cdot (BO + OD)$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot \sin\alpha \cdot (AO + OC)$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin\alpha$$

№8. В выпуклом четырёхугольнике *ABCD* диагонали пересекаются в точке *O*. Точка *K* принадлежит отрезку *BD*. Известно, что *AO = 12, CO = 16, BD = 18*. Найдите *KD*, если площадь треугольника *ABK* в 5 раз меньше площади четырёхугольника *ABCD*.



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin\alpha$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (12 + 16) \cdot 18 \cdot \sin\alpha = 252 \cdot \sin\alpha$$

$$S_{ABK} = S_{ABO} + S_{AKO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BO \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot AO \cdot KO \cdot \sin\alpha$$

$$S_{ABK} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot \sin\alpha \cdot (BO + OK) = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BK \cdot \sin\alpha$$

$$S_{ABK} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot BK \cdot \sin\alpha = 6 \cdot BK \cdot \sin\alpha$$

$$S_{ABCD} = 5 \cdot S_{ABK}$$

$$252 \cdot \sin\alpha = 5 \cdot 6 \cdot BK \cdot \sin\alpha$$

$$BK = \frac{252}{5 \cdot 6} = 8{,}4$$

$$KD = BD - BK, \qquad KD = 18 - 8{,}4 = 9{,}6$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!