

**9 класс**

**Четырехугольники  
в заданиях ОГЭ  
по математике**

**Клепань Людмила Ивановна,  
учитель математики МАОУ СОШ №99  
имени дважды Героя Советского Союза Бориса Сафонова**

---

**Готовимся к ОГЭ-2022**

# Четырехугольники

```
graph TD; A[Четырехугольники] --> B[Параллелограмм]; A --> C[Прямоугольник, квадрат и ромб]; A --> D[Трапеция];
```

Параллелограмм

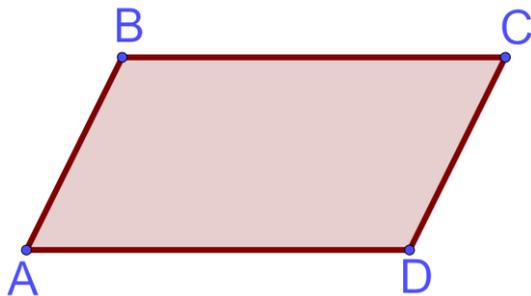
Прямоугольник,  
квадрат и ромб

Трапеция

# Параллелограмм

## Теоретический материал

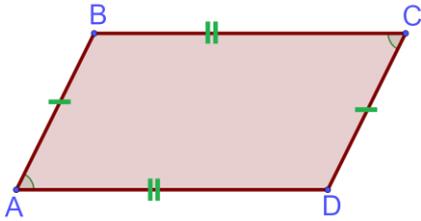
**Параллелограммом** называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны



$$AB \parallel CD$$

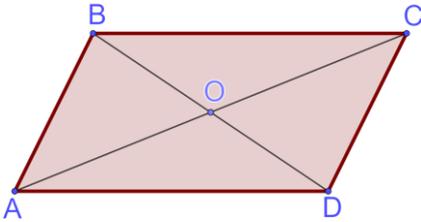
$$BC \parallel AD$$

# Параллелограмм и его свойства



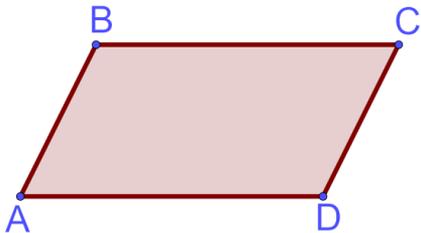
**Свойство 1.** В параллелограмме противоположные углы и противоположные стороны равны.

$$AB = CD, BC = AD; \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$



**Свойство 2.** Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

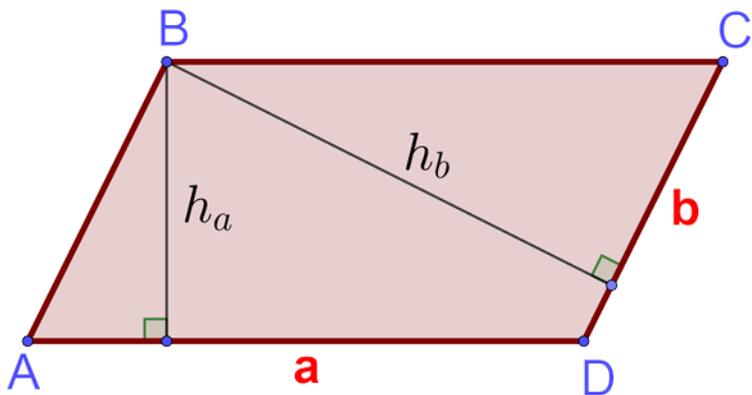
$$AO = OC, BO = OD$$



**Свойство 3.** В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$ .

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \angle A + \angle D = 180^\circ$$

**Площадь параллелограмма равна  
произведению его основания на высоту**

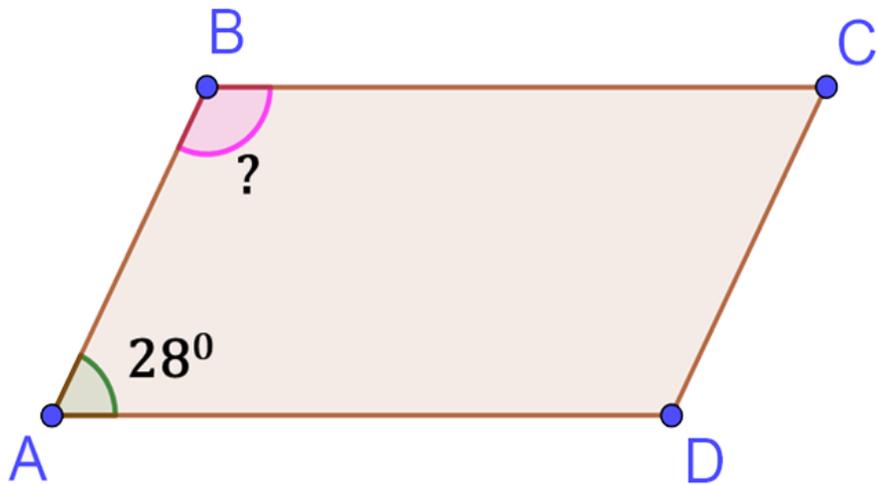


$$S = ah_a = bh_b$$

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Параллелограмм

**Задача 1.** Один из углов параллелограмма равен  $28^\circ$ . Найдите другой его угол, не равный данному. Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

$$1) \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$2) 28^\circ + \angle B = 180^\circ$$

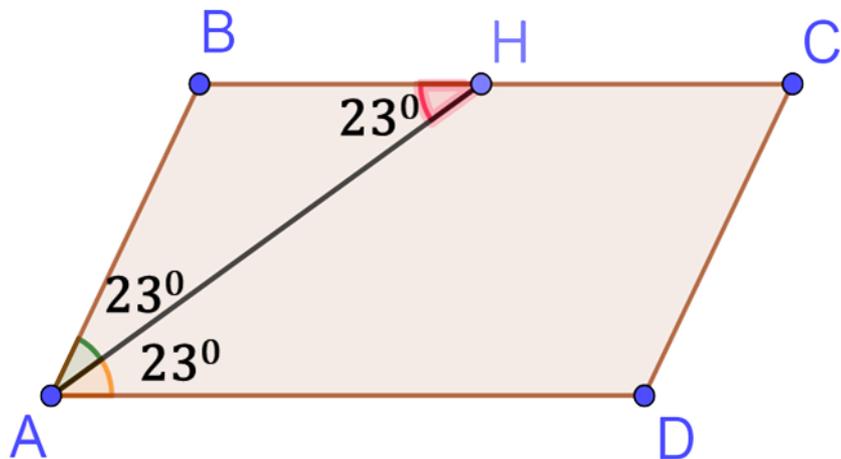
$$3) \angle B = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$$

**Ответ: 152**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Параллелограмм

**Задача 2.** Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный  $23^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

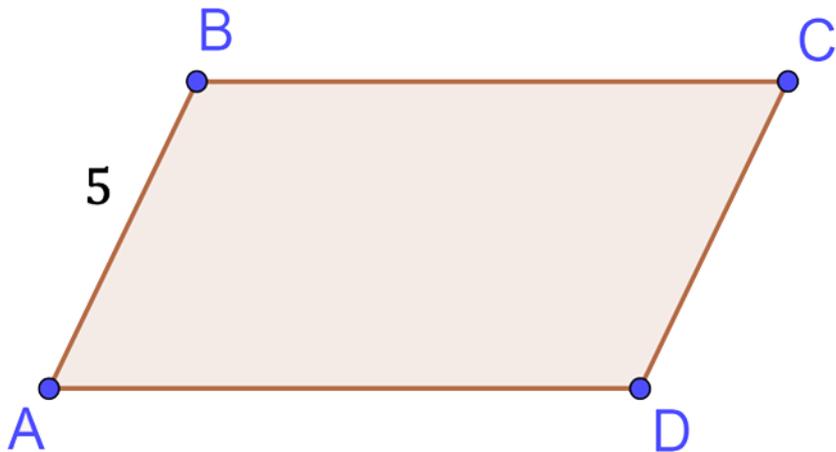
- 1)  $\angle BHA = \angle HAD = 23^\circ$
- 2)  $\angle BAH = \angle HAD = 23^\circ$
- 3)  $\angle BAD = 2\angle BAH$
- 4)  $\angle BAD = 2 \cdot 23^\circ = 46^\circ$

**Ответ: 46**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Параллелограмм

**Задача 3.** Периметр параллелограмма равен 34, а одна из его сторон равна 5. Найдите наибольшую сторону параллелограмма.



**Решение.**

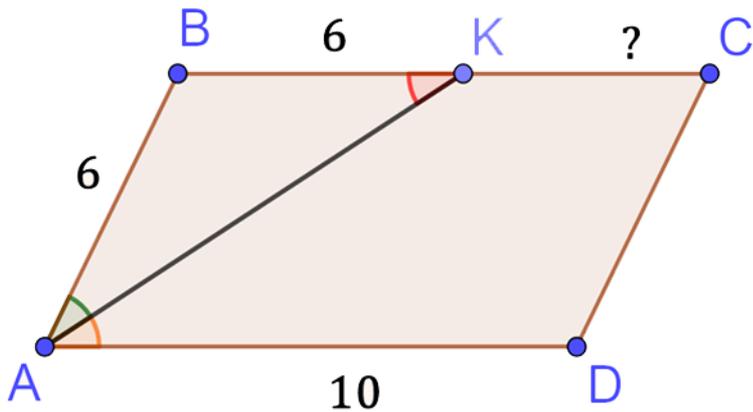
- 1)  $P = 2 (AB + BC)$
- 2)  $34 = 2 (5 + BC)$
- 3)  $17 = 5 + BC$
- 4)  $BC = 17 - 5 = 12$

**Ответ: 12**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Параллелограмм

**Задача 4.** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите  $CK$ , если  $AD = 10$ ,  $AB = 6$ .



**Решение.**

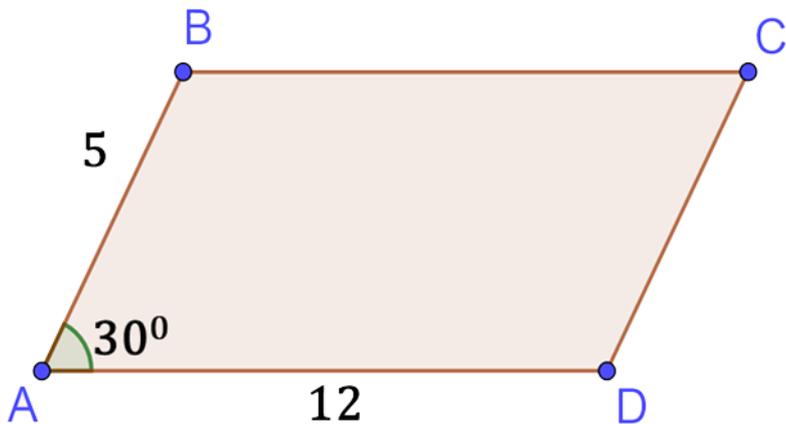
- 1)  $AB = BK = 6$
- 2)  $BC = AD = 10$
- 3)  $CK = 10 - 6 = 4$

**Ответ: 4**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Параллелограмм

**Задача 5.** В параллелограмме ABCD две стороны равны 12 и 5, а угол A равен  $30^\circ$ . Найдите площадь параллелограмма ABCD.



**Решение.**

$$1) S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$$

$$2) S_{ABCD} = 5 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ$$

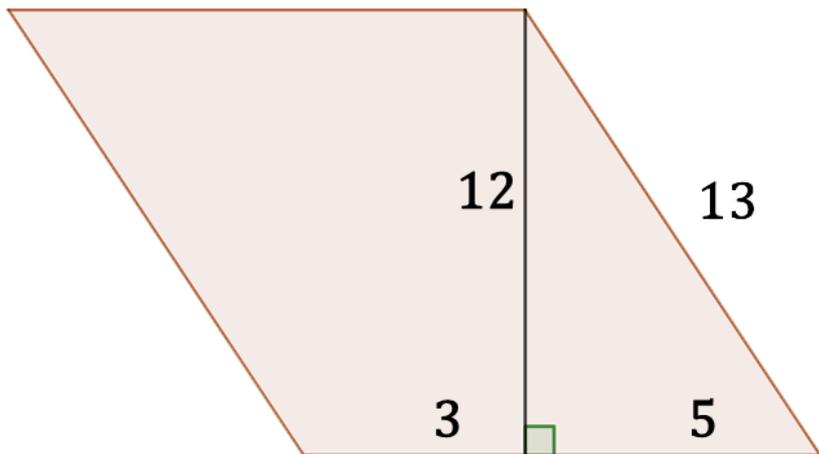
$$3) S_{ABCD} = 5 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 30$$

**Ответ : 30**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Параллелограмм

**Задача 6.** Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



**Решение.**

$$S_{\text{пар.}} = (3 + 5) \cdot 12 = 8 \cdot 12 = 96$$

**Ответ: 96**

# Трапеция

## Теоретический материал

**Трапецией** называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.



$AD \parallel BC$

# Трапеция и её свойства

**Свойство 1.** Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

$$AB = CD$$

**Свойство 2.** В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$$

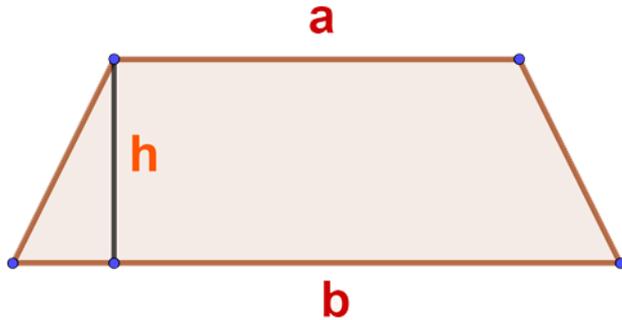
**Свойство 3.** Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна  $180^\circ$ .

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \angle C + \angle D = 180^\circ$$

**Свойство 4.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме:

$$l \parallel a; l \parallel b \quad l = \frac{a+b}{2}$$

**Площадь трапеции** равна произведению полусуммы ее оснований на высоту (a, b, h)

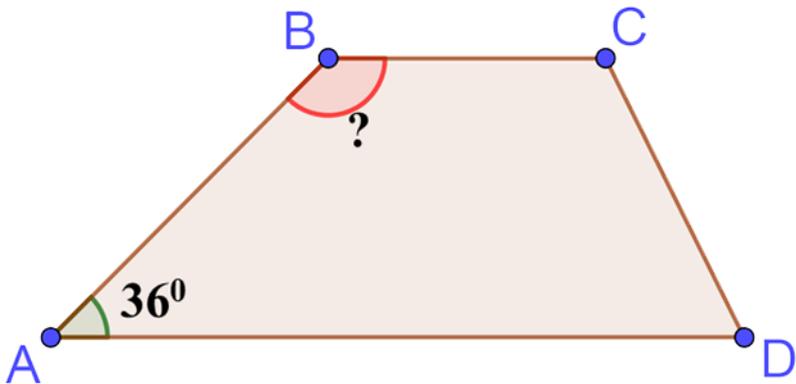


$$S = \frac{a+b}{2} h$$

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Трапеция

**Задача 1.** В трапеции ABCD с основаниями AD и BC угол A равен  $36^\circ$ . Найдите угол B трапеции ABCD. Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

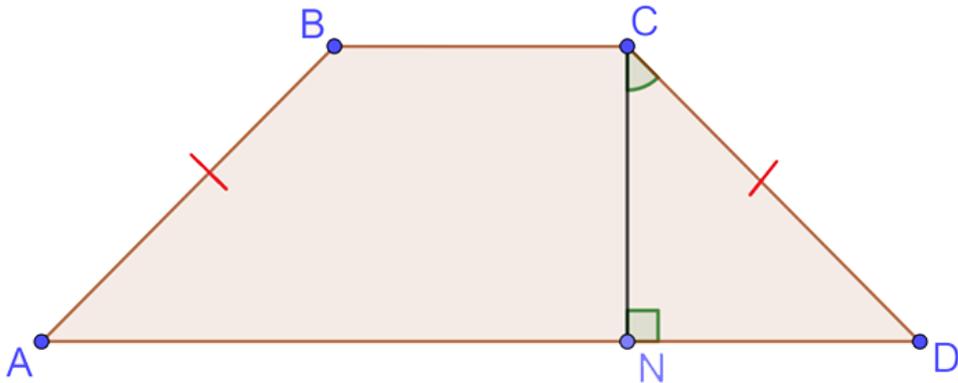
- 1)  $\angle A + \angle B = 180^\circ$
- 2)  $\angle B = 180^\circ - \angle A$
- 3)  $\angle B = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$

**Ответ: 144**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Трапеция

**Задача 2.** Угол между высотой  $CN$  и боковой стороной  $CD$  равнобедренной трапеции  $ABCD$  равен  $10^\circ$ . Найдите угол  $BAD$ .  
Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

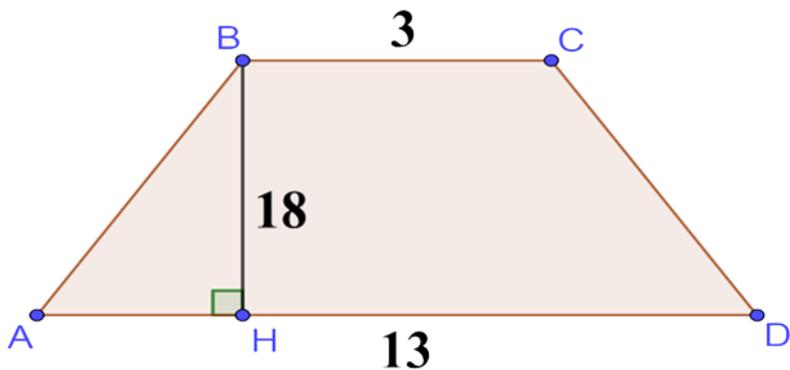
- 1)  $\angle A = \angle D$
- 2)  $\triangle CND$  – прямоугольный
- 3)  $\angle NCD + \angle CDN = 90^\circ$
- 4)  $\angle CDN = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$

**Ответ: 80**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Трапеция

**Задача 3.** Высота трапеции равна 18, а основания равны 3 и 13. Найдите площадь трапеции.



**Решение.**

$$1) S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$2) S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} \cdot BH$$

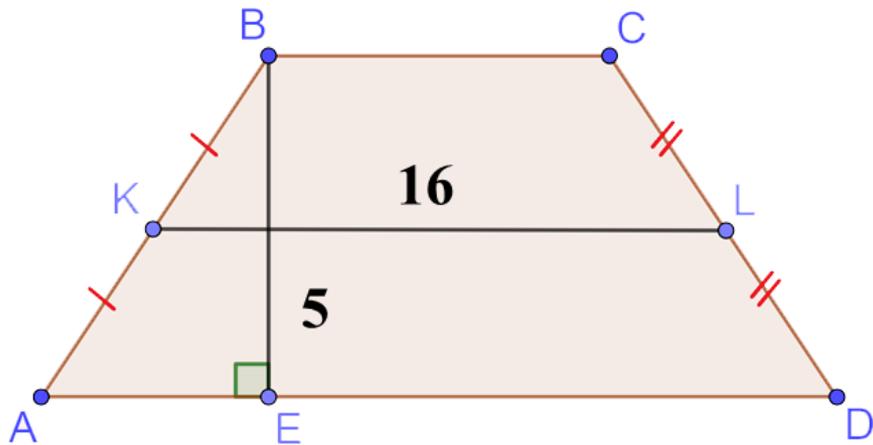
$$3) S_{ABCD} = \frac{3+13}{2} \cdot 18 = 8 \cdot 18 = 144$$

**Ответ: 144**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Трапеция

**Задача 4.** Средняя линия трапеции равна 16, а её высота равна 5. Найдите площадь трапеции.



**Решение.**

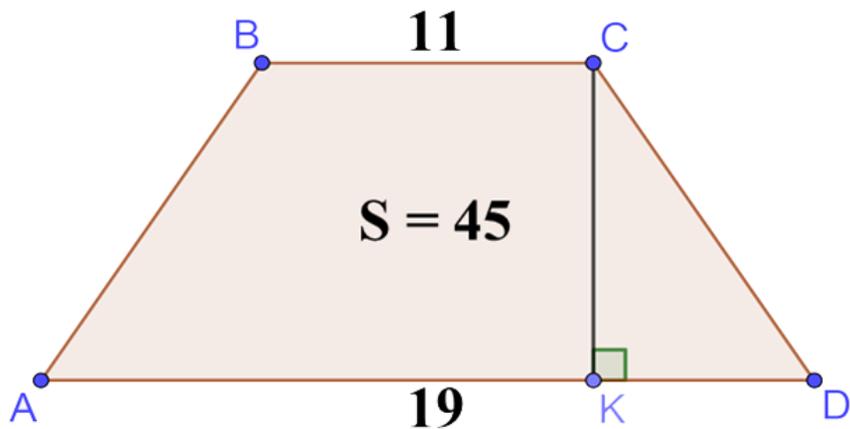
- 1)  $l$  – средняя линия трапеции
- 2)  $S_{\text{тр.}} = l \cdot h$
- 3)  $S_{\text{тр.}} = 16 \cdot 5 = 80$

**Ответ: 80**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Трапеция

**Задача 5.** Основания трапеции равны 11 и 19, а её площадь равна 45. Найдите высоту трапеции.



**Решение.**

$$1) S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CK$$

$$2) 45 = \frac{11+19}{2} \cdot CK$$

$$3) 45 = \frac{30}{2} \cdot CK$$

$$4) CK = 45 : 15 = 3$$

**Ответ: 3**

# Прямоугольник

## Теоретический материал

**Прямоугольником** называется параллелограмм,  
у которого все углы прямые



$$\angle A = 90^{\circ}$$

$$\angle B = 90^{\circ}$$

$$\angle C = 90^{\circ}$$

$$\angle D = 90^{\circ}$$

# Прямоугольник и его свойства

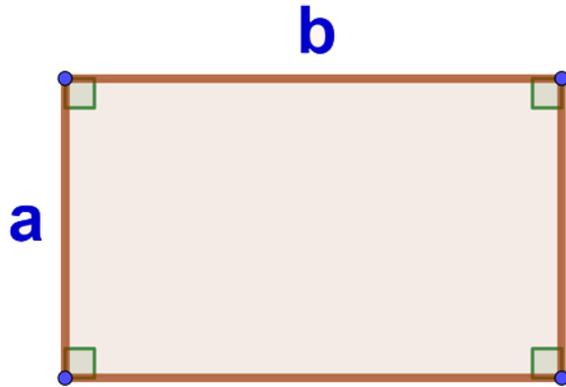
**Свойство 1.** Все углы прямоугольника – прямые, а противоположные стороны – равны.

$$\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^\circ; AB = CD, BC = AD$$

**Свойство 2.** Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = BO = CO = DO$$

**Площадь прямоугольника** равна произведению  
длин его смежных сторон

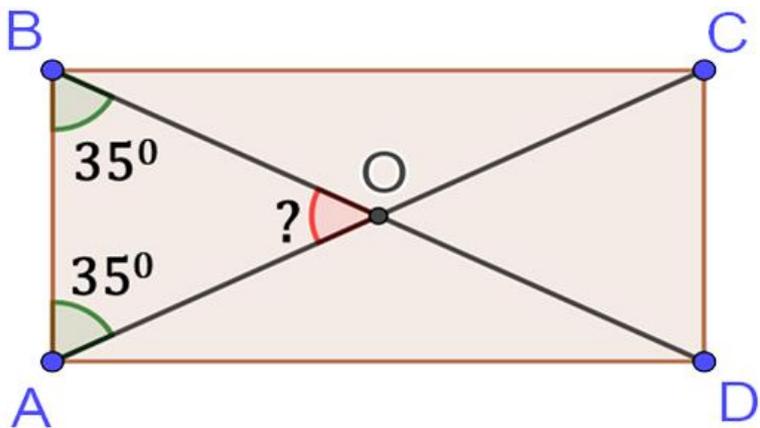


$$S=ab$$

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Прямоугольник

**Задача 1.** Диагональ прямоугольника образует угол  $35^\circ$  с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

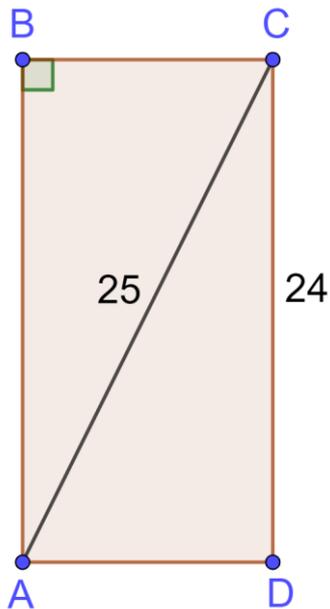
- 1)  $\triangle AOB$  - равнобедренный
- 2)  $\angle BAO = \angle ABO = 35^\circ$
- 3)  $\angle AOB = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

**Ответ: 110**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Прямоугольник

**Задача 2.** В прямоугольнике одна из сторон равна 24, диагональ равна 25. Найдите вторую сторону прямоугольника.



**Решение.**

1)  $\triangle ADC$  – прямоугольный

2) по теореме Пифагора

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$3) 25^2 = AD^2 + 24^2$$

$$4) AD^2 = 25^2 - 24^2 =$$

$$= (25-24) \cdot (25+24) = 1 \cdot 49 = 49$$

$$5) AD = 7$$

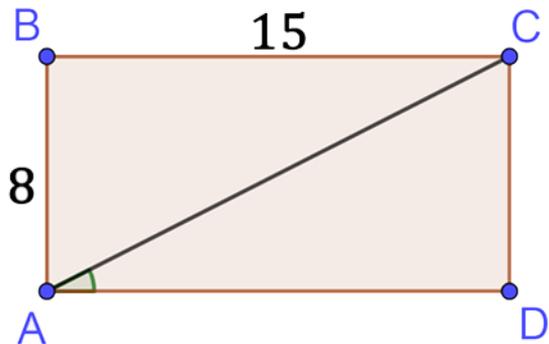
**Ответ: 7**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Прямоугольник

**Задача 3.** В прямоугольнике ABCD сторона AB равна 8, сторона BC равна 15.

- а) Найдите  $\operatorname{tg}CAD$ ; б) Найдите длину диагонали AC.  
в) Найдите площадь прямоугольника.



**Решение «б».**

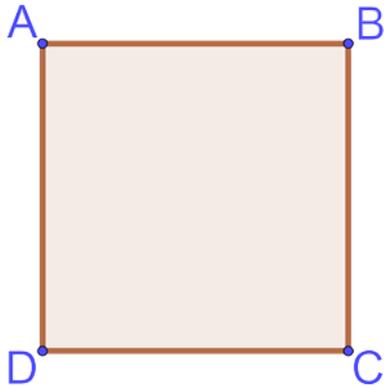
$$\begin{aligned} 1) & AC^2 = AB^2 + BC^2 \\ 2) & AC^2 = 8^2 + 15^2 = 120 \\ 3) & AC = 17 \\ 4) & \operatorname{tg}CAD = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{8}{15}$

# Квадрат

## Теоретический материал

**Квадратом** называется прямоугольник, у которого все стороны равны



$$AB=BC=CD=DA$$

# Квадрат и его свойства

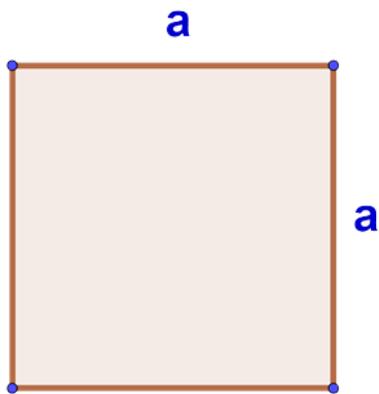
**Свойство 1.** Все углы квадрата – прямые, а все стороны – равны.  
 $\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^0$ ;  $AB = BC = CD = AD$

**Свойство 2.** Диагонали квадрата равны и точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = BO = CO = DO$$

**Площадь квадрата** равна квадрату его стороны

**Периметр квадрата** равна сумме всех сторон



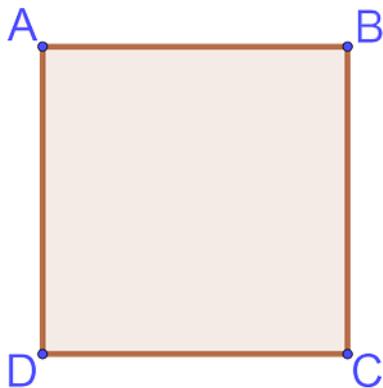
$$S = a^2$$

$$P = a+a+a+a = 4 \cdot a$$

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Квадрат

**Задача 1.** Периметр квадрата равен 80.  
Найдите площадь этого квадрата.



**Решение.**

$$1) P_{ABCD} = 80$$

$$2) AB = BC = CD = 80 : 4 = 20$$

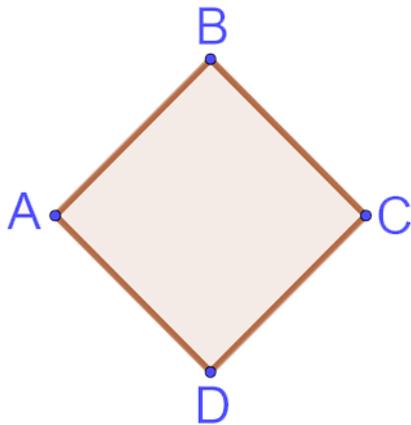
$$3) S_{ABCD} = AB^2 = 20^2 = 400$$

**Ответ: 400**

# Ромб

## Теоретический материал

**Ромбом** называется параллелограмм,  
у которого все стороны равны



$$AB=BC=CD=DA$$

## Ромб и его свойства

**Свойство 1.** В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4$$

**Свойство 2.** Диагонали ромба делят его углы пополам.

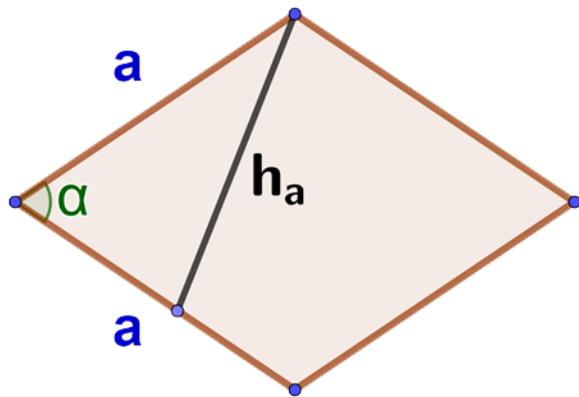
$$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$$

**Свойство 3.** Сумма углов, прилежающих к одной стороне ромба, равна  $180^\circ$ .

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

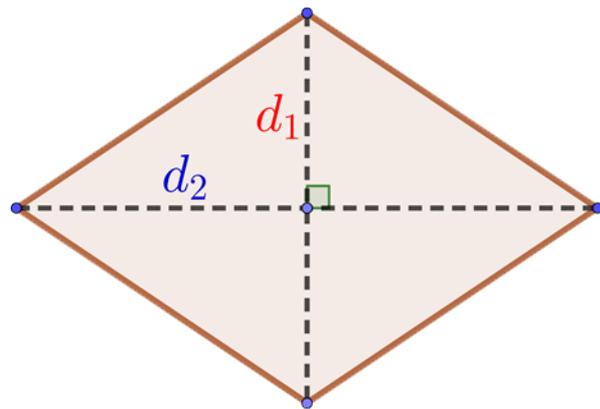
## Площадь ромба

- а.** произведению его стороны на высоту
- б.** произведению двух его сторон на синус угла между ними
- в.** равна половине произведения его диагоналей



$$S = ah_a$$

$$S = a^2 \sin \alpha$$

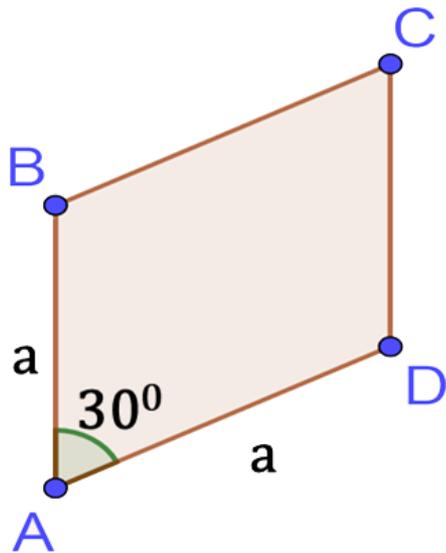


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Ромб

**Задача 1.** Периметр ромба равен 56, а один из углов равен  $30^\circ$ .  
Найдите площадь этого ромба.



**Решение.**

1)  $P_{ABCD} = 56$

2)  $56 = 4a$

3)  $a = 14$

4)  $S = a^2 \cdot \sin\alpha$

5)  $S = 14^2 \cdot \sin 30^\circ = 14^2 \cdot \frac{1}{2} = 196 \cdot \frac{1}{2} = 98$

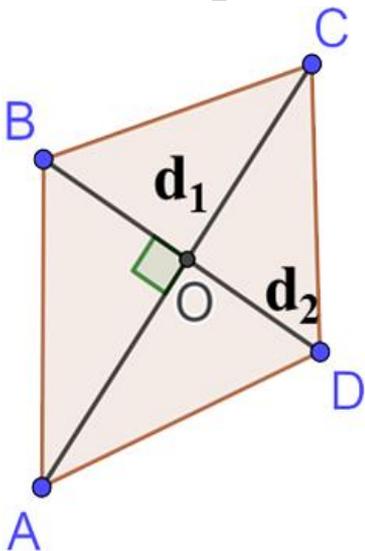
**Ответ: 98**

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

## Ромб

Задача 2. Диагонали ромба равны 24 и 10.

- Найдите площадь ромба.
- Найдите сторону ромба.
- Найдите периметр ромба.



Решение «б».

1)  $\triangle AOB$  — прямоугольный,

2)  $BO = \frac{1}{2}d_1$ ;  $AO = \frac{1}{2}d_2$

по теореме Пифагора :

3)  $AB^2 = AO^2 + BO^2 = 52$

4)  $AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

5)  $AB = 2\sqrt{13}$

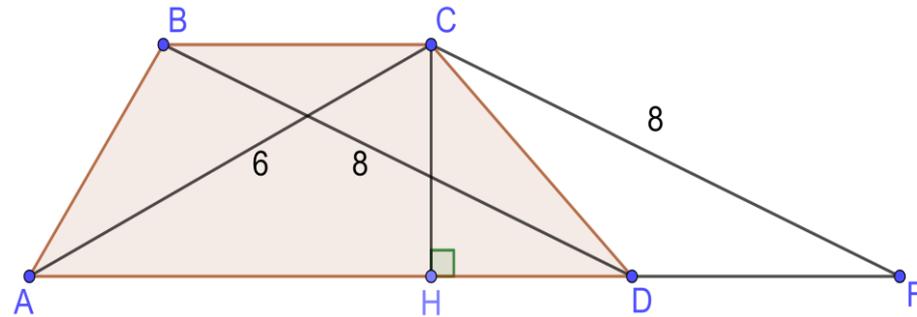
4)  $S = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$

Ответ: 13

Ответ: 120

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

**Задача № 1.** Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 8 и 6, а средняя линия равна 5.

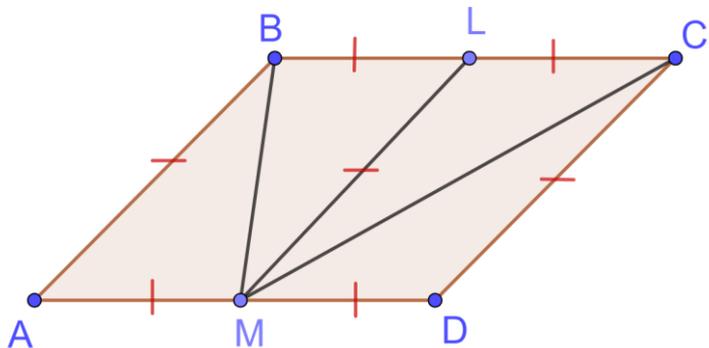


**Алгоритм решения.**

- 1) Через вершину  $C$  проведем прямую параллельную диагоналям трапеции;
- 2) Доказываем, что  $\triangle ACF$  – прямоугольный;
- 3) Находим площадь  $\triangle ACF$ ;
- 4) Находим высоту трапеции;
- 5) Вычисляем площадь трапеции.

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

**Задача №3.** Сторона  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $CD$ . Точка  $M$  – середина стороны  $AD$ . Докажите, что  $CM$  – биссектриса угла  $BCD$ .



**Решение.**

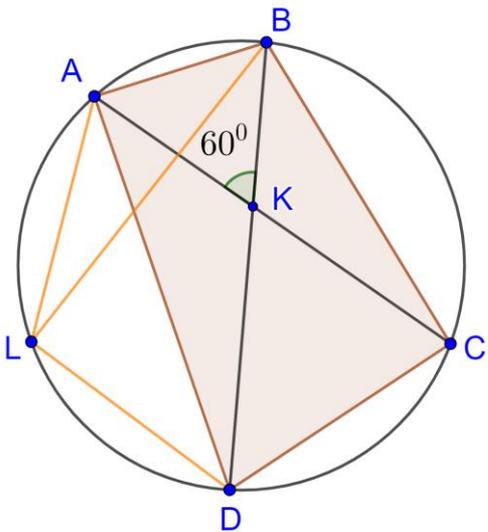
$ML \parallel DC$

$LC = BL = CD$

$MLCD$  – ромб,  $CM$  – диагональ, по свойству диагоналей ромба  $CM$  – биссектриса  $\angle BCD$ .

# Четырехугольники в заданиях ОГЭ по математике

**Задача №5.** Четырехугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=25$  и  $CD=16$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причем  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.



## Алгоритм решения.

1. Через точку  $D$  проведем прямую  $DL \parallel AC$ ;
2. Сравним дуги  $AL$  и  $CD$ , и хорды стягивающие их;
3. Сравним углы  $CKD$  и  $LDK$ ;
4. Рассмотрим вписанный в окружность четырехугольник  $ABDL$  и найдем его углы;
5. Рассмотрим  $\triangle LAB$ , вписанный в ту же окружность;
6. Применим теорему косинусов и найдем  $LB$  сторону  $\triangle LAB$ ;
7. Найдем радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.