

**Применение производной
в заданиях № 6
ЕГЭ по математике
профильного уровня**

Медведева Е.В.
Учитель математики
МБОУСОШ №32
Белоглинский район

2022 год

Физический смысл производной

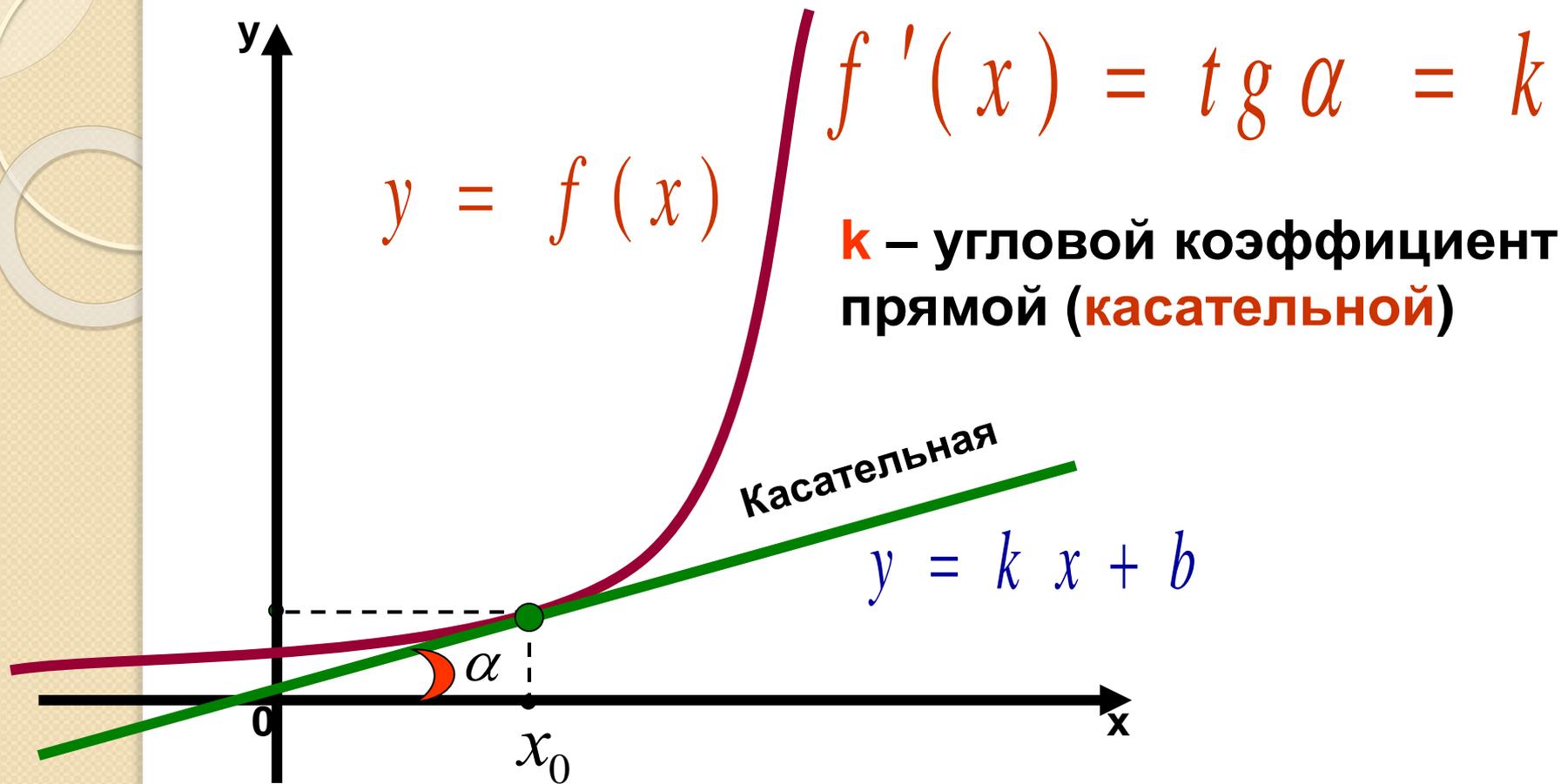
$$x'(t) = v(t)$$

Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?



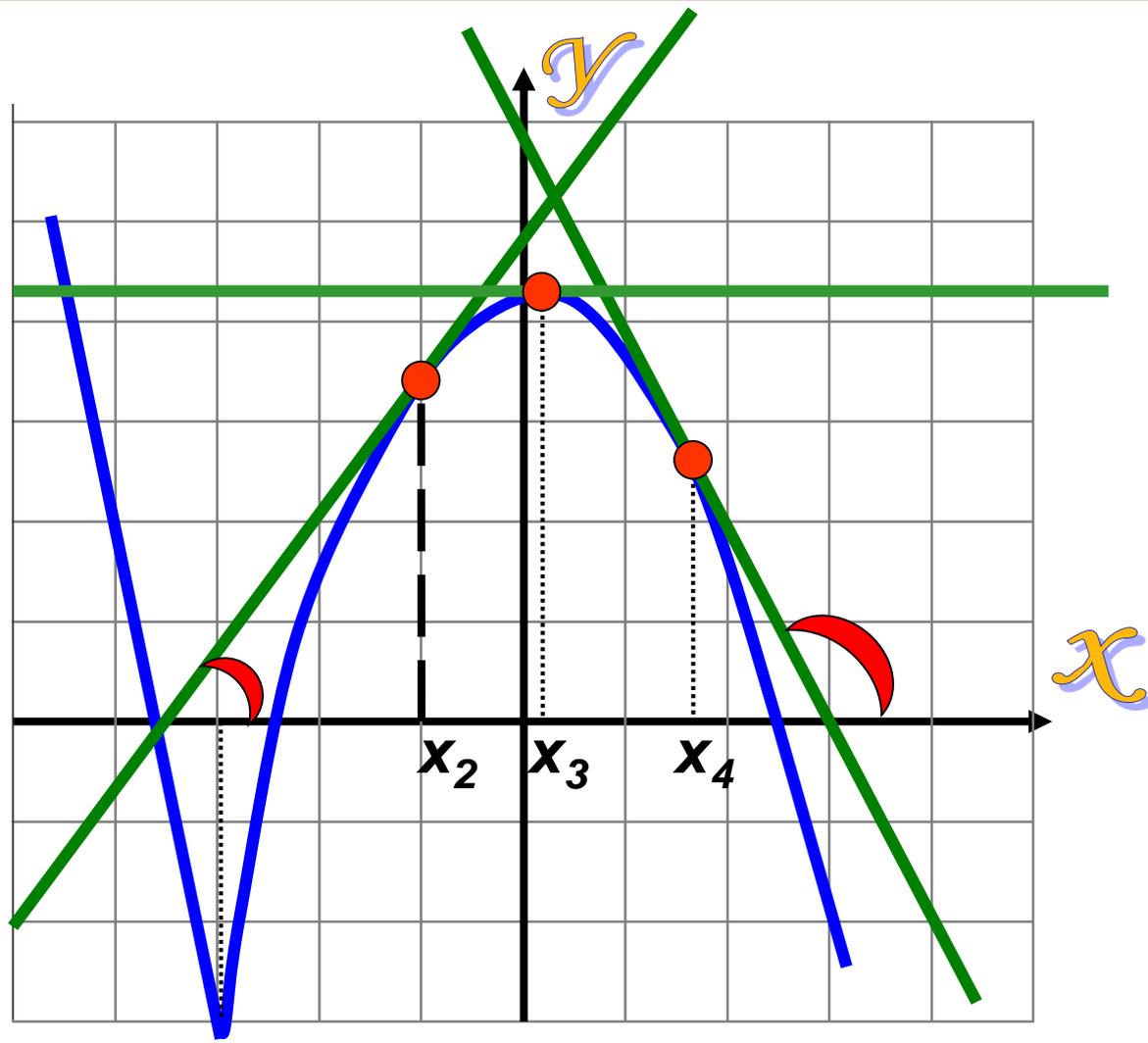
Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

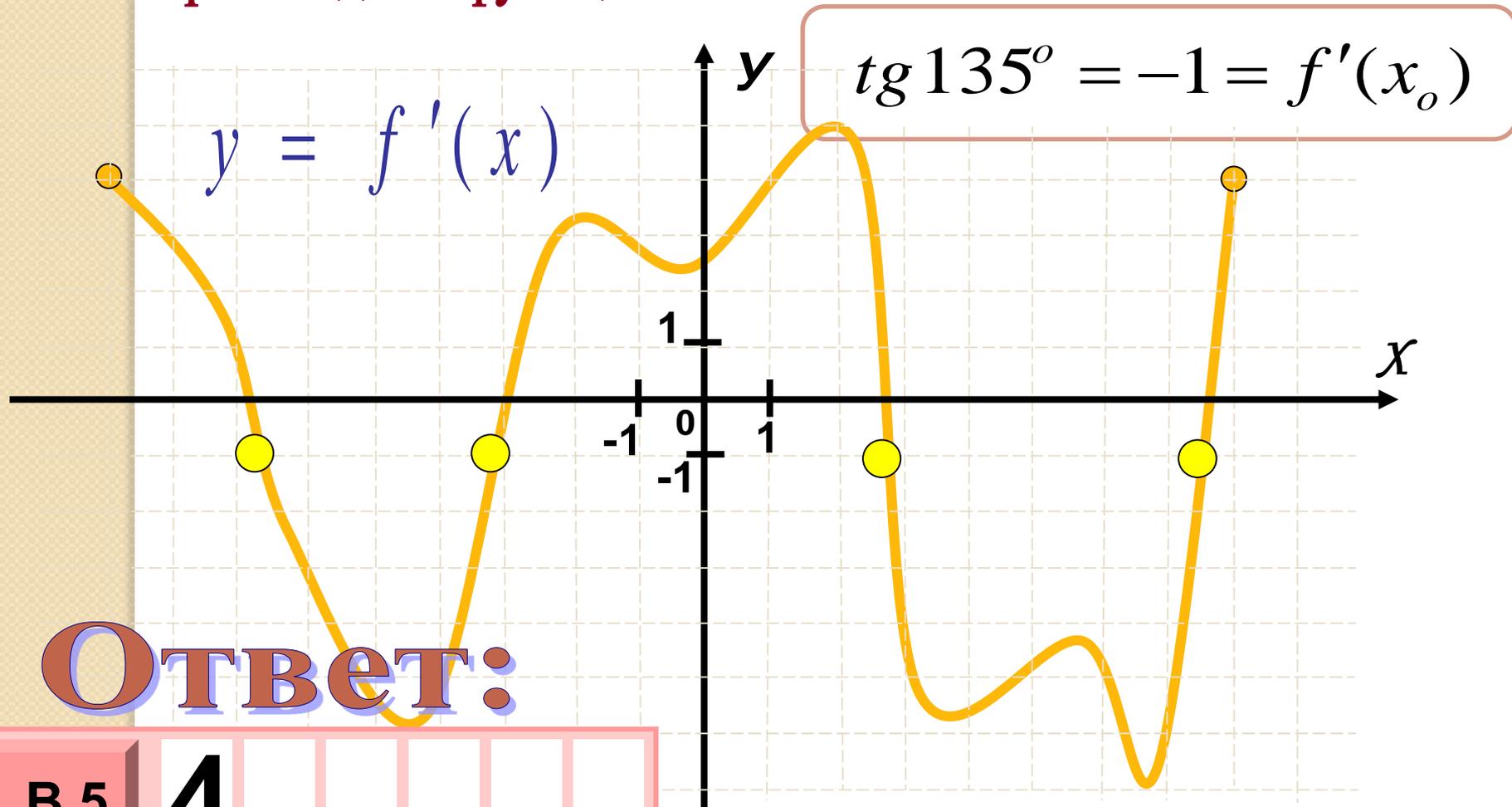
$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow k < 0$$

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow k > 0$$

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow k = 0$, касательная параллельна Ox



К графику функции $y = f(x)$ провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси Ox . На рисунке изображен график производной функции. Укажите количество точек касания.



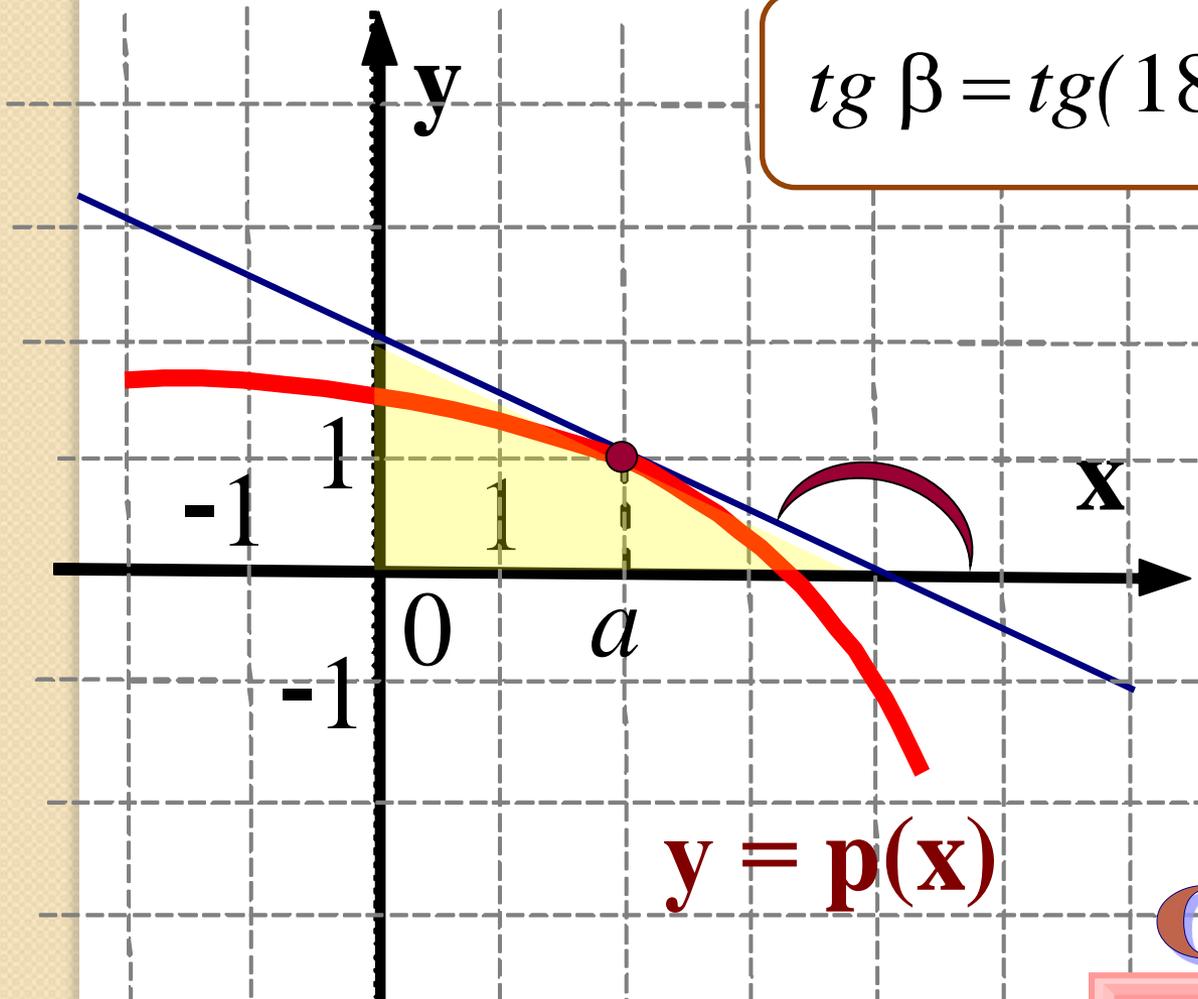
Ответ:

В 5

4

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



Ответ:

В 5

-

0

,

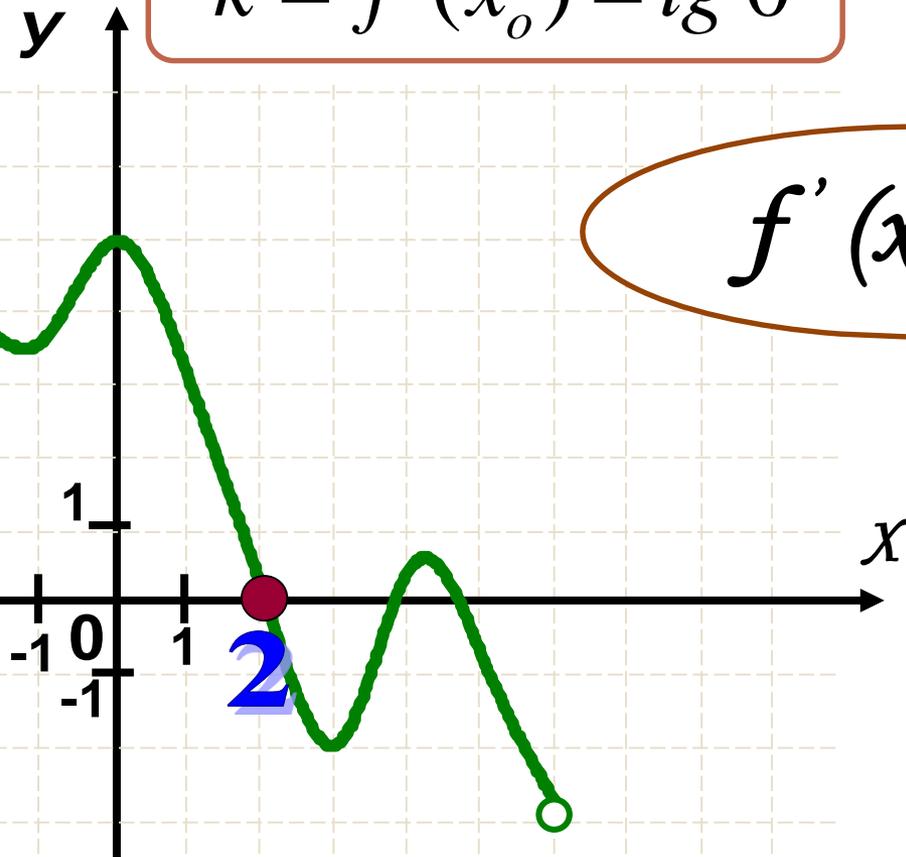
5

На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$. Найдите наименьшую абсциссу точки, в которой касательная к графику функции параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} 0$$

$$y = f'(x)$$

$$f'(x) = 0$$

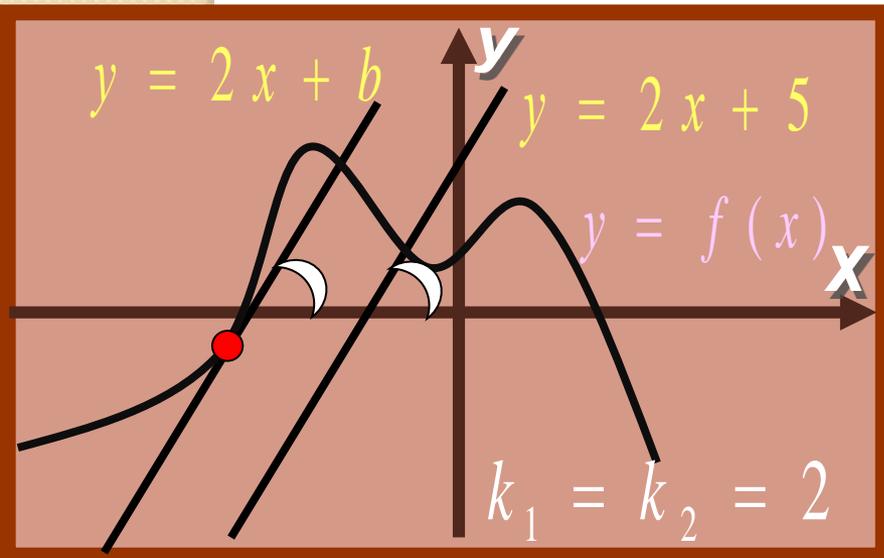


Ответ:

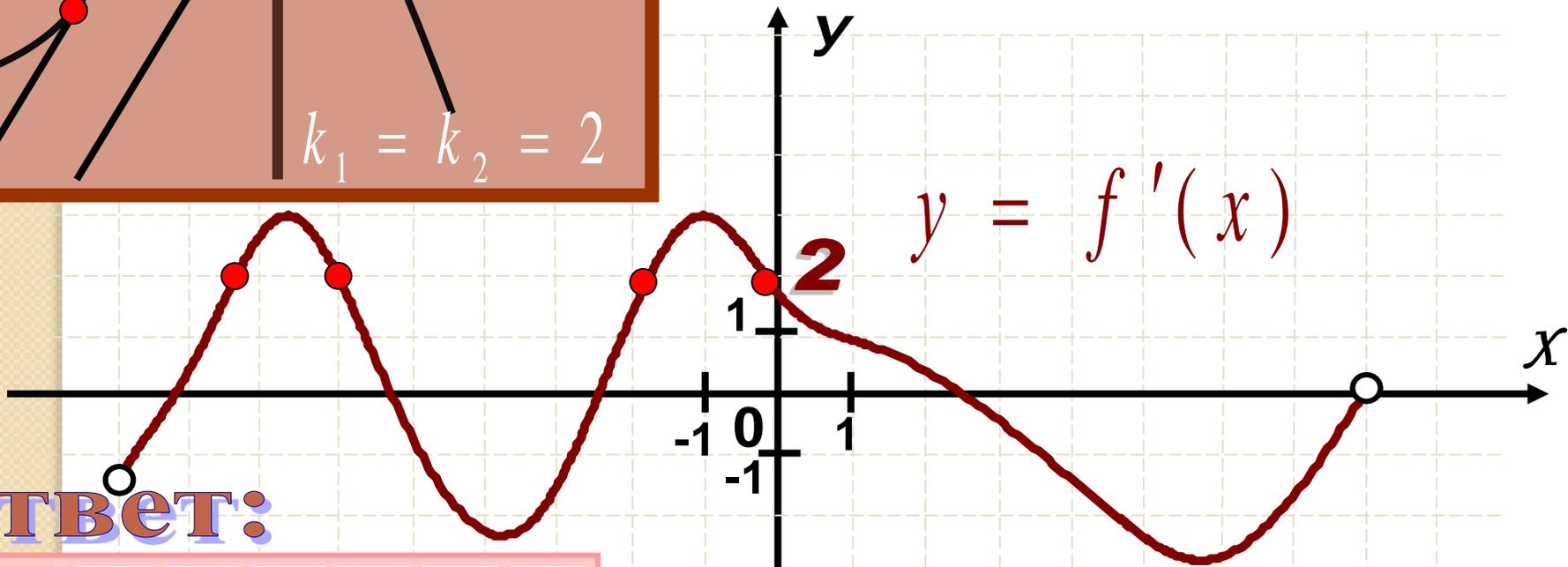
В 5

2

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику $y=f(x)$ параллельна прямой $y=2x+5$ или совпадает с ней.



$$k = f'(x_0) = 2$$



Ответ:

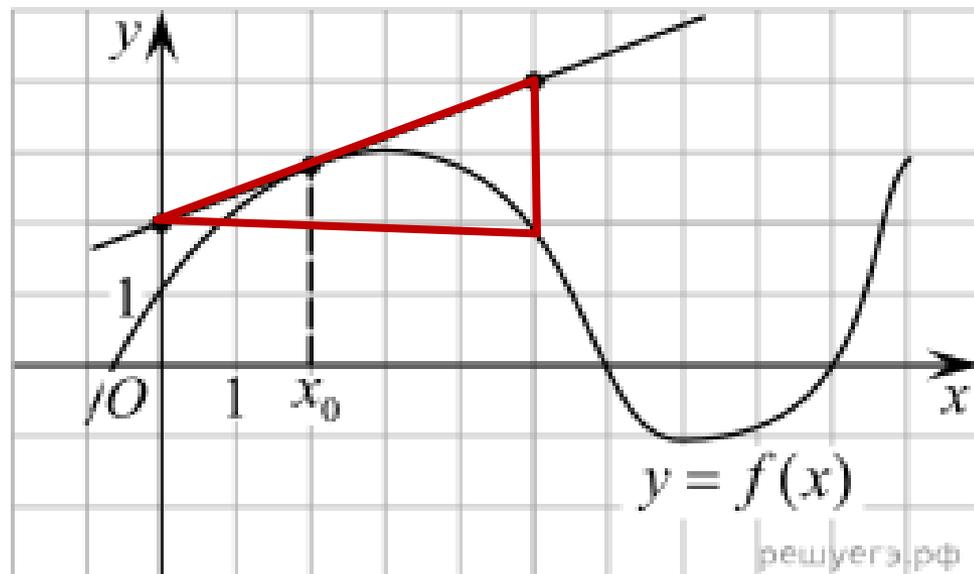
В 5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке $x_0 = 2$. Найдите значение производной функции $g(x) = x^2 - f(x) + 1$ в точке x_0 .

$$g'(x) = 2x - f'(x)$$

$$f'(x) = \frac{2}{5}$$

$$g'(2) = 2 \cdot 2 - \frac{2}{5} = 4 - 0,4 = 3,6$$



Ответ:

В 5

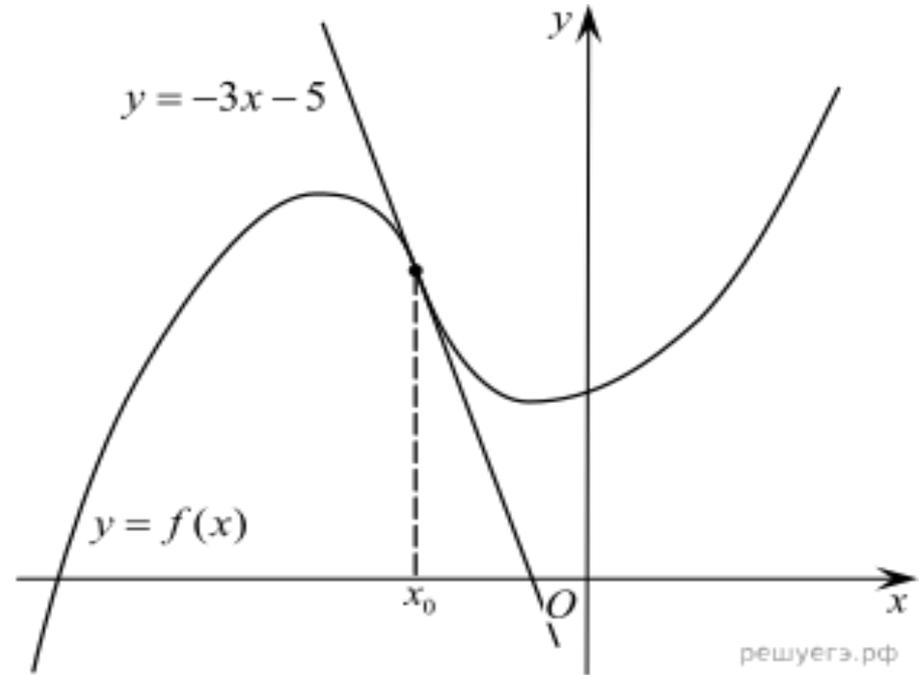
3,6

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $g(x) = -7f(x) + 21x + \frac{1}{441}$ в точке x_0 .

$$g'(x) = -7f'(x) + 21$$

$$f'(x) = -3$$

$$g'(x) = -7 \cdot (-3) + 21 = 42$$

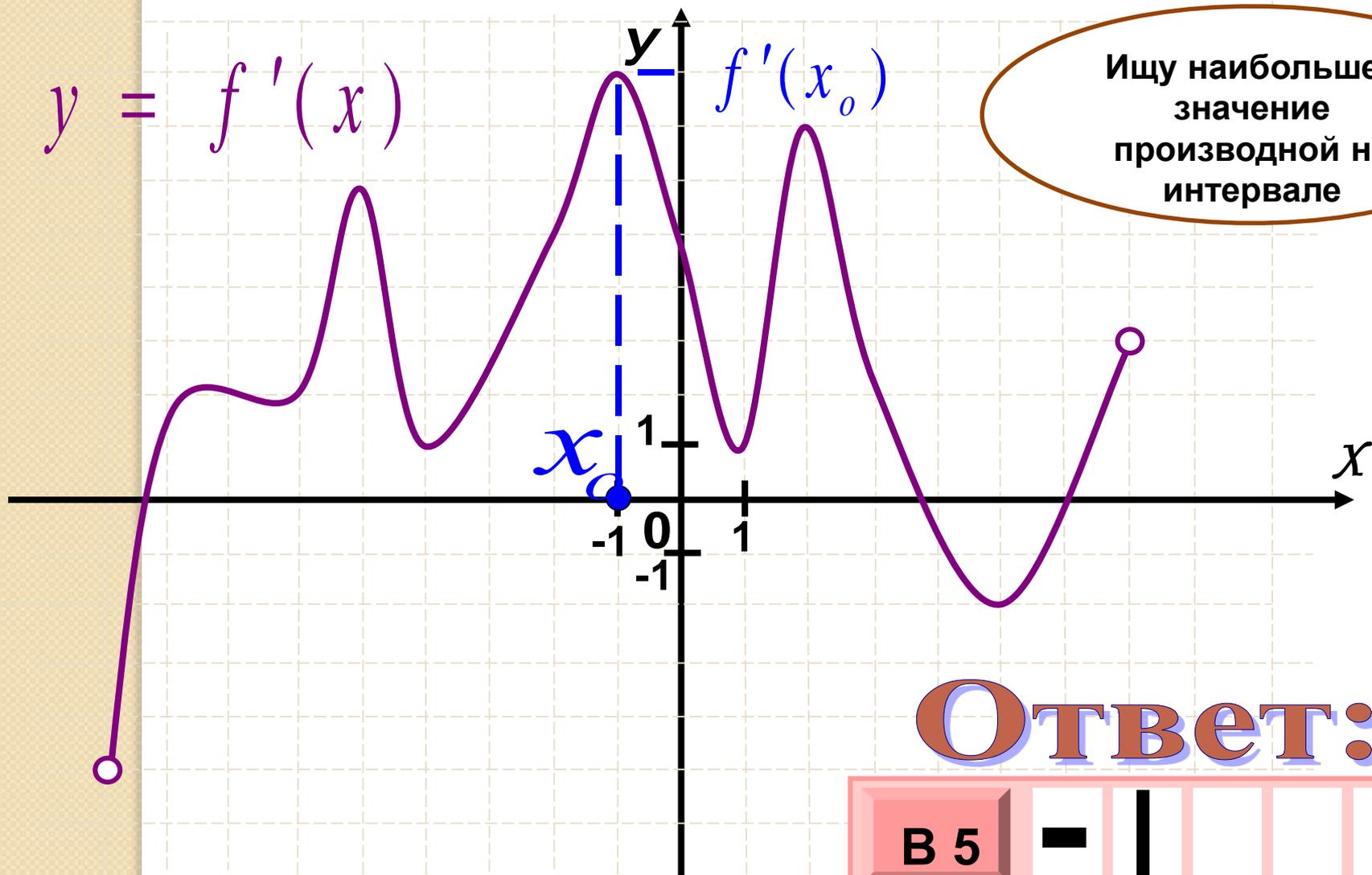


Ответ:

В 5

4 2

Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет наибольший угловой коэффициент



Ищу наибольшее значение производной на интервале

Ответ:

В 5	-					
-----	---	--	--	--	--	--

Прямая $y=7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

$$y' = 7 \quad y' = 2x + 6 \quad 2x+6=7 \\ x=0,5$$

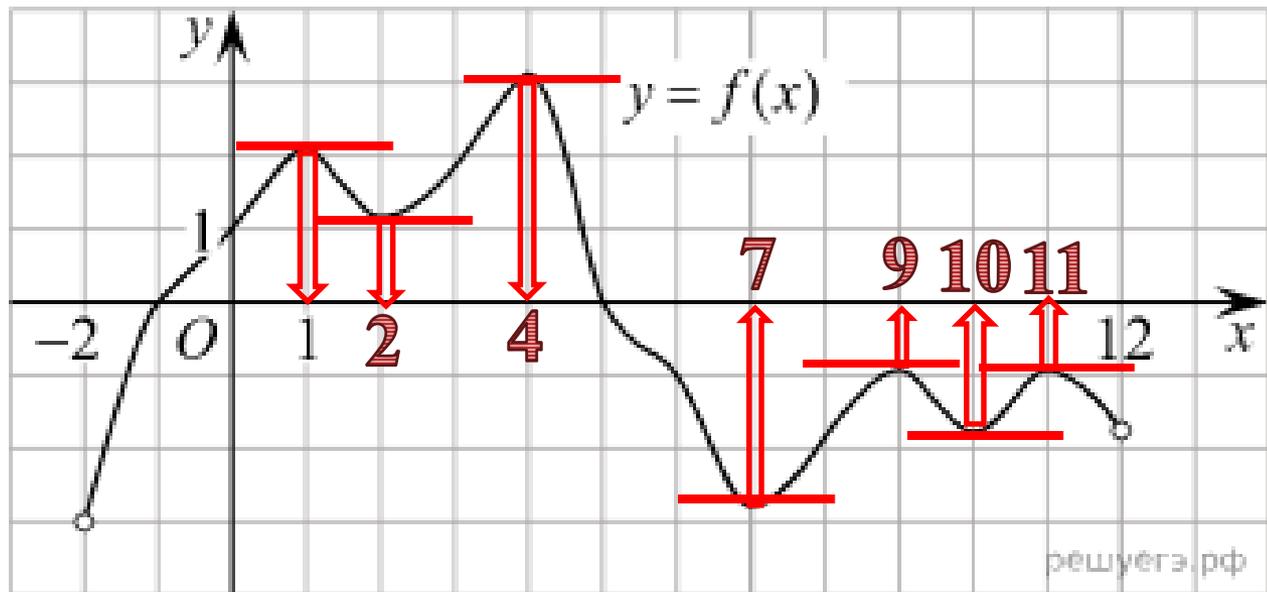
Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

$$y' = -4 \quad y' = 3x^2 + 14x + 7$$

$$3x^2 + 14x + 7 = -4$$

$$x = -\frac{11}{3} \quad x = -1$$

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



$$2+4+7+9+10+11=44$$

Ответ:

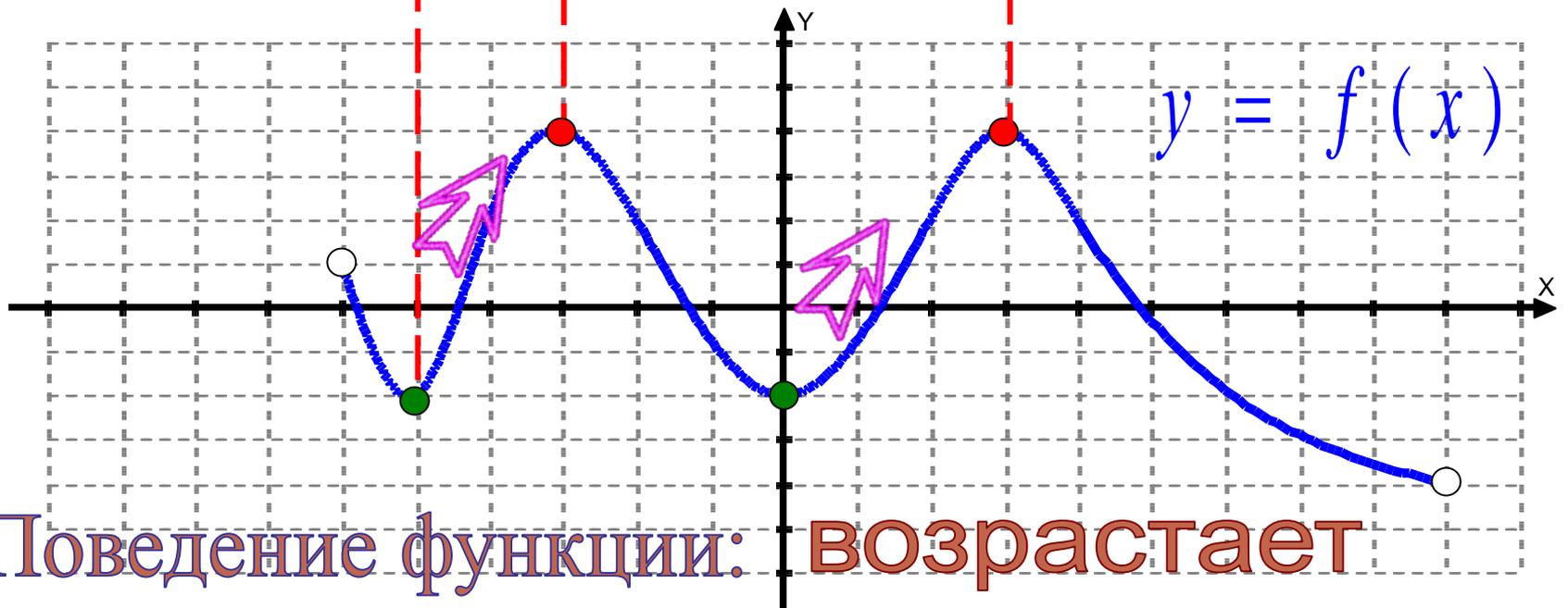
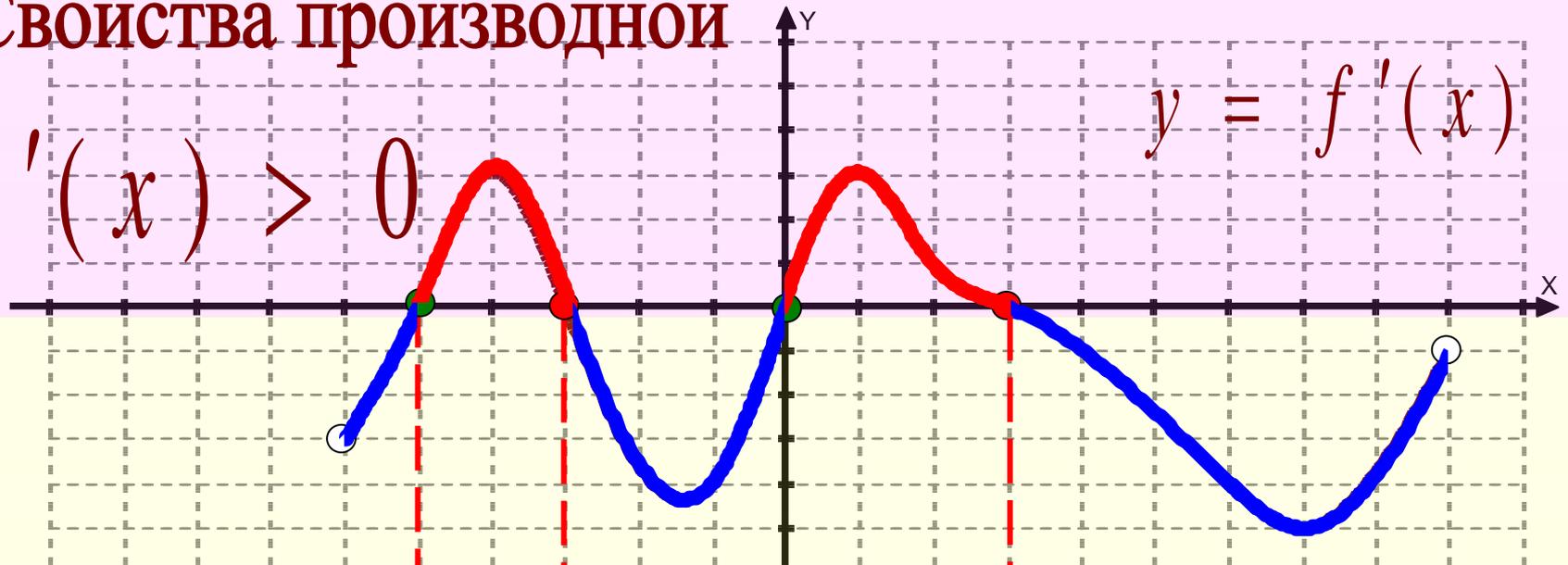
В 5

44

Свойства производной

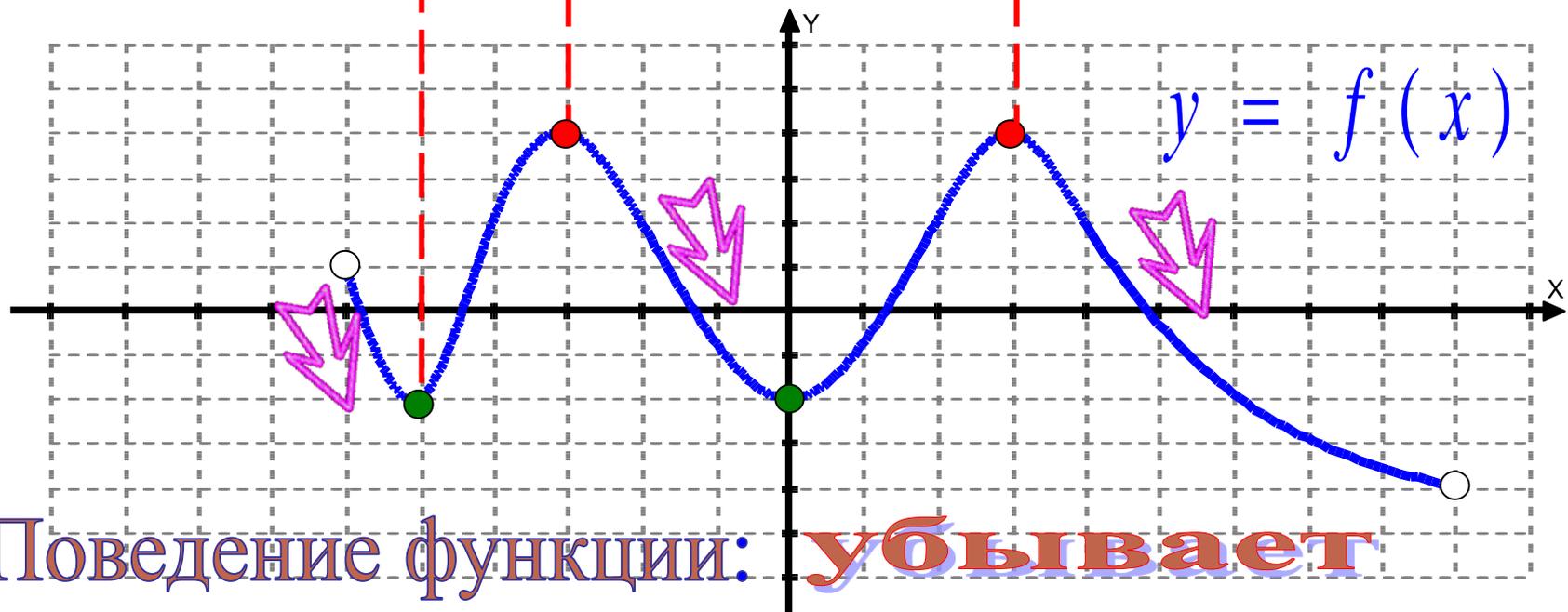
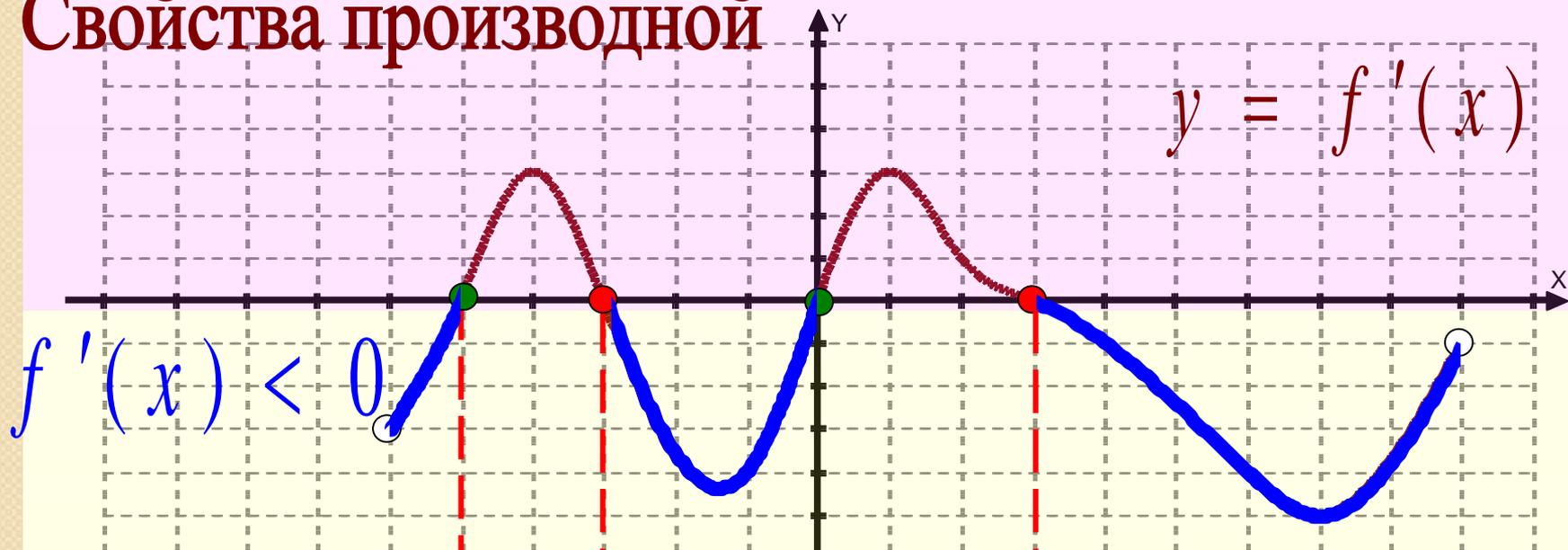
$$f'(x) > 0$$

$$y = f'(x)$$



Поведение функции: **возрастает**

Свойства производной

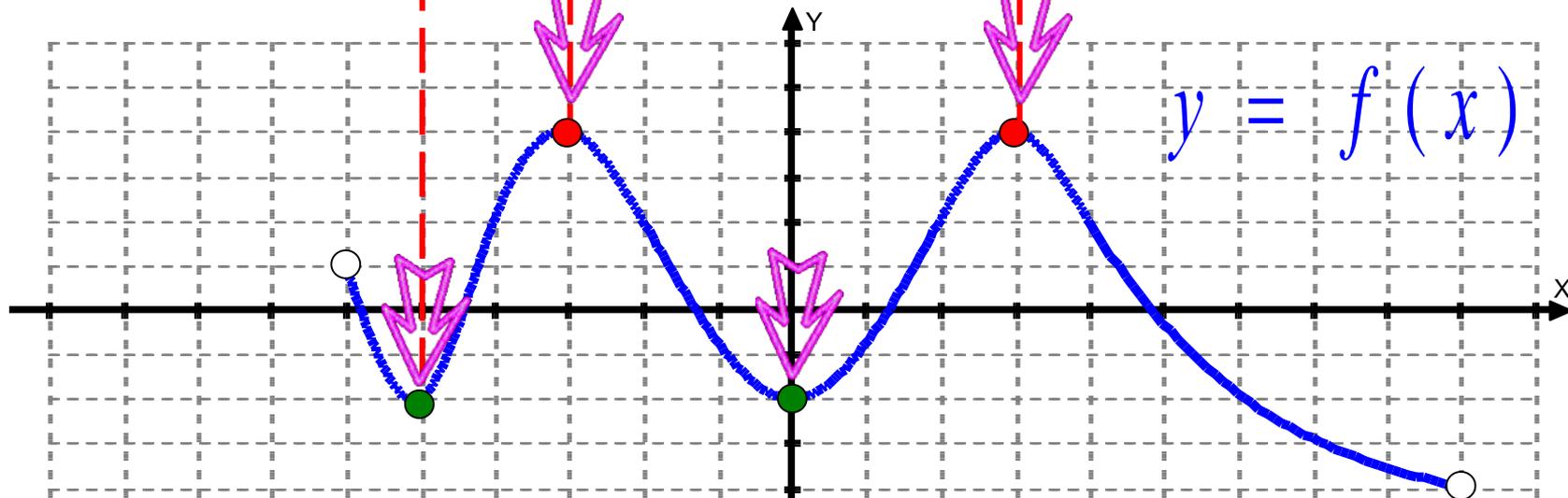
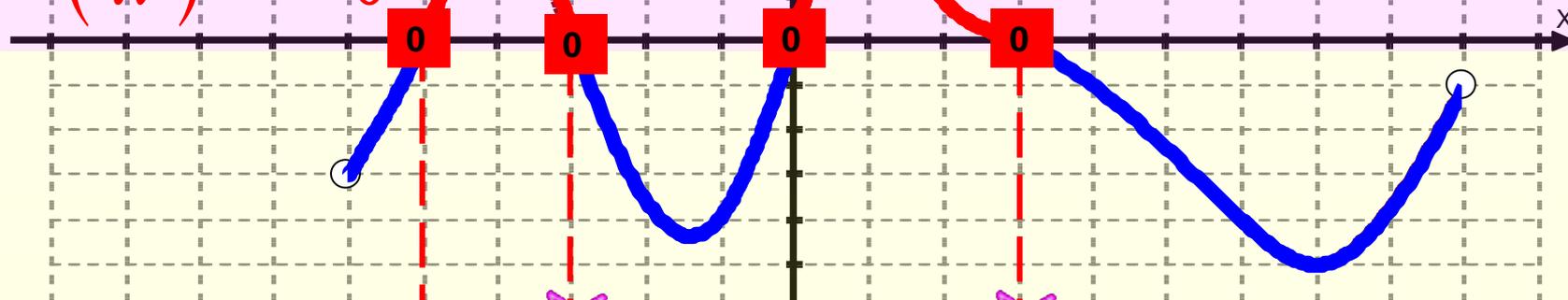


Поведение функции: **убывает**

Свойства производной

$$f'(x) = 0$$

$$y = f'(x)$$



Поведение функции: экстремумы

Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a;b]$.

На рисунке изображен график ее производной.

Исследуем свойства графика производной, мы можем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!

1. Сколько промежутков убывания и возрастания у функции ?

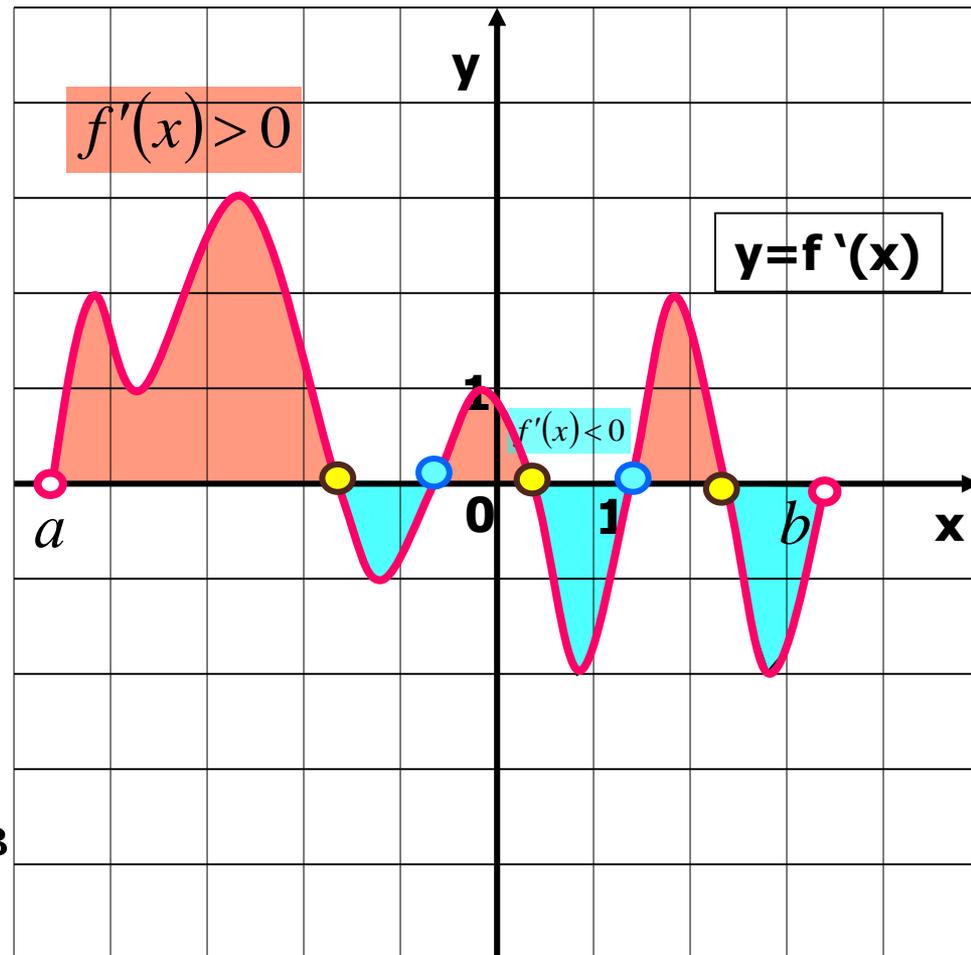
Укажите промежутки убывания функции.

Укажите промежутки возрастания функции.

2. Сколько у функции точек экстремума?

Назовите точки

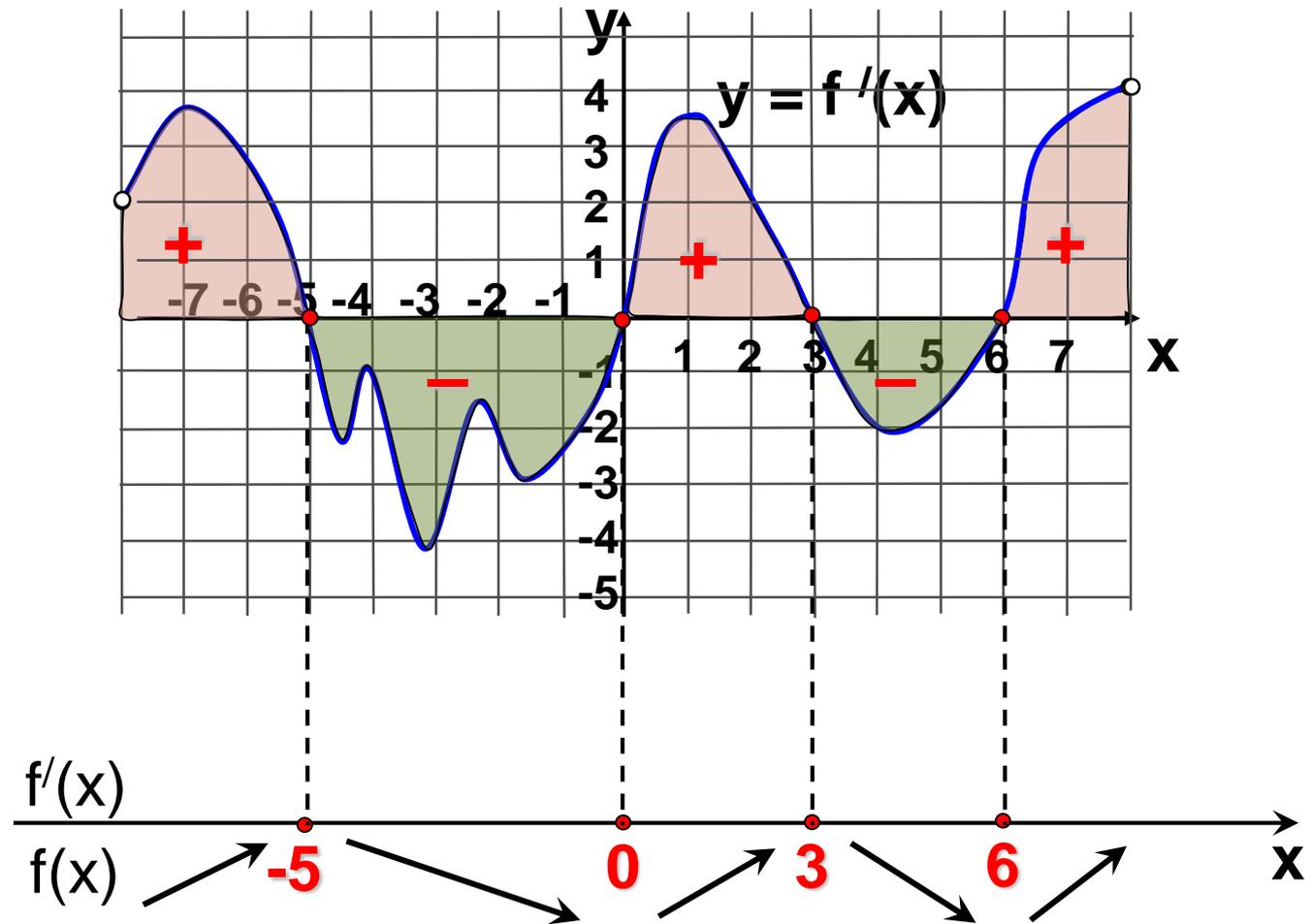
максимумов и минимумов функции.



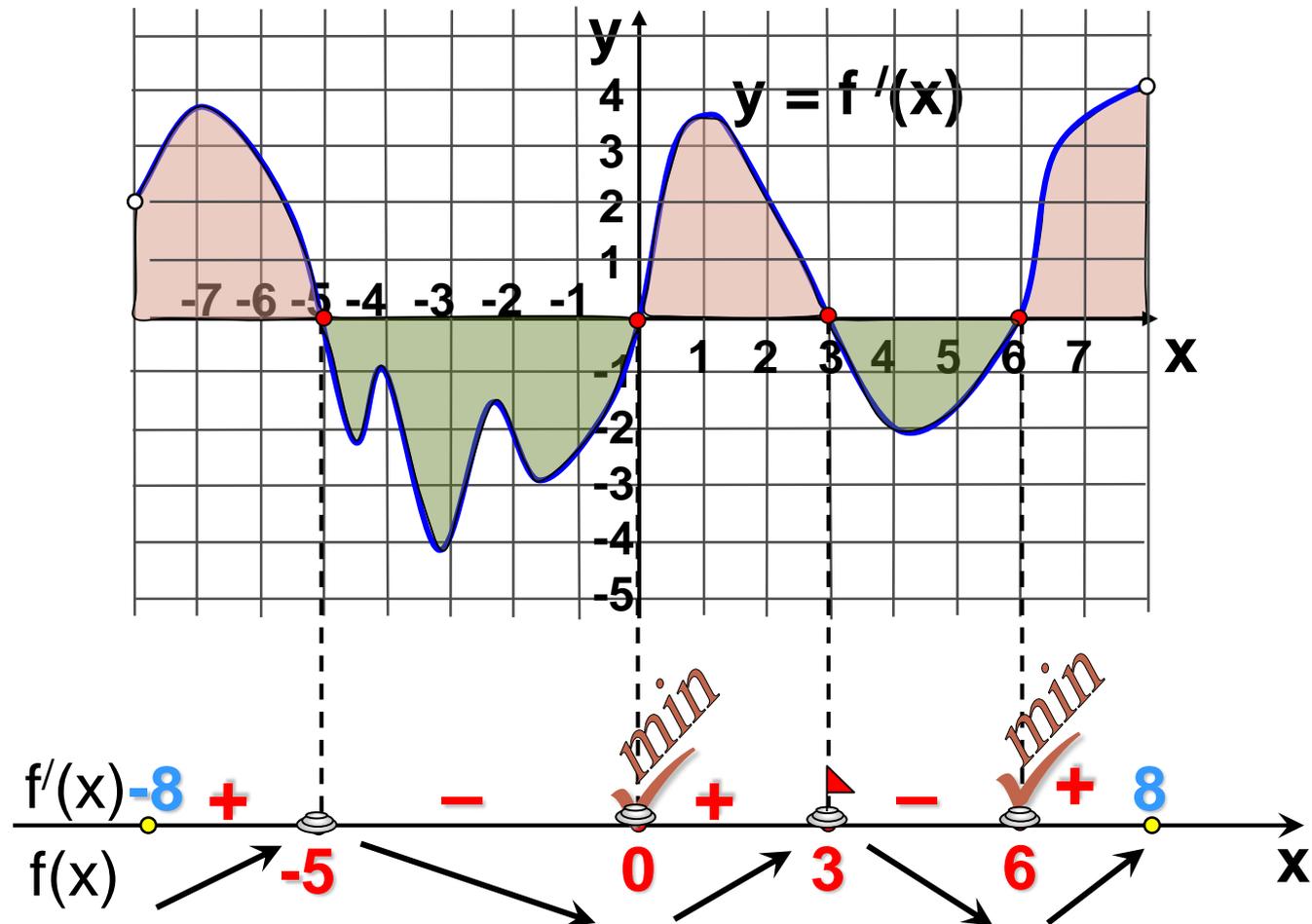
По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-8; 8)$.

Найдем точки, в которых $f'(x) = 0$ (это нули функции).

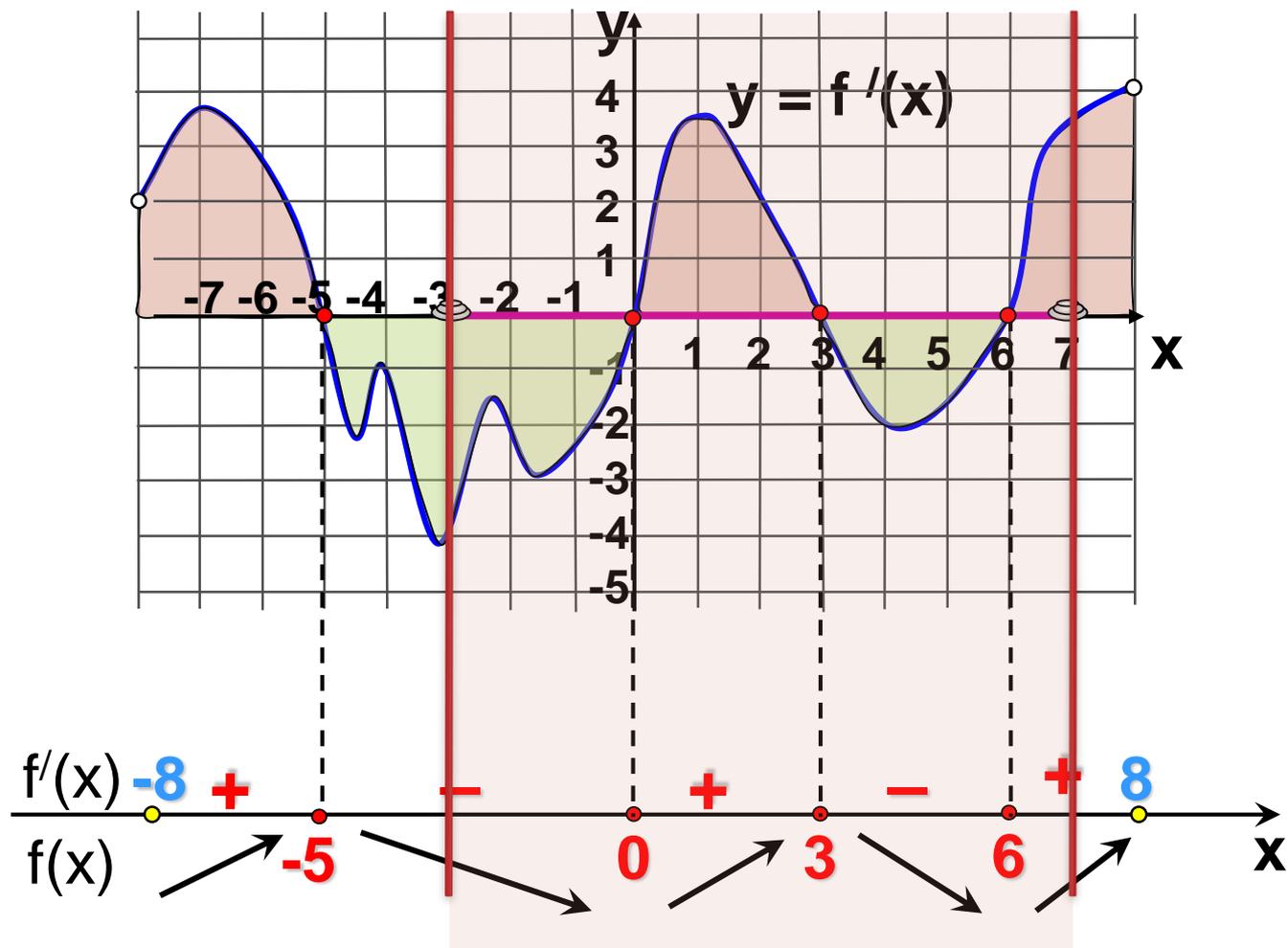


Исследуйте функцию $y = f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек минимума.



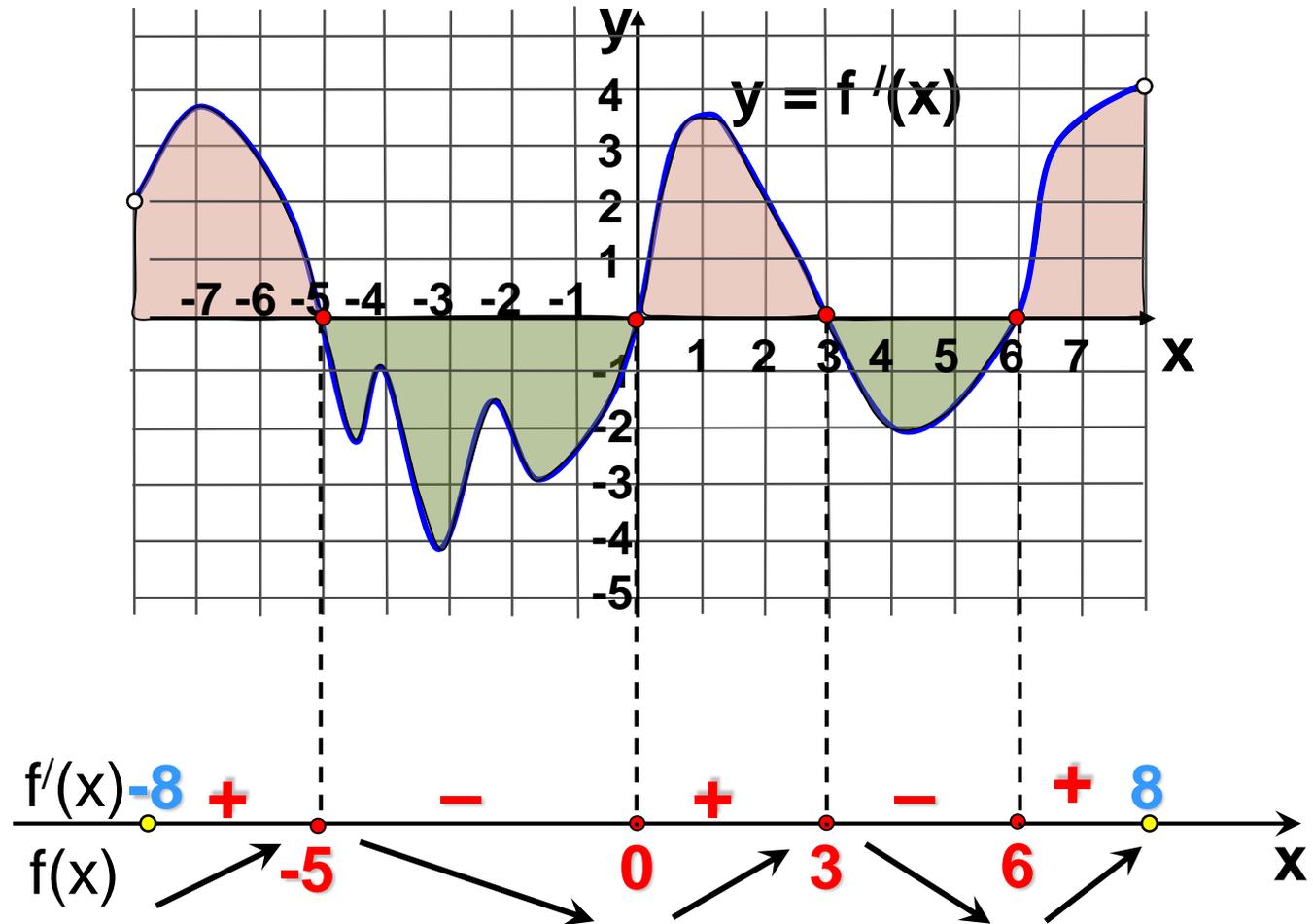
Ответ: 2 точки минимума

Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$ на отрезке $[-3; 7]$



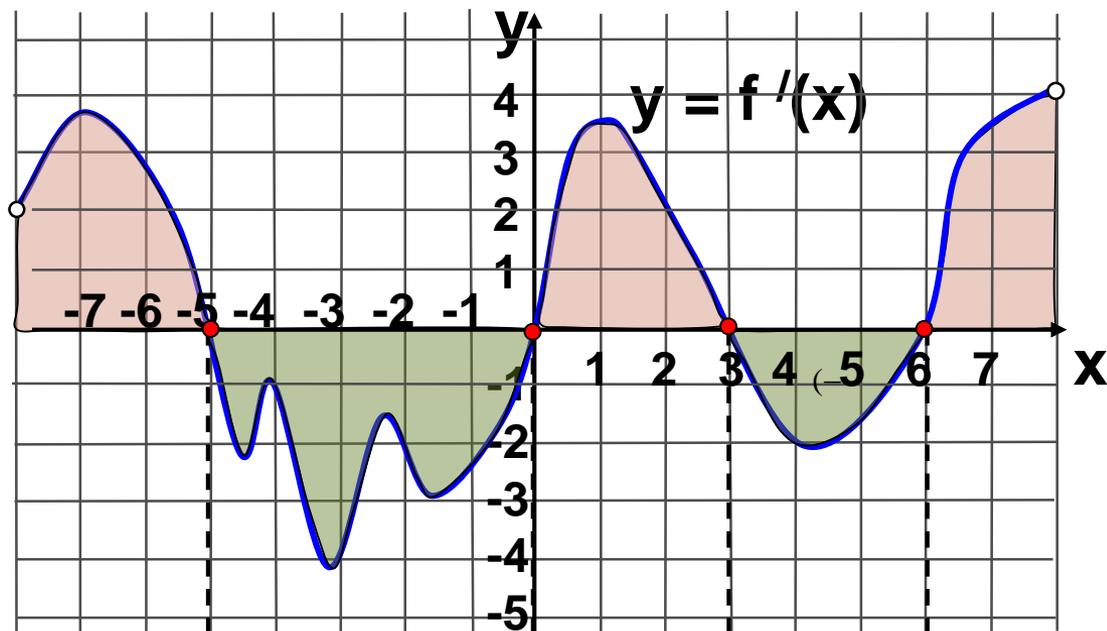
Ответ: 3.

Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



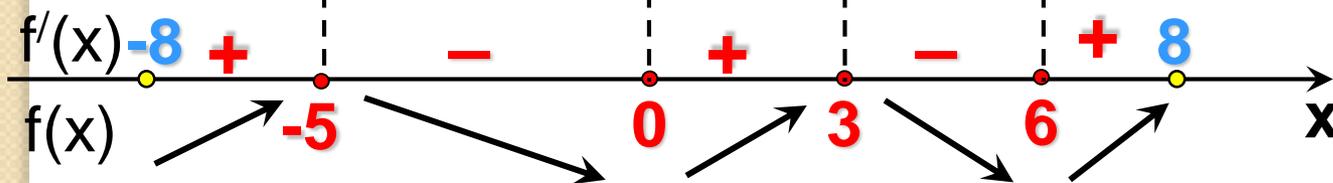
Ответ: 5.

Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



В точках $-5, 0, 3$ и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

$(-8; -5], [0; 3], [6; 8)$

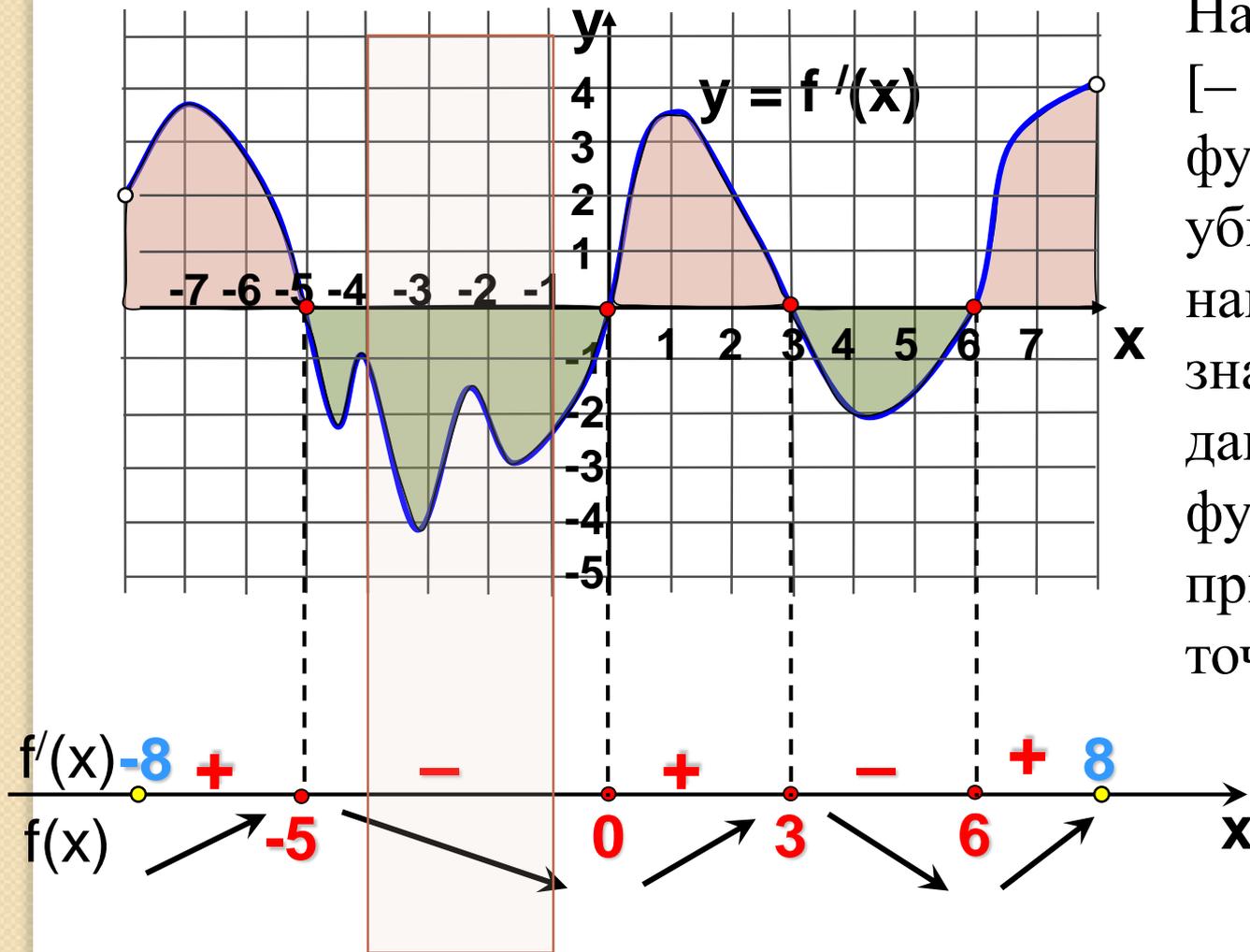


Сложим целые числа:

~~-7, -6, -5, 0, 1, 2, 3, 6, 7~~

Ответ: 1

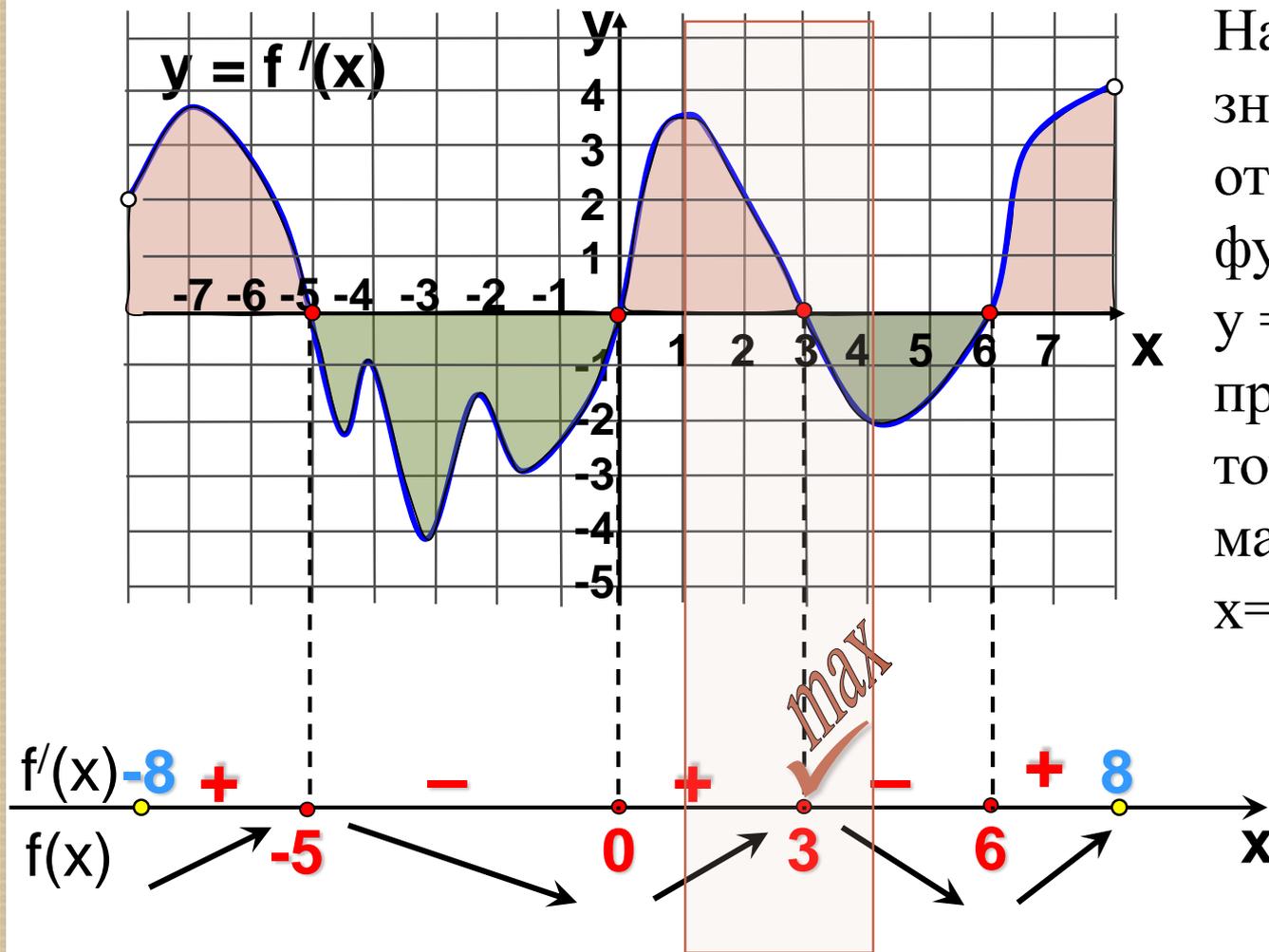
В какой точке отрезка $[-4; -1]$ функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение?



На отрезке $[-4; -1]$ функция $y = f(x)$ убывает, значит, наибольшее значение на данном отрезке функция будет принимать в точке -4 .

Ответ: -4 .

В какой точке отрезка $[1; 4]$ функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение?



Наибольшее значение на отрезке $[1; 4]$ функция $y = f(x)$ будет принимать в точке максимума $x = 3$.

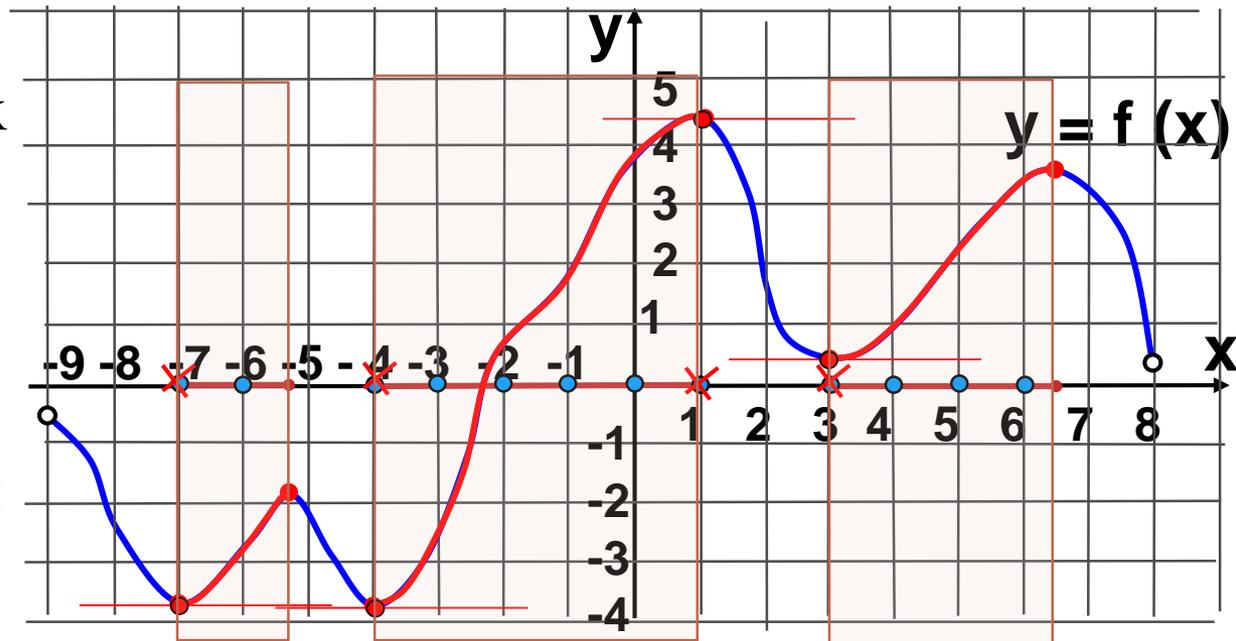
Ответ: 3.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

1). $f'(x) > 0$, значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)

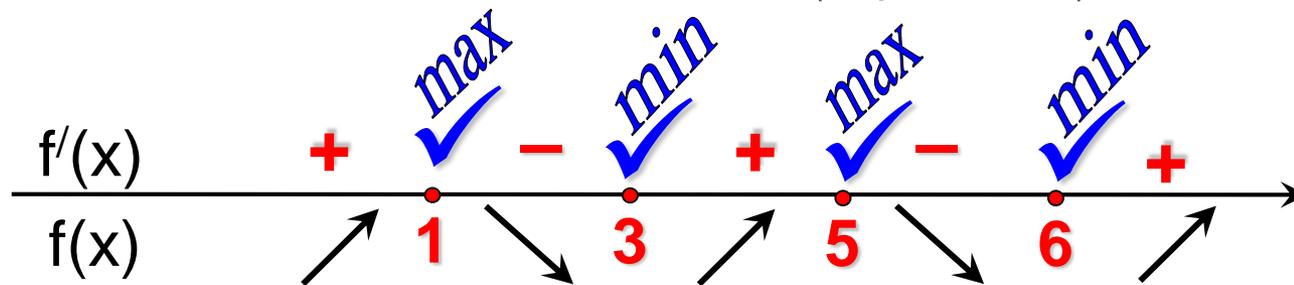
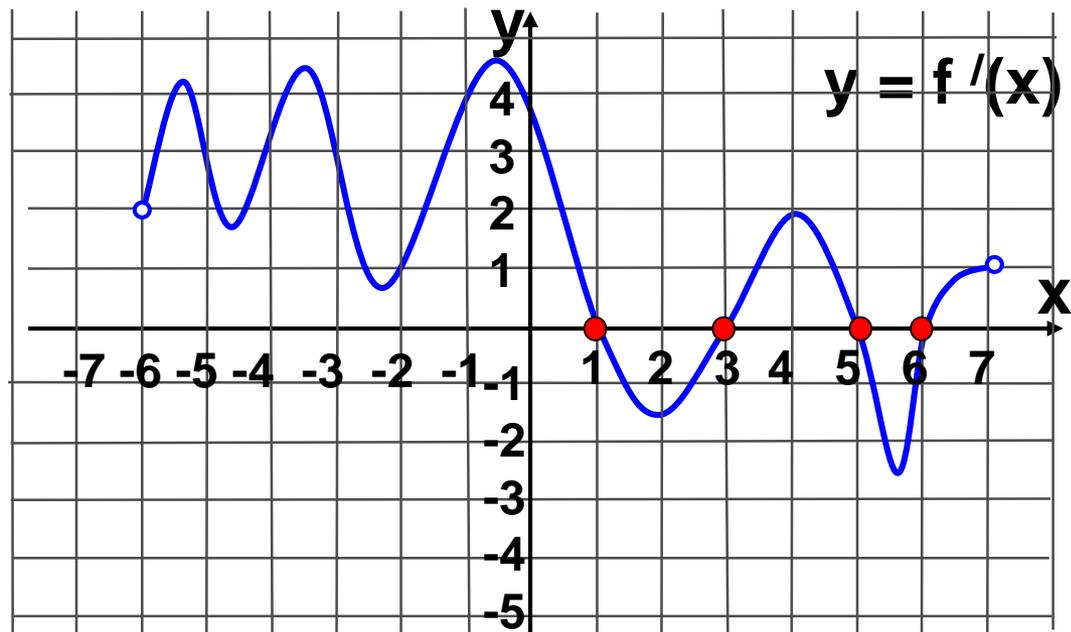


Ответ:

В 5

8

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-6; 7)$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек экстремума.

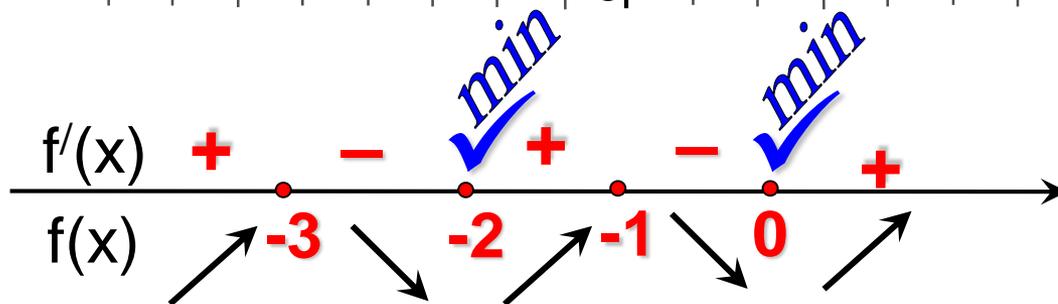
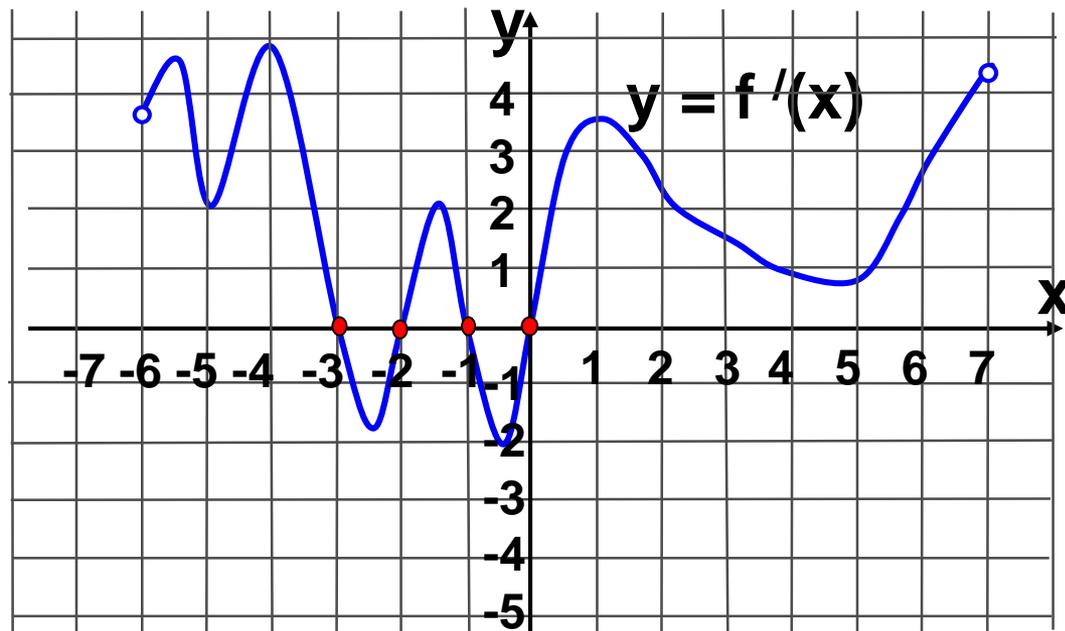


Ответ:

B 5

4

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-6; 7)$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

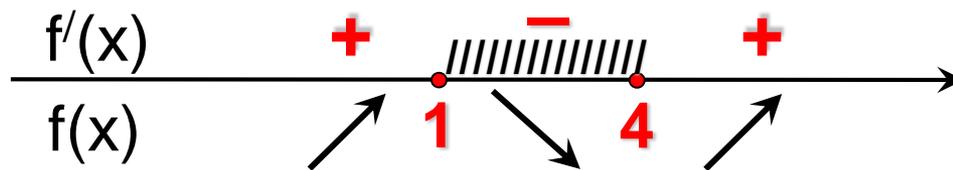
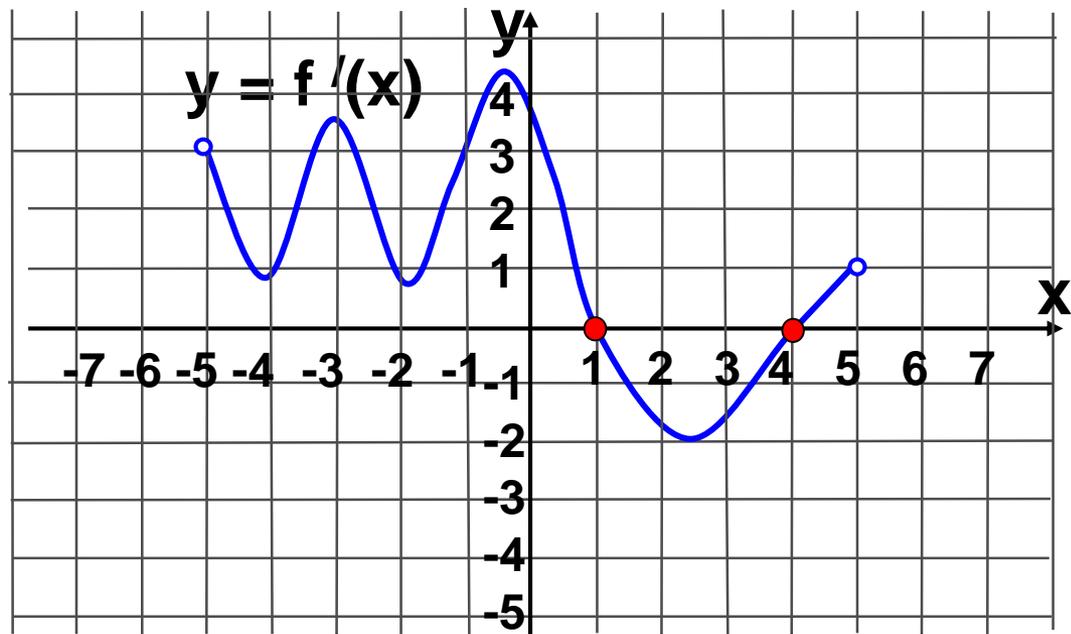


Ответ:

В 5

2

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-5; 5)$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.

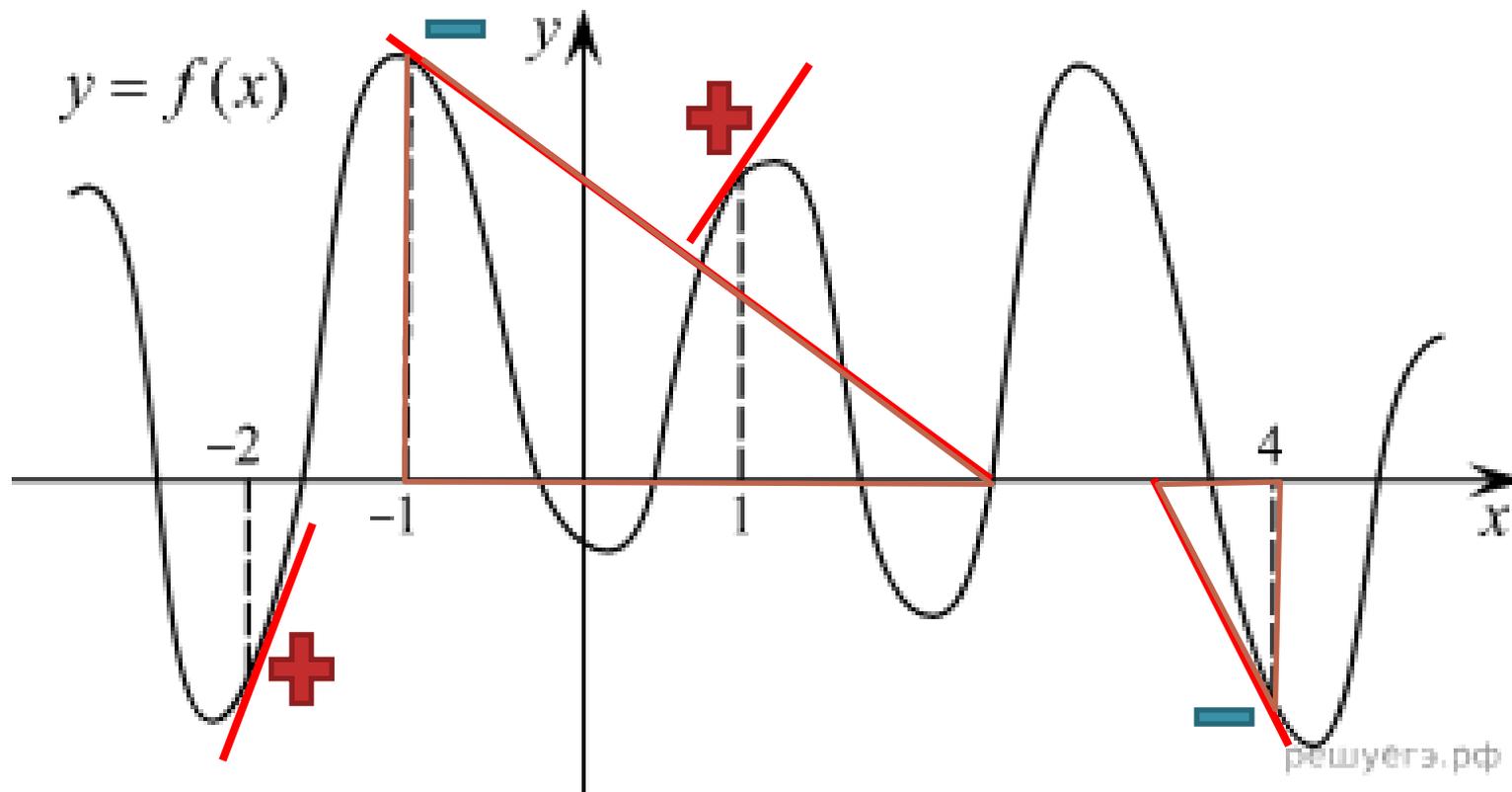


Ответ:

В 5

1

На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



$$|tg(4)| > |tg(-1)|$$

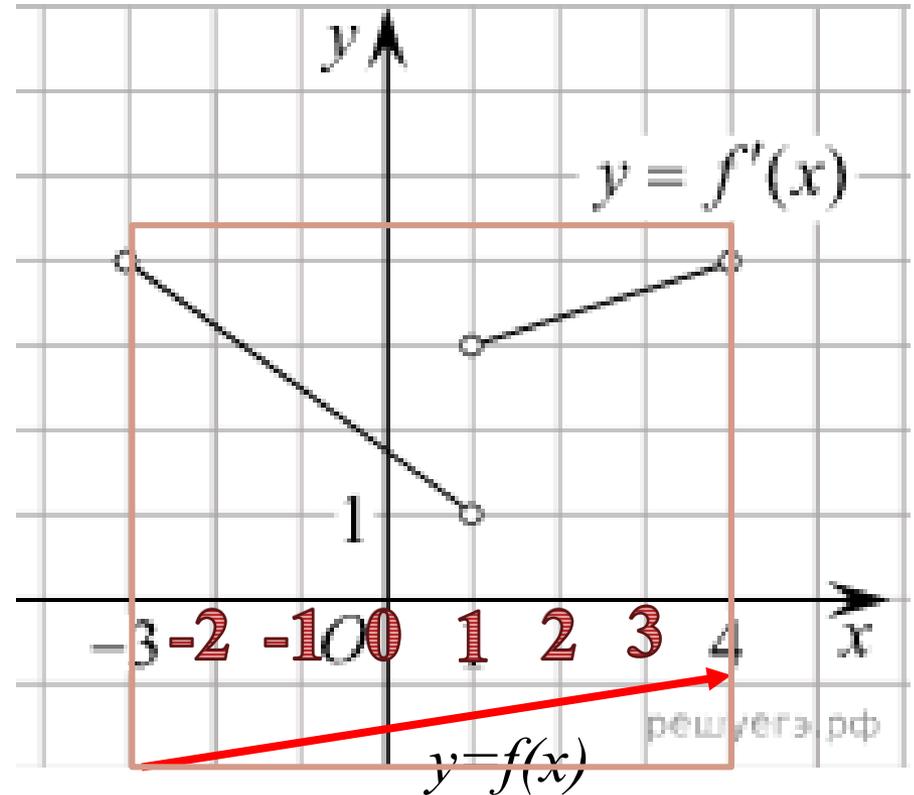
$f'(4)$ – наименьшее

Ответ:

В 5

4

Функция $f(x)$ определена и непрерывна на интервале $(-3; 4)$. На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ:

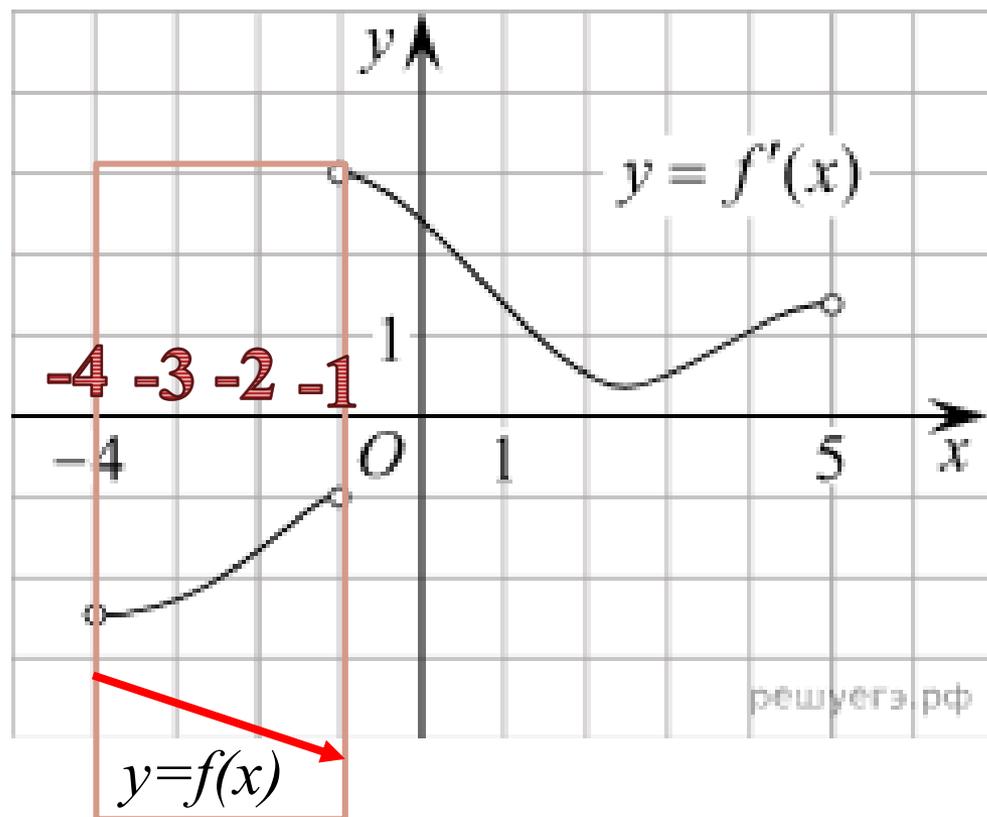
В 5

3

$$-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 3$$

Функция $f(x)$ определена и непрерывна на полуинтервале $[-4; 5)$. На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

$$-4-3-2-1 = -10$$



Ответ:

В 5

-

1

0

Спасибо за внимание!
Удачи на ЕГЭ

ИСТОЧНИКИ:

<https://ege.sdangia.ru/> №6. Производная и первообразная

Использованы фрагменты презентаций:

Учителя математики МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори Мурманская обл. Савченко Е. М.

Учителя математики МОУ «Инсарская СОШ №1»
Республика Мордовия, город Инсар Чудаевой Е. В.