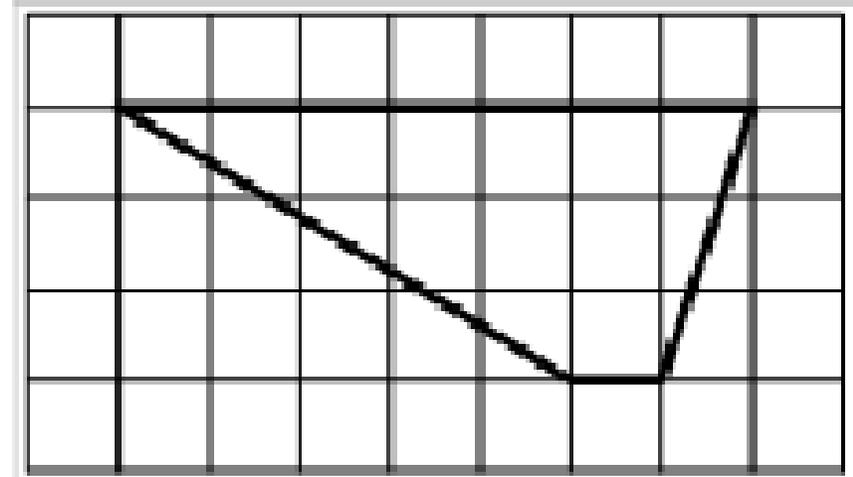
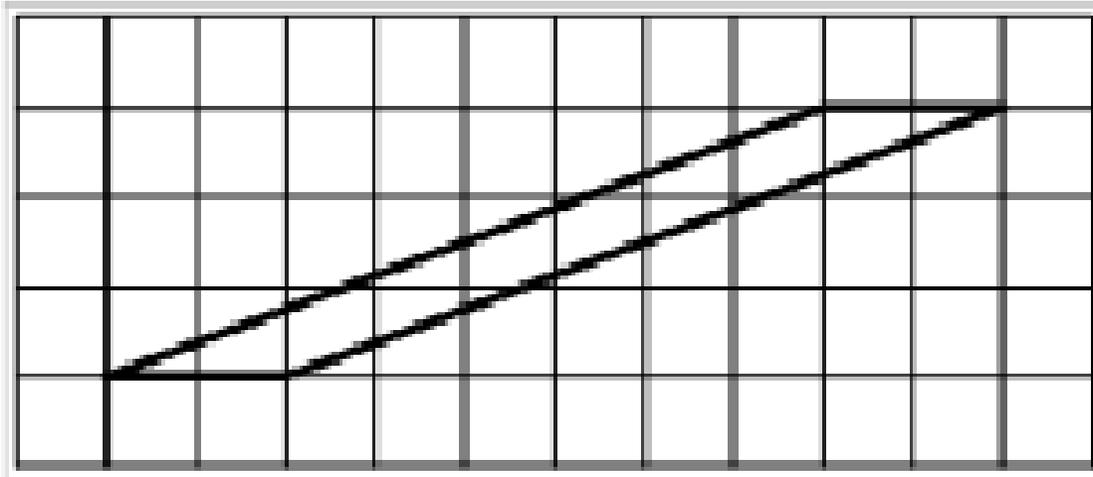
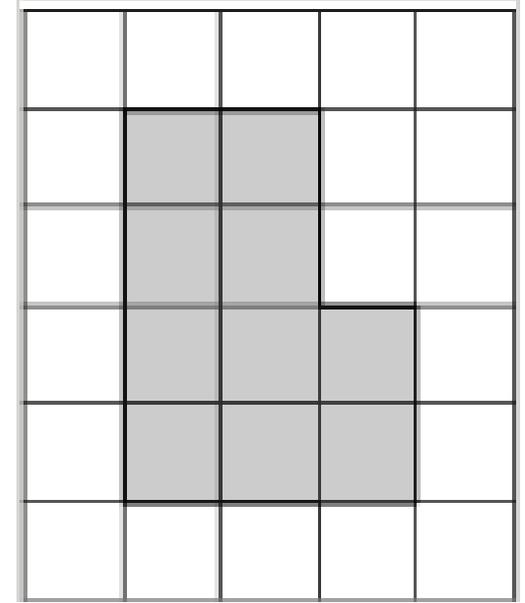
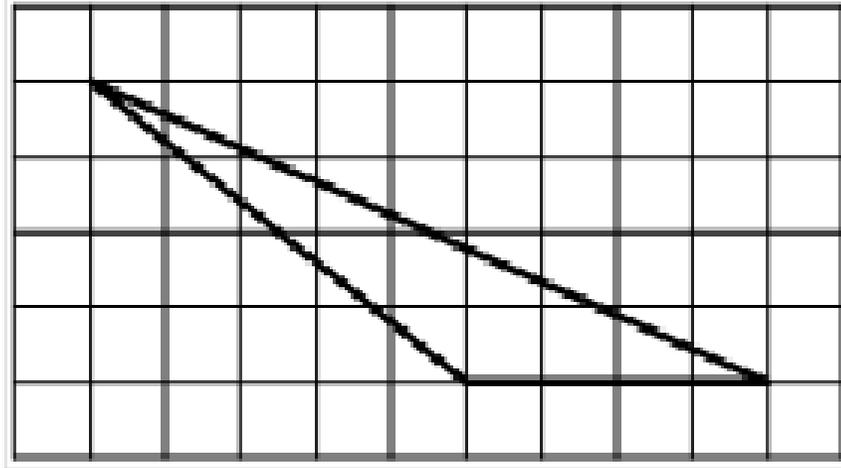
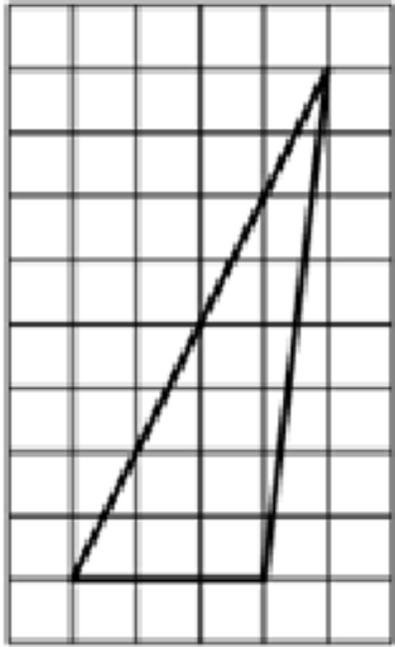


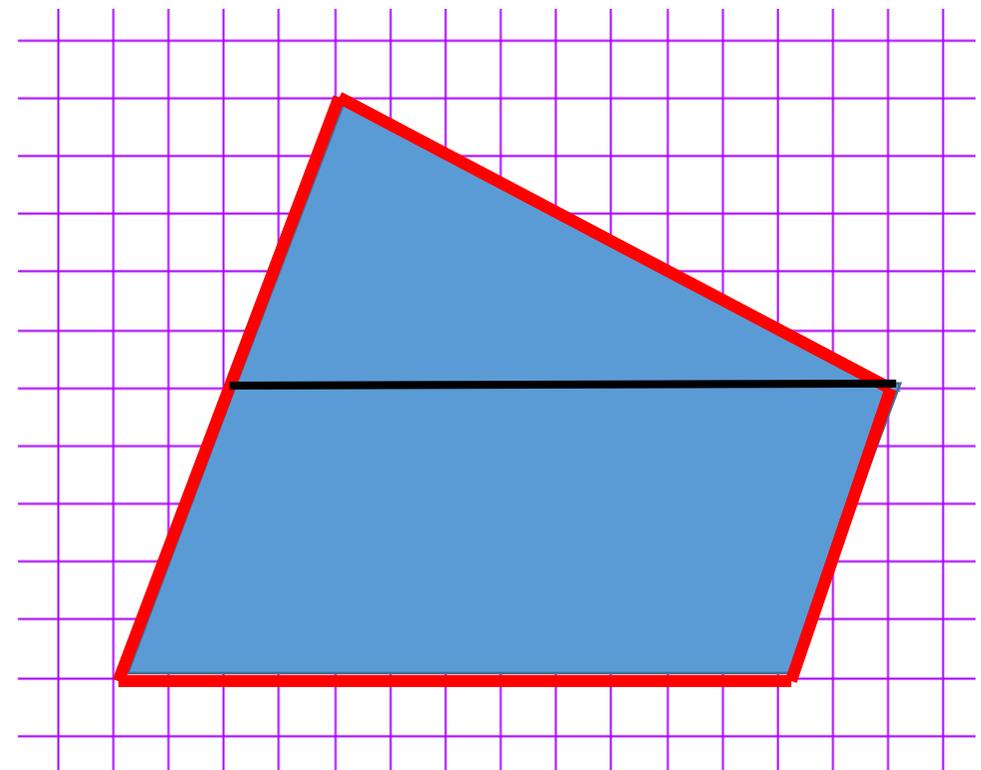
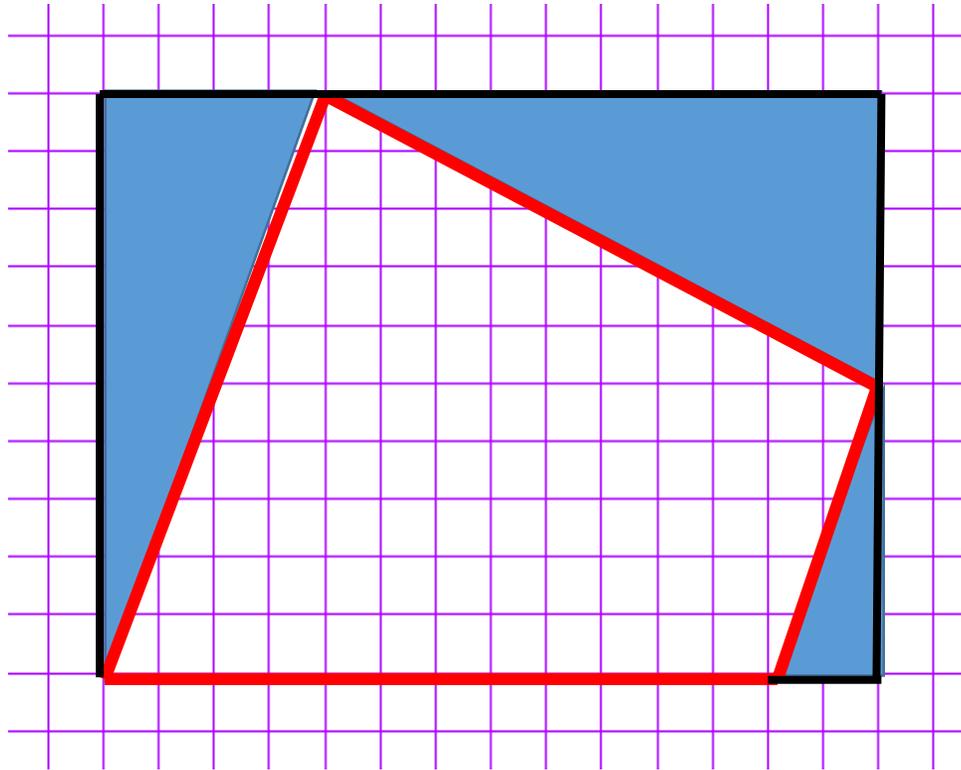
*«Планиметрические задачи  
базового уровня сложности в ЕГЭ  
по математике»*

Шурубова Лидия Павловна,  
учитель математики МАОУ гимназии № 92 г. Краснодара

## *Задача № 5 «Площадь»*

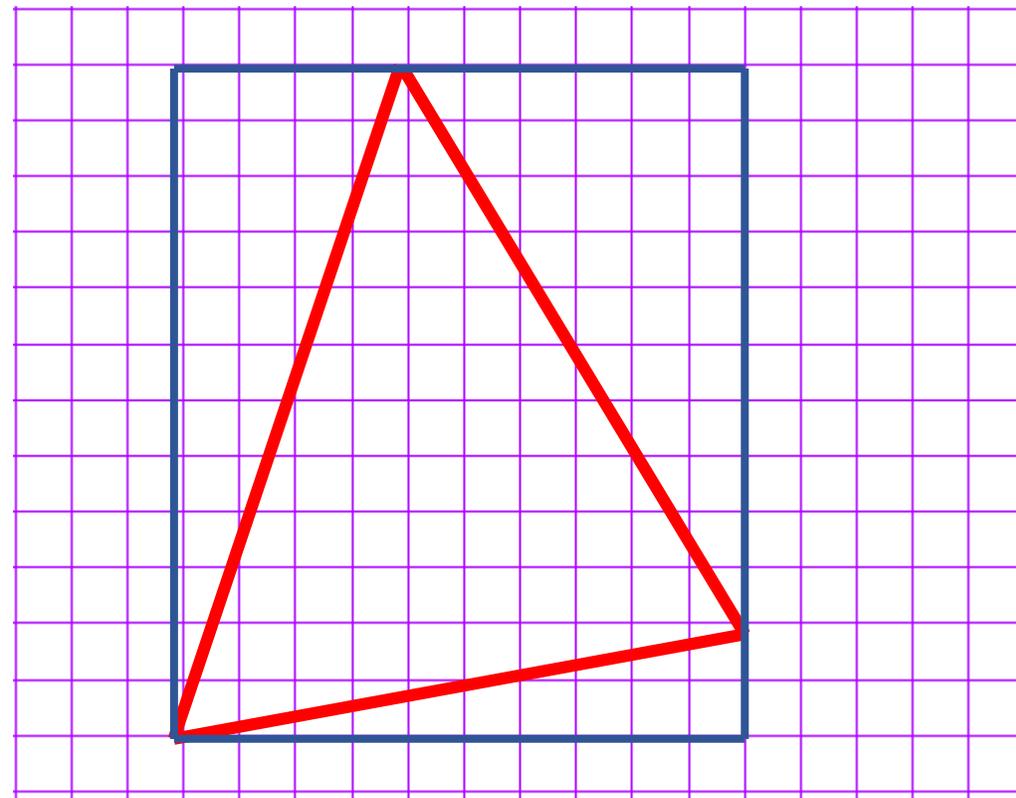
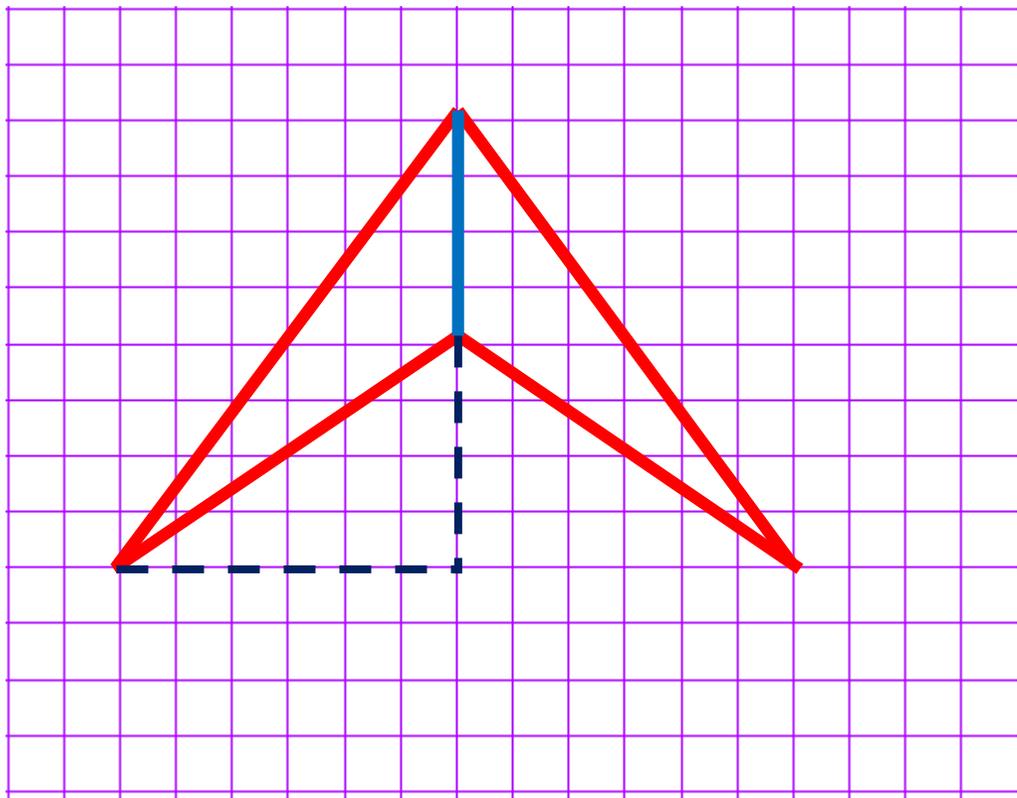
- План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м X 1 м. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.





$$S = 14 \cdot 10 - 0,5 \cdot 10 \cdot 4 - 0,5 \cdot 10 \cdot 5 - 0,5 \cdot 2 \cdot 5 = 90$$

$$S = 12 \cdot 5 + 0,5 \cdot 12 \cdot 5 = 90$$



$$S=2 \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 6=24$$



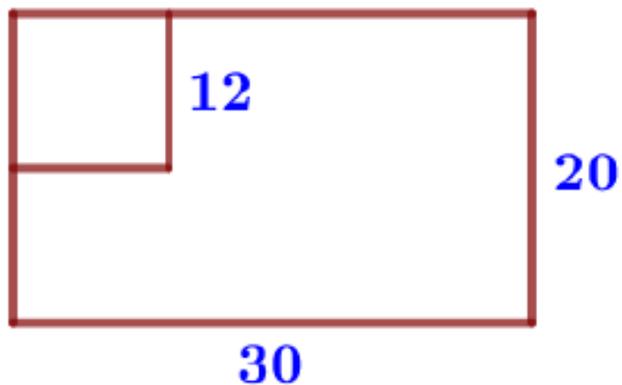
На фрагменте географической карты схематично изображены очертания Большого пруда Екатерининского парка с островами (площадь одной клетки равна одному гектару). Оцените приблизительно площадь Большого острова. Ответ дайте в гектарах с округлением до целого числа.



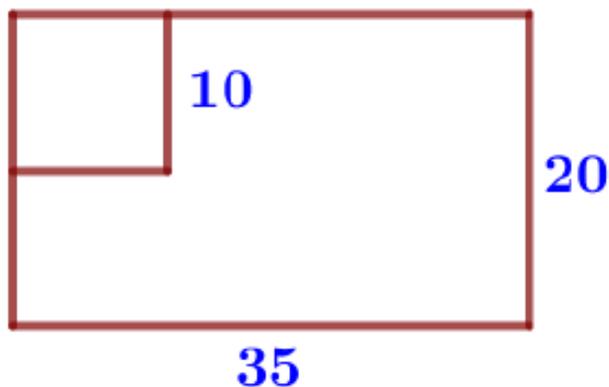
На фрагменте географической карты схематично изображены границы города Выксы и очертания водоёмов (длина стороны квадратной клетки равна 1 км). Оцените приблизительно площадь озера Карьер. Ответ дайте в квадратных километрах с округлением до целого числа.

# *Задача № 10 «Прикладная планиметрия»*

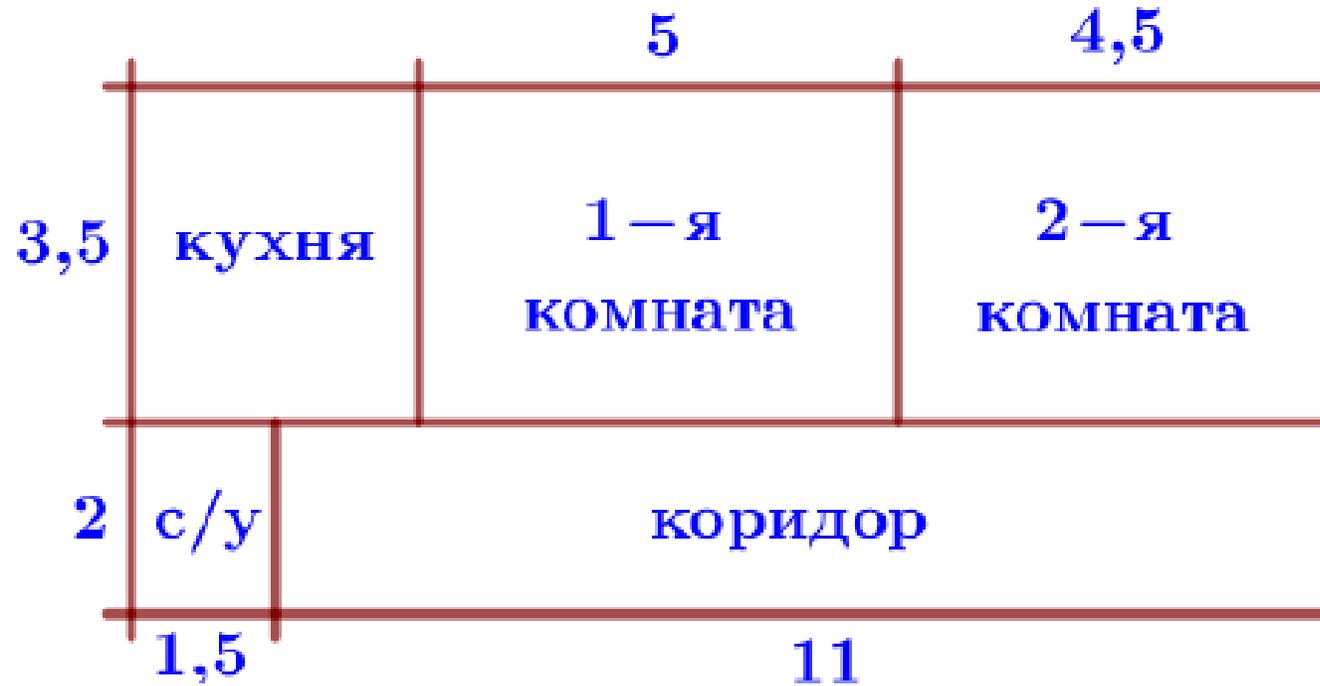
- 1) Периметр
- 2) Площадь
- 3) Теорема Пифагора
- 4) Подобные треугольники
- 5) Окружность
- 6) Средняя линия трапеции



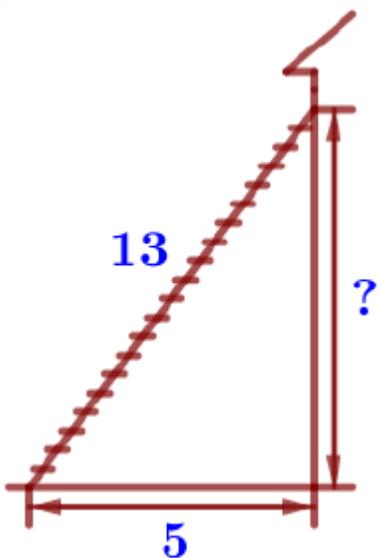
Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 30 метров и 20 метров. Хозяин планирует обнести его изгородью и отгородить такой же изгородью квадратный участок со стороной 12 метров (см. рис.). Найдите суммарную длину изгороди в метрах.



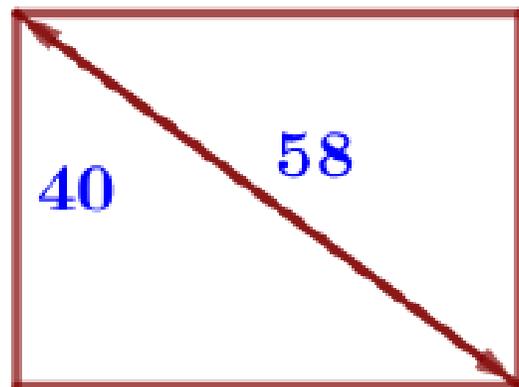
Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 35 метров и 20 метров. Хозяин отгородил на участке квадратный вольер со стороной 10 метров (см. рис.). Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.



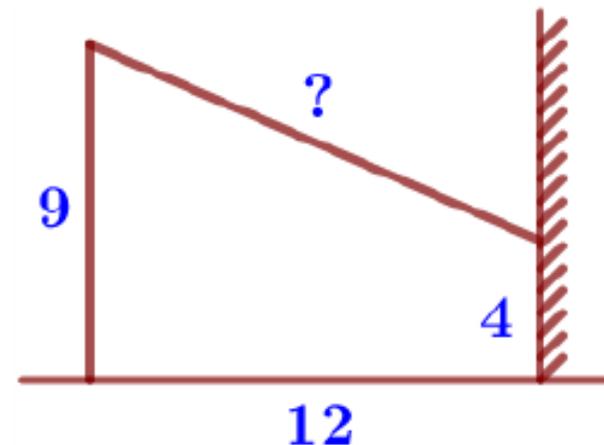
Квартира состоит из двух комнат, кухни, коридора и санузла (см. чертёж). Первая комната имеет размеры 3,5 м X 5 м, вторая – 3,5 м X 4,5 м, санузел имеет размеры 2 м X 1,5 м, длина коридора 11 м. Найдите площадь кухни (в квадратных метрах).



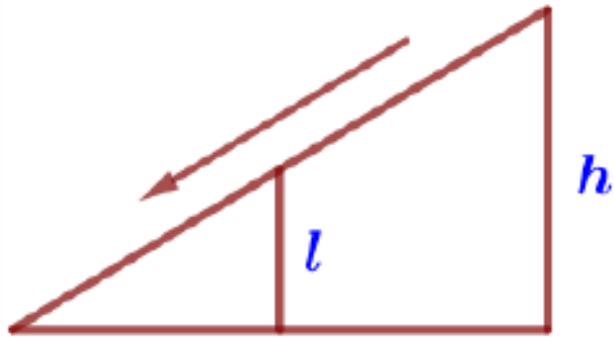
Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. На какой высоте находится верхний конец лестницы? Ответ дайте в метрах.



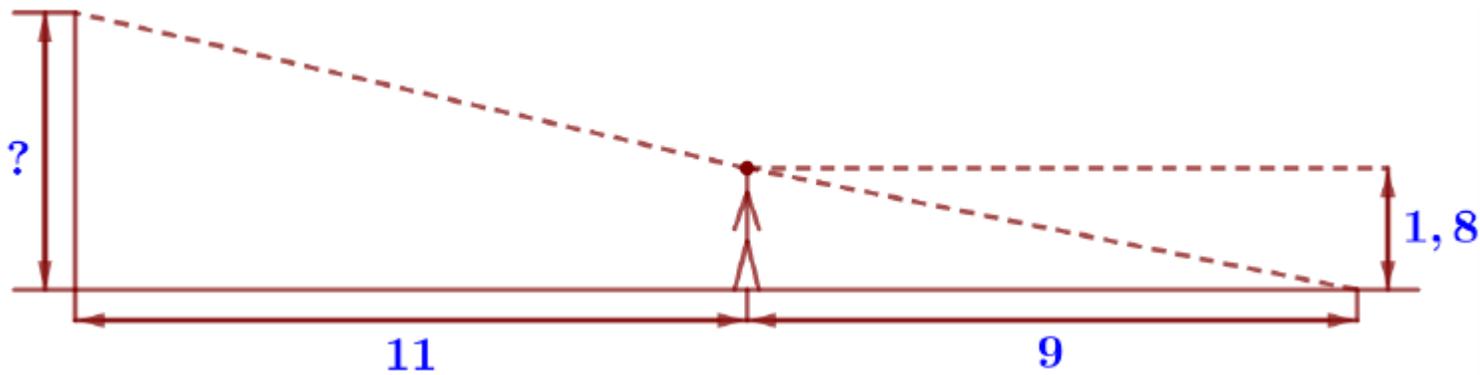
Диагональ прямоугольного экрана ноутбука равна 58 см, а высота экрана – 40 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



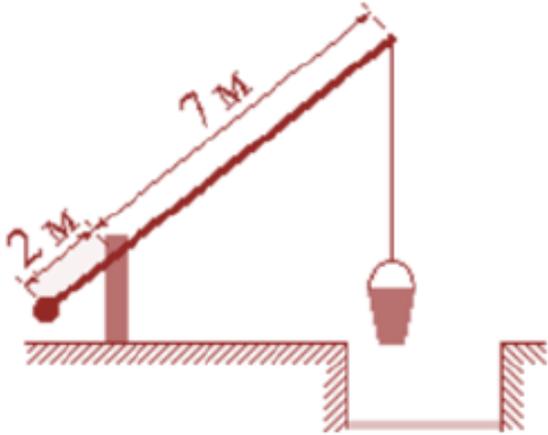
От столба высотой 9 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 4 м от земли (см. рисунок). Расстояние от дома до столба 12 м. Найдите длину провода. Ответ дайте в метрах.



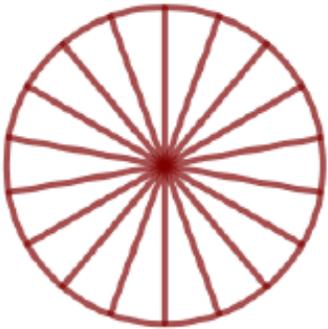
Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту  $l$  этого столба, если высота  $h$  горки равна 4,2 м. Ответ дайте в метрах.



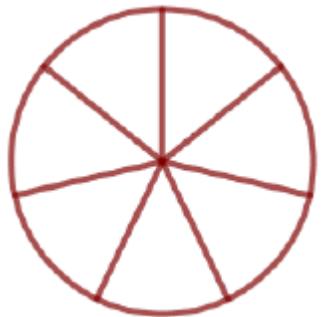
Человек, рост которого равен 1,8 м, стоит на расстоянии 11 м от уличного фонаря. При этом длина тени человека равна 9 м. Определите высоту фонаря (в метрах).



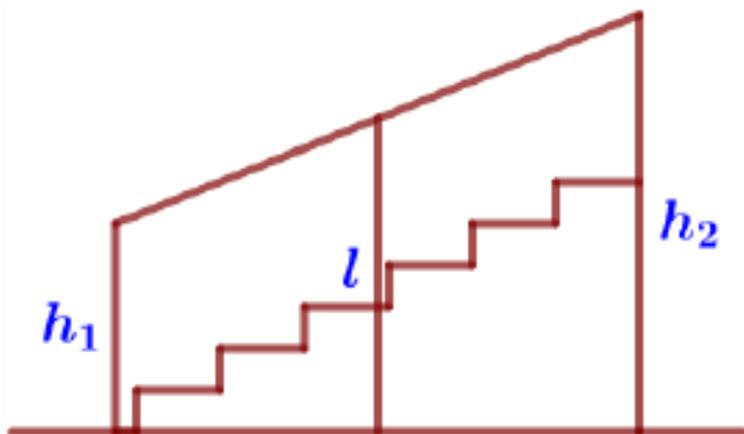
На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо – 7 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?



Колесо имеет 18 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



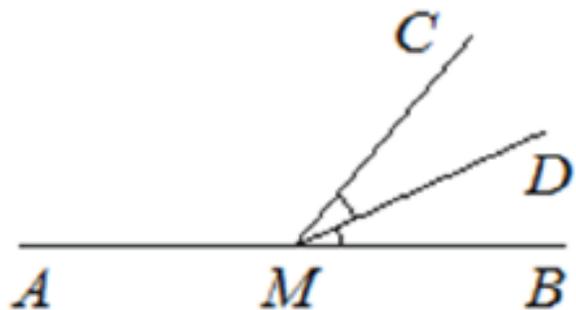
На рисунке показано, как выглядит колесо с 7 спицами. Сколько будет спиц в колесе, если угол между соседними спицами в нём будет равен  $36^\circ$ ?



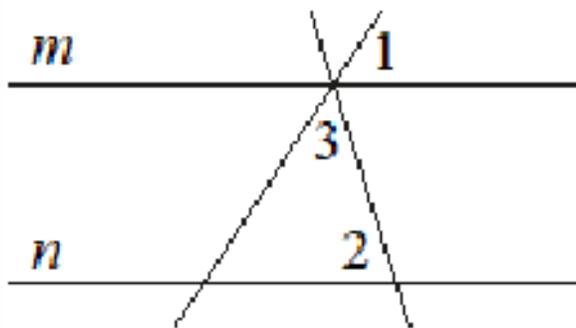
Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту  $l$  этого столба, если наименьшая высота  $h_1$  перил равна 0,7 м, а наибольшая  $h_2$  равна 1,5 м. Ответ дайте в метрах.

# *Задача № 15 «Планиметрия»*

- 1) Углы
- 2) Биссектриса, медиана, высота, сумма углов в треугольнике
- 3) Четырехугольники
- 4) Площадь. Теорема Пифагора
- 5) Подобные треугольники
- 6) Синус, косинус, тангенс острого угла, теорема Пифагора
- 7) Центральные и вписанные углы
- 8) Средняя линия трапеции

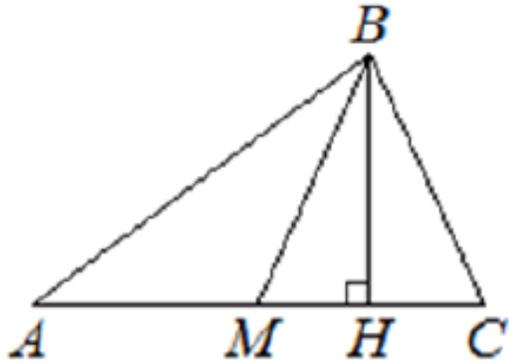


На прямой АВ взята точка М. Луч MD – биссектриса угла СМВ. Известно, что угол DMC равен  $18^\circ$ . Найдите угол СМА. Ответ дайте в градусах.

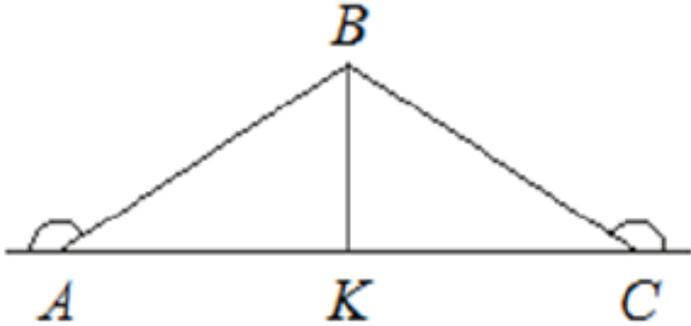


Прямые  $m$  и  $n$  параллельны (см. рисунок). Найдите величину угла 3, если угол 1 равен  $42^\circ$ , угол 2 равен  $73^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

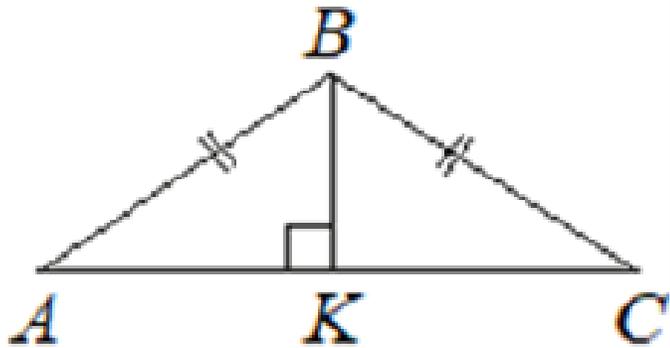
В треугольнике ABC сторона  $AC=56$ ,  $BM$  – медиана,  $BH$  – высота,  $BC=BM$ . Найдите длину отрезка  $AH$ .

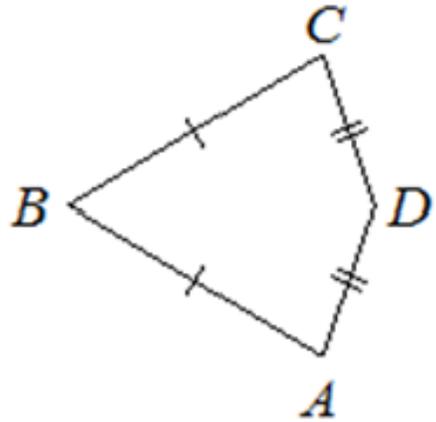


В треугольнике ABC внешние углы при вершинах A и C равны  $150^\circ$ ,  $AB=56$ . Найдите длину биссектрисы BK.

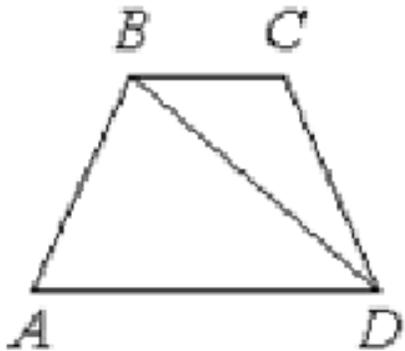


В равнобедренном треугольнике ABC угол ABC равен  $120^\circ$ . Высота BK, проведённая к основанию AC, равна 17. Найдите длину стороны AB.

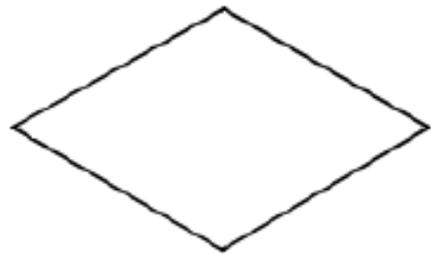




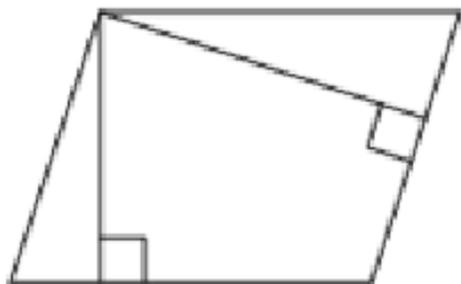
В выпуклом четырёхугольнике ABCD известно, что  $AB=BC$ ,  $AD=CD$ , угол B равен  $59^\circ$ , угол D равен  $147^\circ$ . Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.



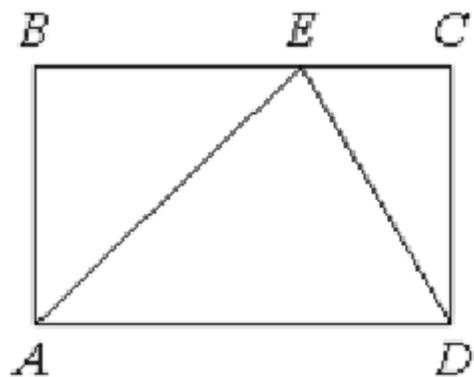
В трапеции ABCD известно, что  $AB=CD$ , угол BDA равен  $45^\circ$  и угол BDC равен  $24^\circ$ . Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



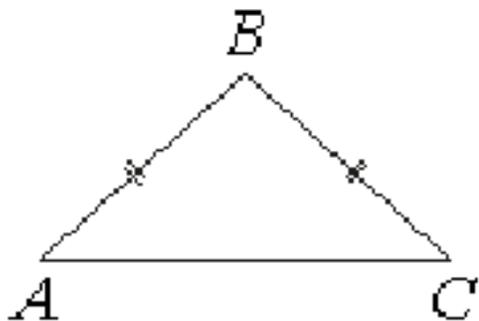
Сумма двух углов ромба равна  $120^\circ$ , а его меньшая диагональ равна 8. Найдите периметр ромба.



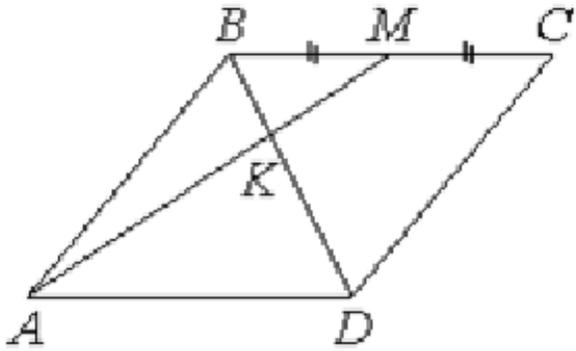
Стороны параллелограмма равны 10 и 12. Высота, опущенная на меньшую сторону, равна 6. Найдите высоты, опущенной на большую сторону параллелограмма.



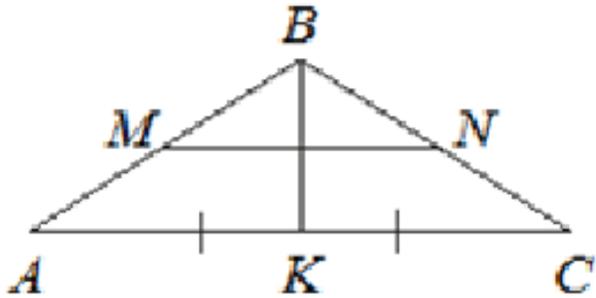
На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого  $AB=15$  и  $AD=23$ , отмечена точка E так, что треугольник ABE равнобедренный. Найдите ED.



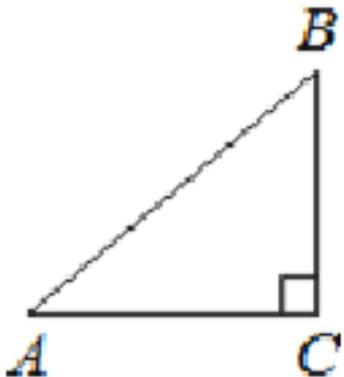
В равнобедренном треугольнике ABC основание AC равно 40, площадь треугольника равна 300. Найдите длину боковой стороны AB.



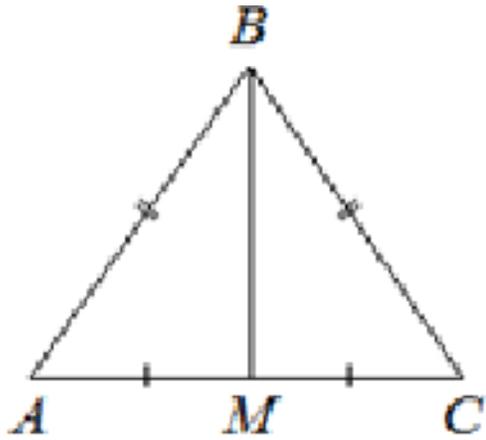
В параллелограмме ABCD отмечена точка М – середина стороны ВС. Отрезки ВD и АМ пересекаются в точке К. Найдите длину отрезка ВК, если  $BD=15$ .



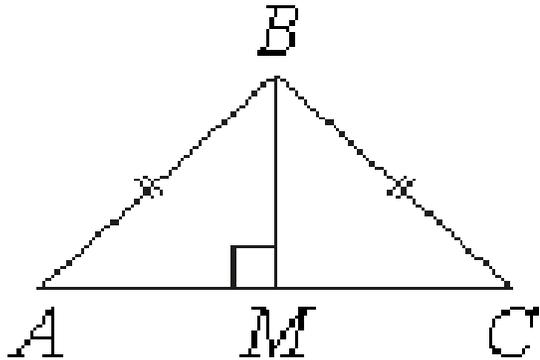
В равностороннем треугольнике ABC медиана  $BK=10$ , боковая сторона  $BC=26$ . Найдите длину отрезка MN, если известно, что он соединяет середины боковых сторон.



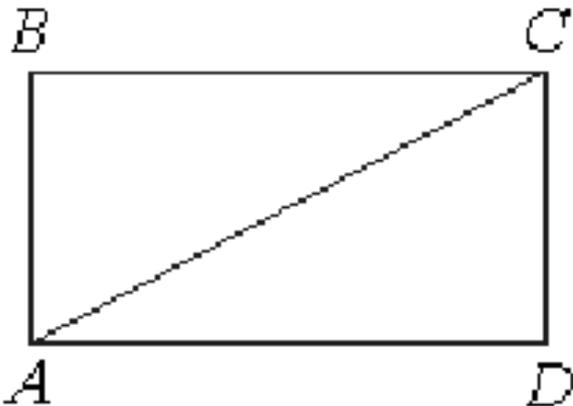
В треугольнике ABC угол C равен  $90$ ,  $AB=\sqrt{41}$ ,  $BC=4$ . Найдите  $\operatorname{tg}A$ .



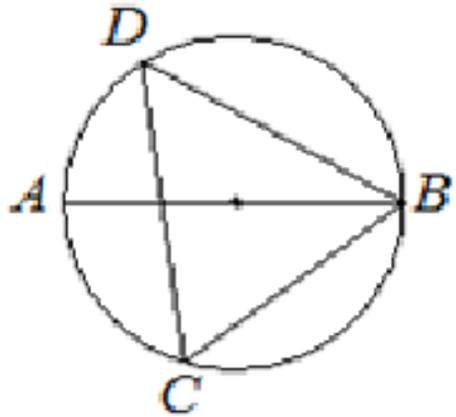
В равнобедренном треугольнике ABC боковые стороны  $AB=BC=5$ , медиана  $BM=4$ . Найдите  $\cos \angle BAC$ .



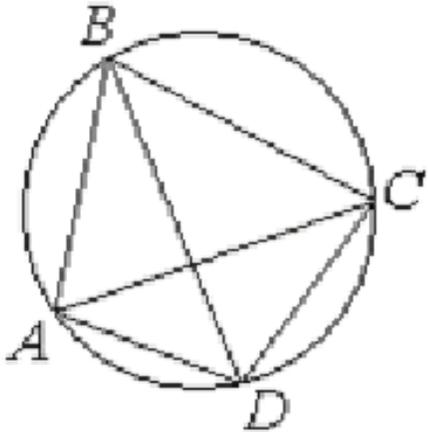
В равнобедренном треугольнике ABC высота  $BM$ , проведённая к основанию, равна 3, а  $\operatorname{tg} A=0,6$ . Найдите площадь треугольника ABC.



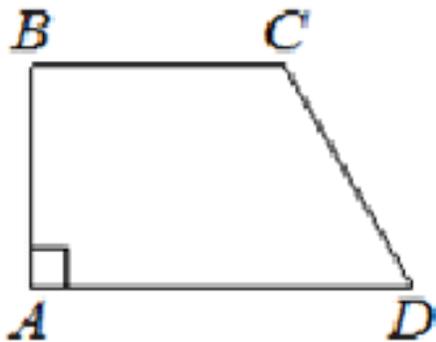
Площадь прямоугольника ABCD равна 300, сторона  $AB=9$ . Найдите тангенс угла CAD



На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $C$ . Известно, что угол  $DBA$  равен  $23^\circ$ . Найдите угол  $DCB$ . Ответ дайте в градусах.



Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $56^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $42^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

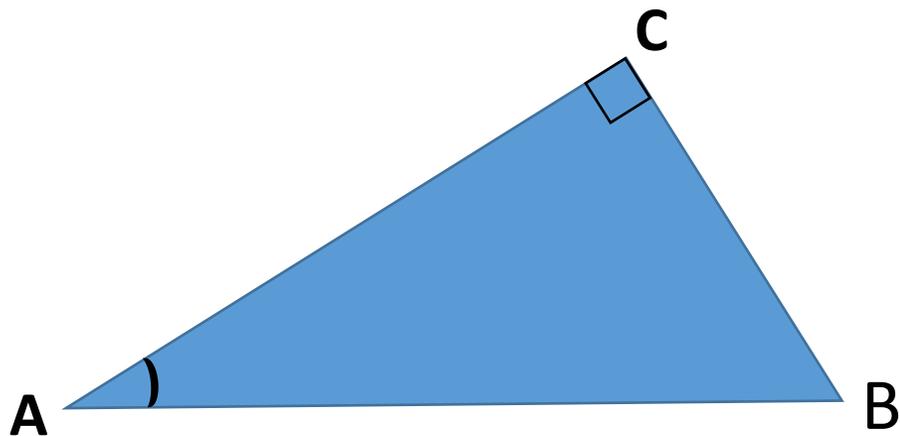


В прямоугольной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  угол  $BAD$  прямой,  $AB=12$ ,  $BC=CD=13$ . Найдите среднюю линию трапеции.

## *Задача № 3 «Планиметрия»*

- 1) Биссектриса, медиана, высота, сумма углов в треугольнике
- 2) Четырехугольники
- 3) Площадь. Теорема Пифагора
- 4) Подобные треугольники
- 5) Синус, косинус, тангенс острого угла, теорема Пифагора
- 6) Центральные и вписанные углы
- 7) Вписанная окружность
- 8) Описанная окружность
- 9) Расширенная теорема синусов

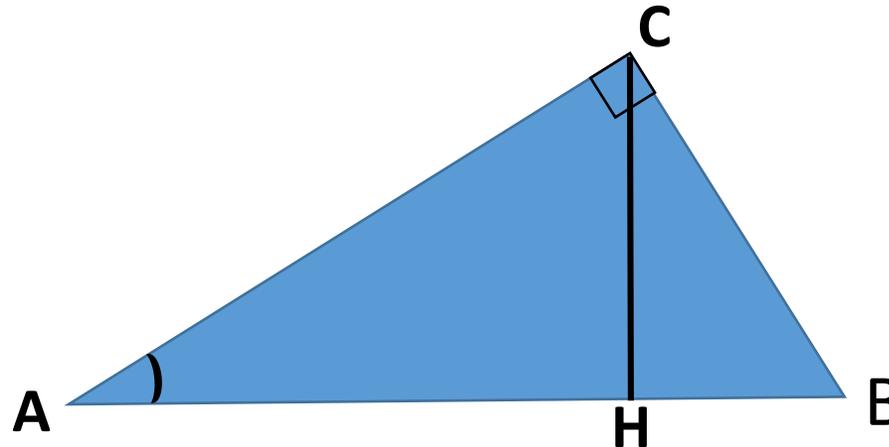
В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 24$ ,  $BC = 7$ . Найти  $\sin \angle A$



$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{BC^2 + AC^2}} = \frac{7}{\sqrt{576 + 49}} = \frac{7}{25} = 0,28$$

**Ответ: 0,28**

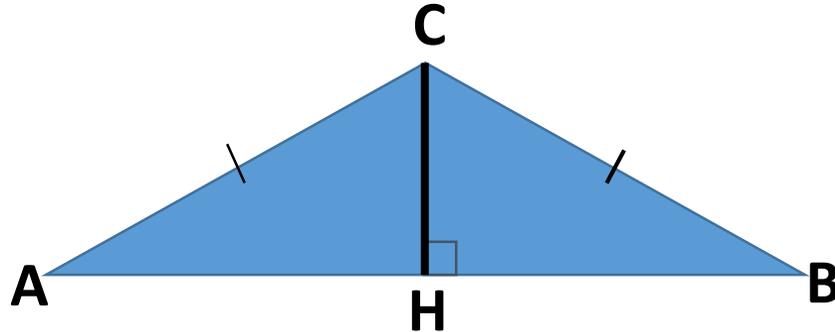
В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $AB=13$ ,  $\operatorname{tg} \angle A = \frac{1}{5}$ . Найдите  $AH$ .



$$AH = AC \cos \angle A = AB \cos^2 \angle A = AB \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \angle A} = 13 \cdot \frac{25}{26} = 12,5$$

**Ответ: 12,5**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 9,6$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найти  $AC$ .

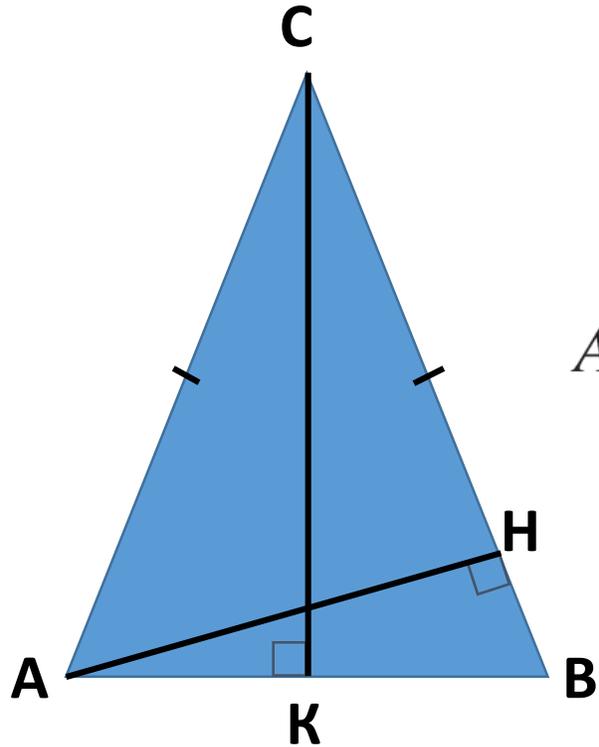


Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.  
Тогда

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2 \cos A} = \frac{AB}{2 \sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{9,6}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2}} = \frac{4,8 \cdot 25}{24} = 5.$$

**Ответ: 5**

В треугольнике ABC  $AC=BC=4\sqrt{5}$ ,  $\sin \angle BAC=0,25$ . Найти высоту AH.

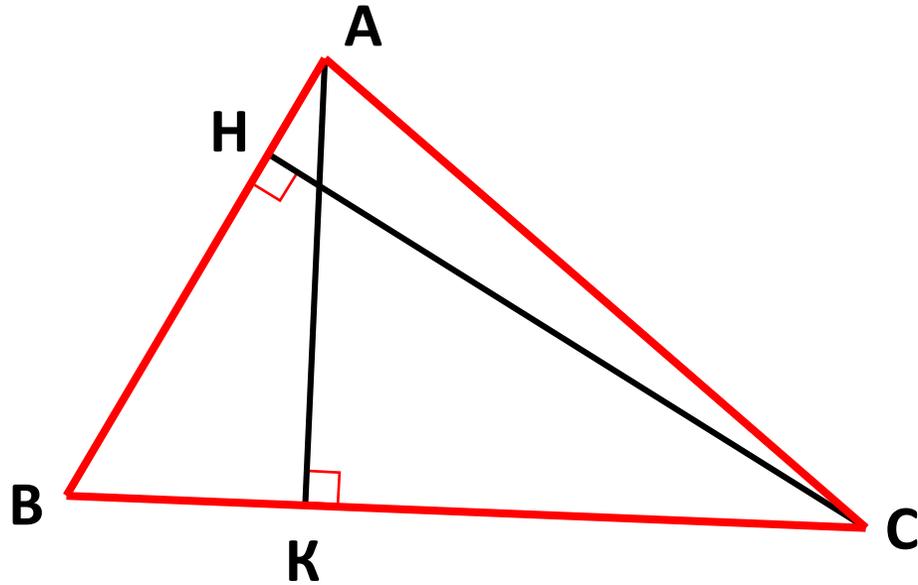


Треугольник ABC равнобедренный, значит углы CAB и ABH равны как углы при основании и высота CK, проведенная к основанию, делит его пополам.

$$\begin{aligned}AH &= AB \cdot \sin \angle ABH = AB \cdot \sin \angle BAC = 2AK \cdot \sin \angle BAC = \\&= 2AC \cdot \cos \angle BAC \cdot \sin \angle BAC = 2AC \cdot \sin \angle BAC \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \\&= 2 \cdot 4\sqrt{15} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{15}{2} = 7,5.\end{aligned}$$

**Ответ: 7,5**

У треугольника со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 4. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?



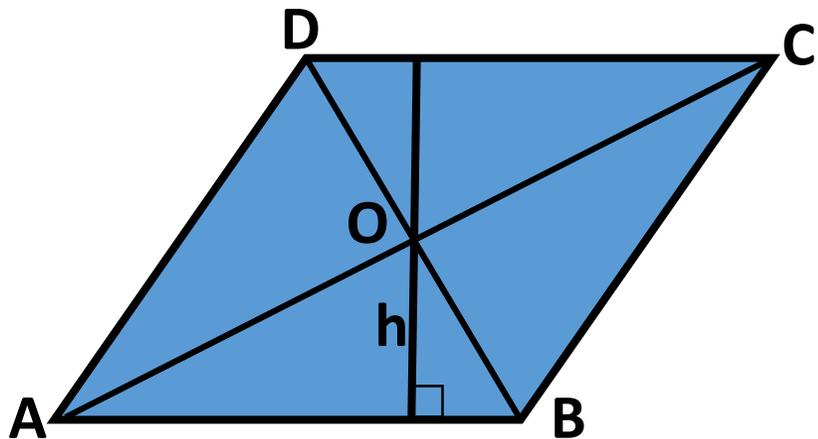
Выразим площадь двумя способами:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}CH \cdot AB = \frac{1}{2}AK \cdot CB.$$

Тогда,  $AK = \frac{CH \cdot AB}{CB} = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$

**Ответ: 6**

Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найти высоту ромба.



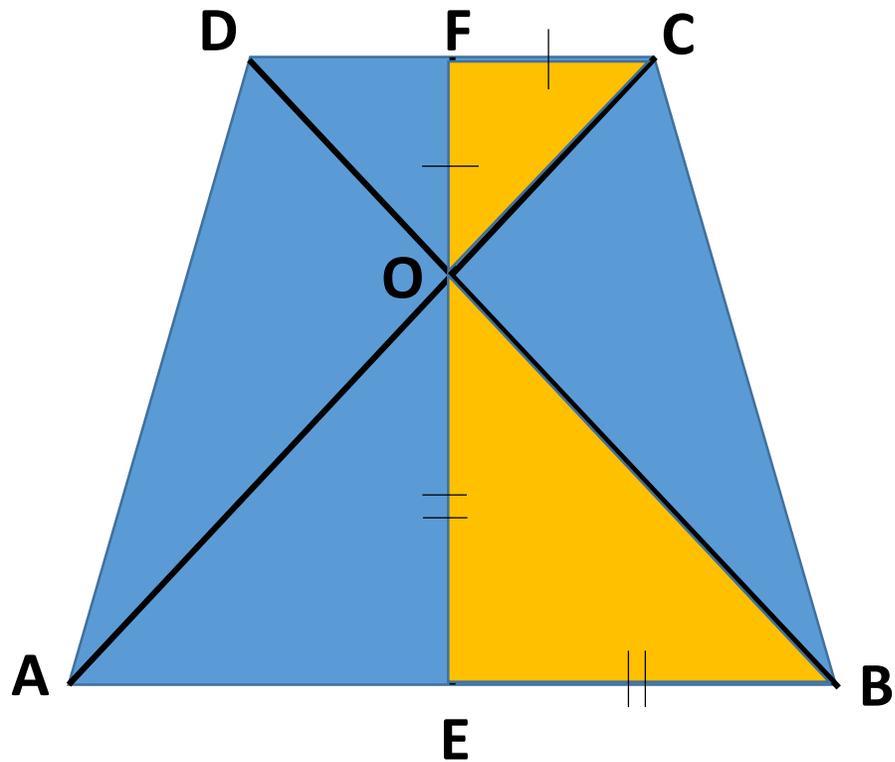
Заметим, что сторона ромба равна 50. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Пусть  $OB = 3x$ , тогда  $AO = 4x$ . По теореме Пифагора  $AO^2 + OB^2 = AB^2$ , поэтому  $25x^2 = 2500$ , откуда  $x = 10$ . Тогда для высоты треугольника  $AOB$  имеем

$$h = \frac{AO \cdot OB}{AB} = \frac{4x \cdot 3x}{5x} = \frac{12x}{5} = \frac{12 \cdot 10}{5} = 24.$$

Следовательно, высота ромба равна  $2h = 48$ .

**Ответ: 48.**

В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найти ее среднюю линию.



Треугольники CFO и BEO равнобедренные, так как

$$\angle OCF = \angle COF = 45^\circ$$

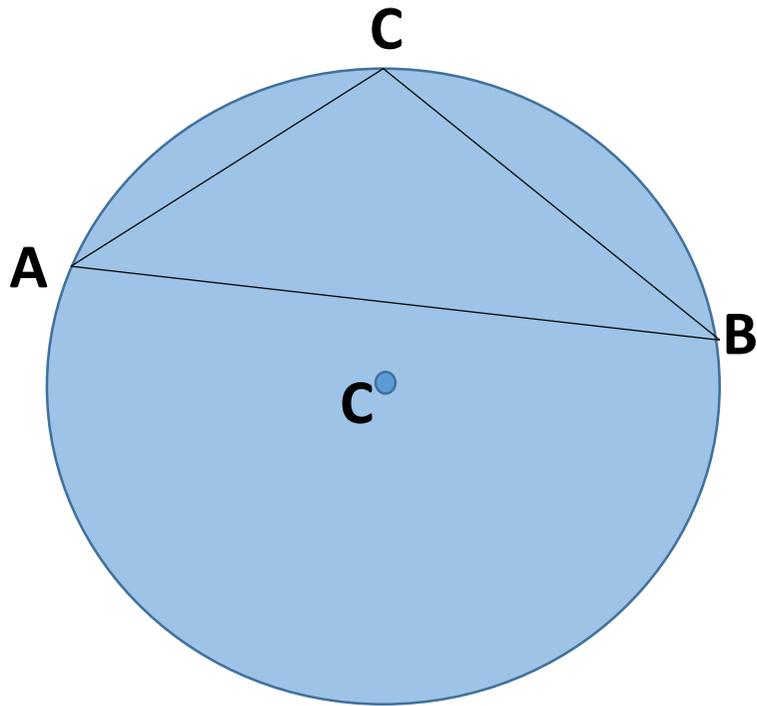
$$\angle OBE = \angle BOE = 45^\circ.$$

Следовательно, средняя линия равна

$$\frac{DC + AB}{2} = FC + EB = FO + OE = FE = 12.$$

**Ответ: 12.**

Хорда  $AB$  делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки  $C$ , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дать в градусах.



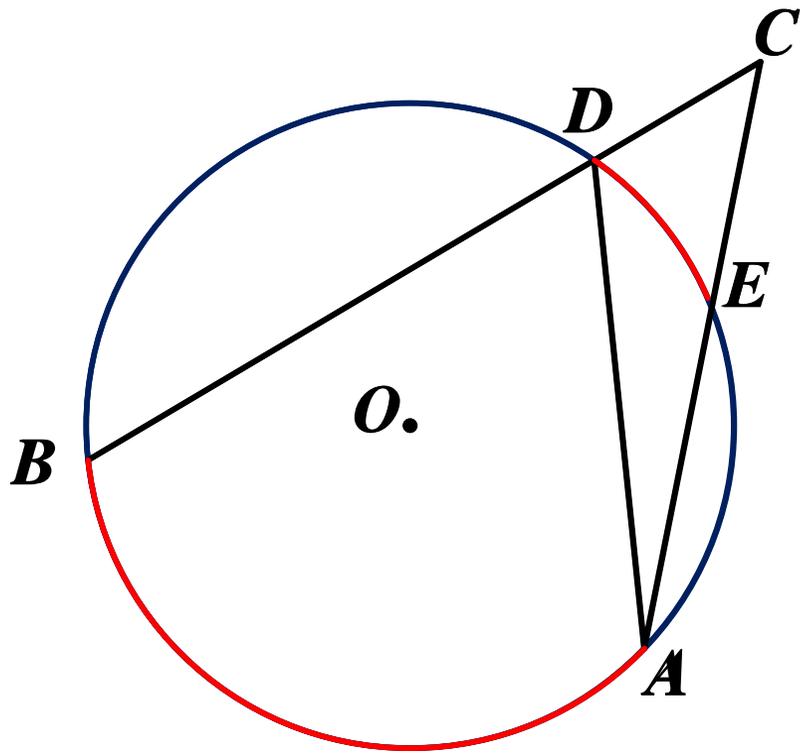
Из точки  $C$  хорда  $AB$  видна под углом  $ACB$ . Пусть большая часть окружности равна  $7x$ , тогда меньшая равна  $5x$ .

$$7x + 5x = 360^\circ \Leftrightarrow 12x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ.$$

Значит, меньшая дуга окружности равна  $150^\circ$ , а большая —  $210^\circ$ . Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит, опирающийся на большую дугу угол  $ACB$  равен  $105^\circ$ .

**Ответ: 105.**

Найти угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118 и 36 градусов. Ответ дать в градусах.

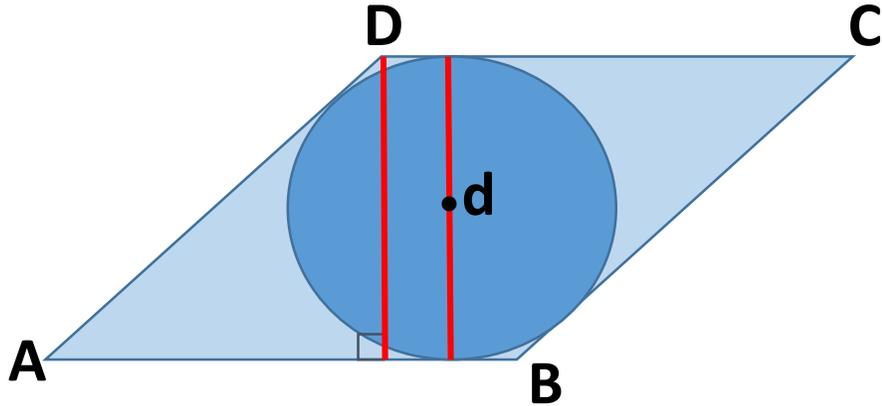


Угол между двумя секущими равен полуразности высекаемых ими дуг:

$$\angle ACB = \frac{\cup AB - \cup DE}{2} = \frac{118^\circ - 38^\circ}{2} = 40^\circ.$$

**Ответ: 40.**

Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30 градусов. Найти радиус вписанной окружности этого ромба.

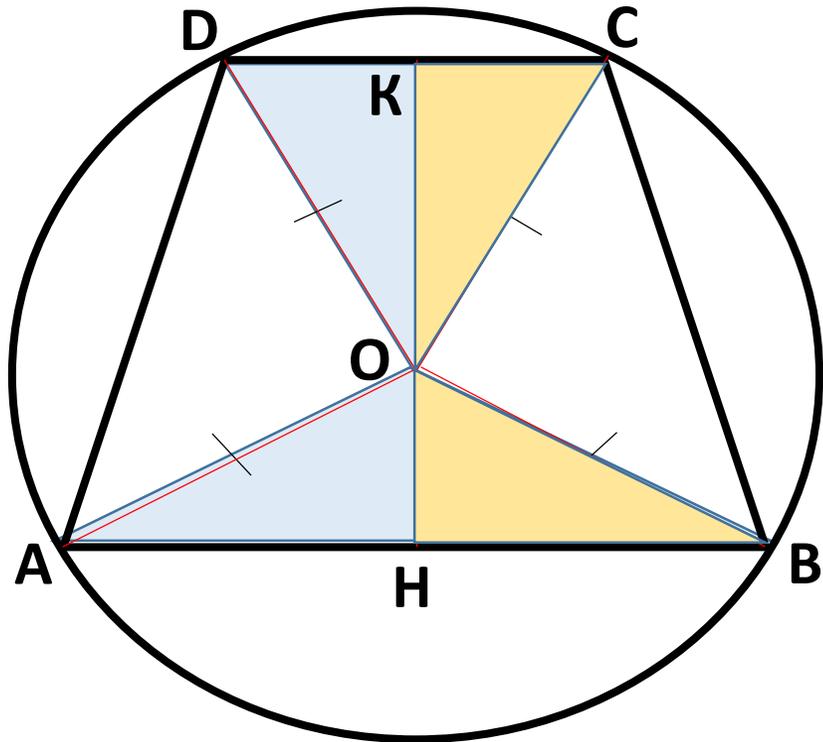


Радиус  $r$  вписанной в ромб окружности вдвое меньше его высоты  $d$ . Поэтому

$$r = \frac{d}{2} = \frac{DH}{2} = \frac{AD \sin A}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,25.$$

**Ответ: 0,25**

Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найти высоту трапеции.



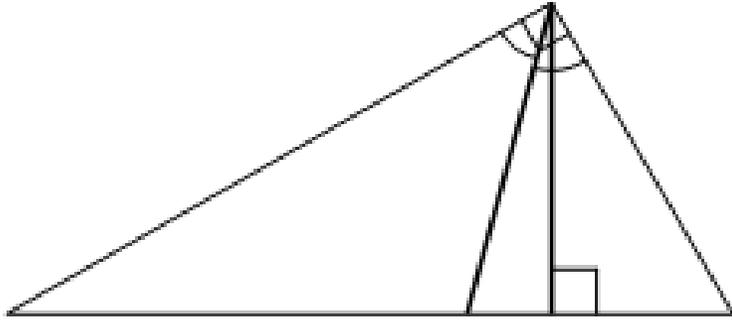
Высота трапеции  $KH=KO+OH$ , где  $KO$  и  $OH$  – высоты равнобедренных треугольников  $DOC$  и  $AOB$ . По теореме Пифагора:

$$KO = \sqrt{OC^2 - KC^2} = \sqrt{R^2 - \frac{DC^2}{4}} = \sqrt{25 - 9} = 4,$$

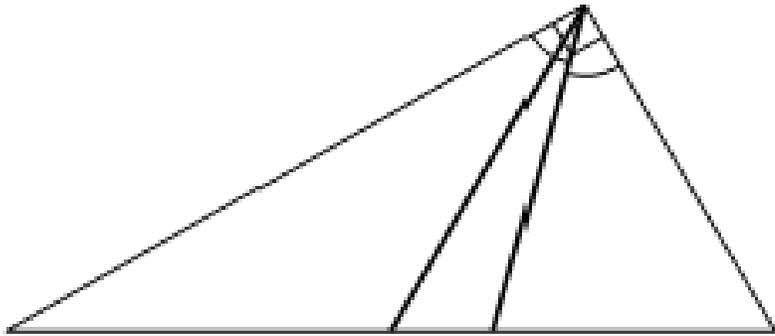
$$OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = \sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{25 - 16} = 3.$$

Тогда  $KH=KO+OH=7$ .

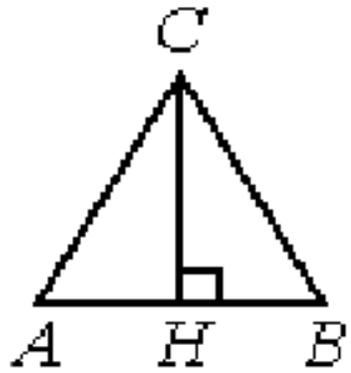
**Ответ: 7.**



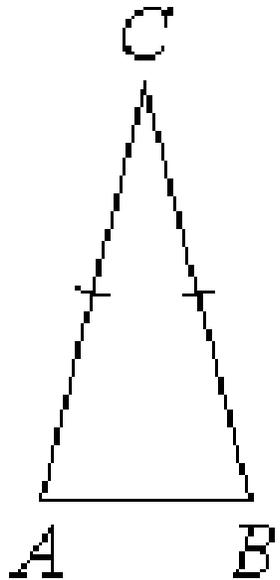
В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



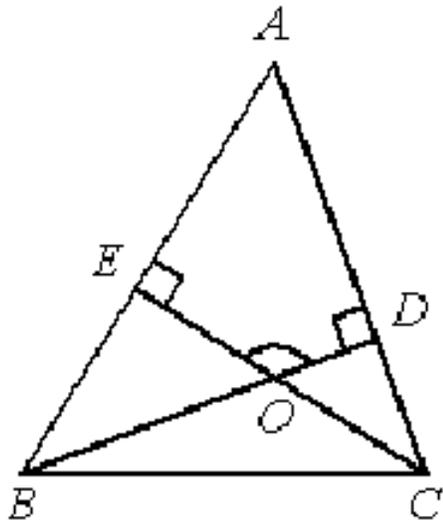
Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $12^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



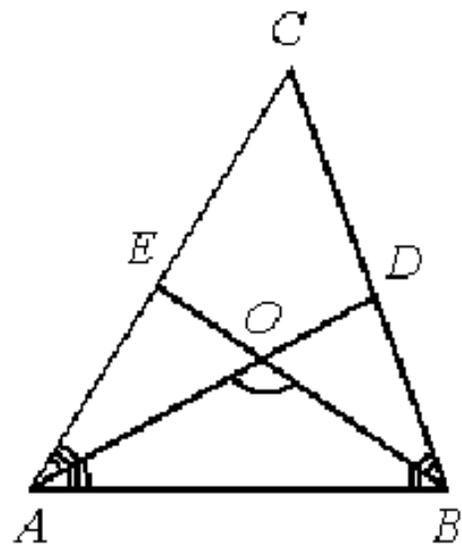
В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна  $27\sqrt{3}$ . Найдите AB.



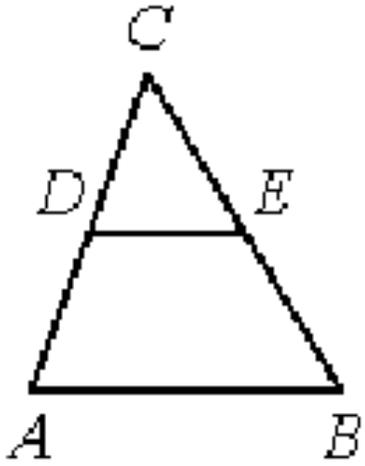
Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 11. Найдите площадь этого треугольника.



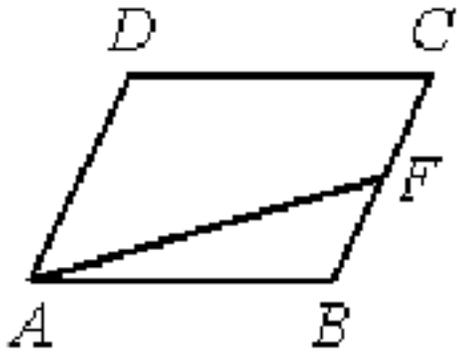
В треугольнике ABC угол A равен  $44^\circ$ , углы B и C – острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



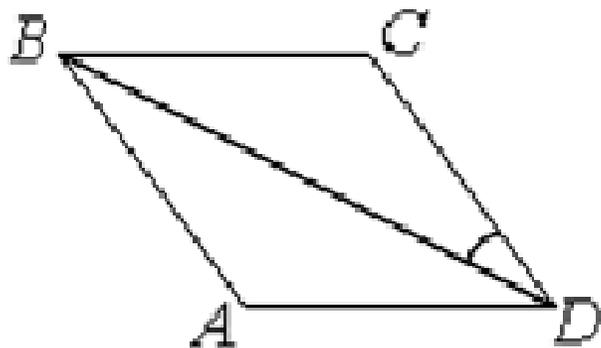
В треугольнике ABC угол C равен  $58^\circ$ , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



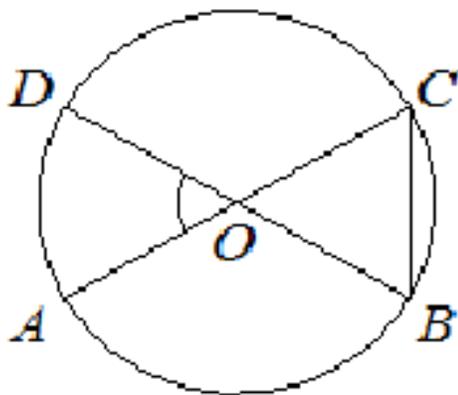
В треугольнике ABC DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 24. Найдите площадь треугольника ABC.



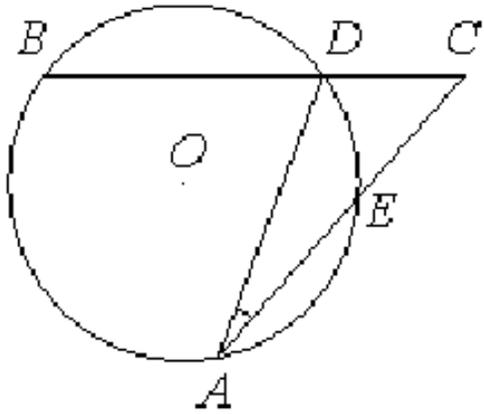
Площадь параллелограмма ABCD равна 20. Точка F – середина стороны BC. Найдите площадь трапеции AFCD.



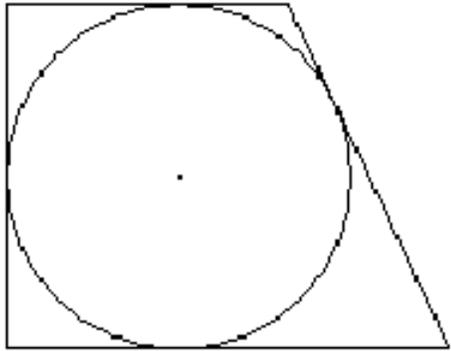
В ромбе ABCD угол DAB равен  $148^\circ$ . Найдите угол BDC. Ответ дайте в градусах.



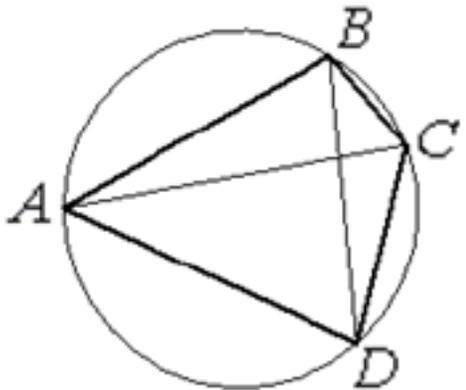
Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен  $56^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



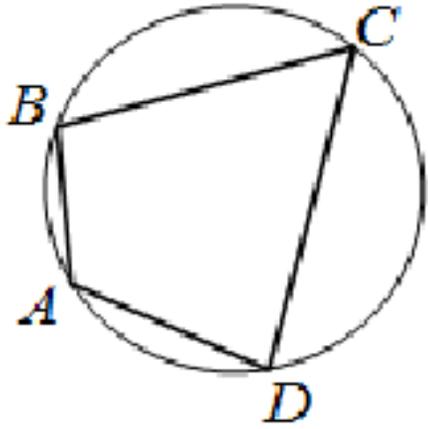
Угол  $ACB$  равен  $54^\circ$ . Градусная мера дуги  $AB$  окружности, не содержащей точек  $D$  и  $E$ , равна  $138^\circ$ . Найдите угол  $DAE$ . Ответ дайте в градусах.



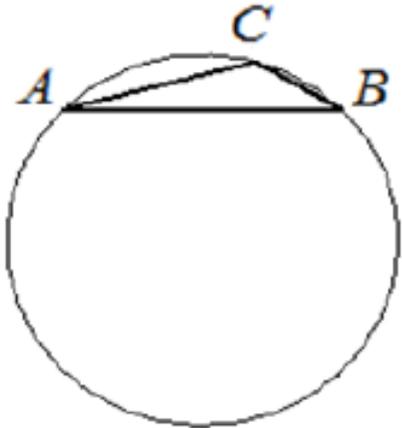
Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.



Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $70^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $49^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол BAD равен  $136^\circ$ .  
Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



В треугольнике ABC сторона AB равна 32, угол C равен  $135^\circ$ .  
Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.