



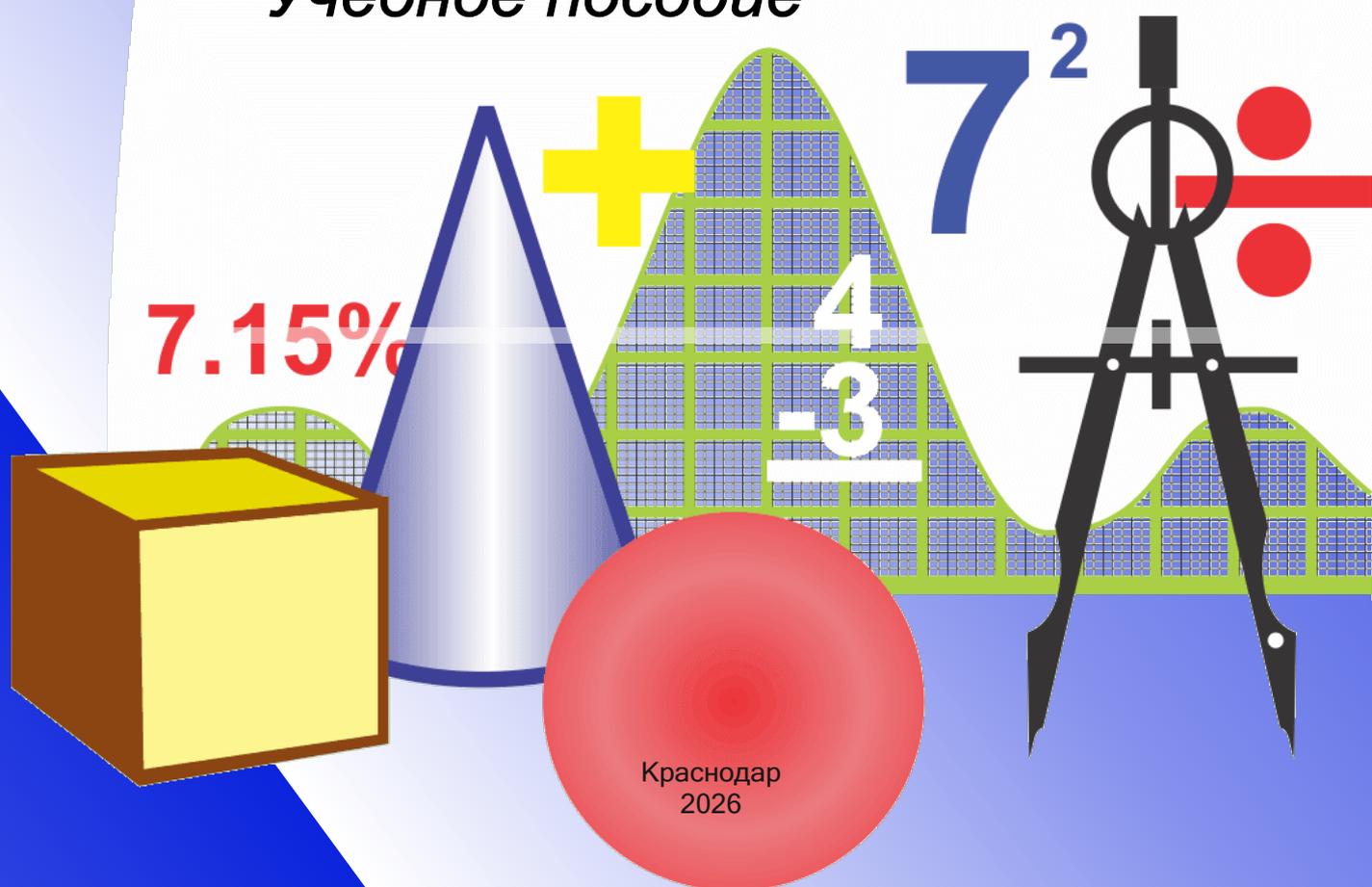
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

ПРАКТИКУМ ПО АЛГЕБРЕ 9 К Л А С С

Учебное пособие



Краснодар
2026

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**ПРАКТИКУМ ПО АЛГЕБРЕ.
9 КЛАСС**

Учебное пособие

Краснодар, 2026

УДК 374.1+372. 851
ББК 74.200.58+74.262.21
Р 31

*Рекомендовано к изданию решением редакционно-издательского совета
ГБОУ ИРО Краснодарского края (протокол № 1 от 04.02.2026 г.)*

Рецензенты:

Васильева Ирина Викторовна, доцент кафедры функционального анализа и алгебры ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», к.п.н.

Задорожная Ольга Владимировна, доцент кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края, к.п.н.

Р 31 Практикум по алгебре. 9 класс: учебное пособие / под ред. Е.Н. Белай. – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. 2026. – 73 с.

Авторы – составители:

Белай Елена Николаевна, заведующий кафедрой математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Барышенский Дмитрий Сергеевич, доцент кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Василишина Надежда Владимировна, старший преподаватель кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Беликова Наталья Владимировна, учитель математики МБОУ ООШ № 32 им. И.С. Жидкова МО Белореченский район

Богачева Светлана Ивановна, учитель математики МБОУ ООШ № 14 МО Крыловский район

Васюк Людмила Александровна, начальник отдела методической работы МКУО «Центр развития и оценки качества образования» МО Славянский район

Голинченко Ольга Николаевна, учитель математики МБОУ СОШ № 5 им. Якова Павловича Сторчака МО Крыловский район

Еременко Ольга Николаевна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 им. Н.В. Богданченко МО Усть-Лабинский район

Крапчатая Ирина Александровна, учитель математики МБОУ «СОШ № 1» им. Героя Советского Союза Якубина Ивана Максимовича МО Тбилисский район

Ковалева Марина Георгиевна, учитель математики МАОУ СОШ № 12 МО Славянский район

Леценко Светлана Ивановна, учитель математики МОБУ СОШ 8 им. Ю.А. Гагарина МО Туапсинский район

Логина Татьяна Артуровна, учитель математики МОБУ СОШ № 10 им. воина-интернационалиста П.П. Пидины МО Лабинский район

Любченко Лариса Александровна, учитель математики МАОУ СОШ № 18 с УИОП МО г. Армавир

Мунджишвили Галина Васильевна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 им. И.И. Тарасенко МО Выселковский район

Муратова Галина Анатольевна, учитель математики МАОУ СОШ № 3 им. А. Шембелиди МО г-к. Анапа

Самедова Инна Сабировна, учитель математики МБОУ гимназии № 1 МО г. Армавир

Самойлова Ольга Александровна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 им. Н.В. Богданченко МО Усть-Лабинский район

Сахно Елена Ивановна, учитель математики МБОУ гимназии № 8 им. Г.К. Жукова МО Тихорецкий район

Селютина Елена Александровна, учитель математики МАОУ СОШ № 7 им. Г.К. Жукова МО г. Армавир

Сухарева Татьяна Викторовна, учитель математики МАОУ СОШ № 3 им. С.В. Дубинского МО Выселковский район

Тертычная Майя Кубайтовна, учитель математики МАОУ СОШ № 20 имени А.П. Турчинского МО Мостовский район

Ткаченко Любовь Васильевна, учитель математики МБОУ СОШ № 2 им. Л.Н. Плаксина МО Мостовский район

Цепковская Елена Михайловна, учитель математики МБОУ СОШ № 6 имени Р.Н. Филипова МО Белореченский район

Данное пособие входит в учебно-методический комплект для преподавания курса внеурочной деятельности обучающимся 9-х классов «Практикум по алгебре» и предназначено для школьников. В пособии содержится краткий теоретический материал по 15 темам, задания базового и повышенного уровня сложности, дополнительные материалы по темам, вопросы для самопроверки, список рекомендованных источников. Ответы на задания не предусмотрены.

© Министерство образования и науки
Краснодарского края, 2026
© ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов	5
Правила действий с числами, проценты, пропорции.....	6
Числовые неравенства	9
Степень с целым показателем	18
Арифметический квадратный корень	21
Преобразование алгебраических выражений	23
Линейные уравнения.....	26
Линейные неравенства и их системы.....	28
Квадратные уравнения.....	32
Элементы теории вероятностей	36
Вычисление по формулам	40
Линейная функция. Функция обратная пропорциональность.....	45
Квадратичная функция	56
Квадратные неравенства.....	61
Арифметическая прогрессия	66
Геометрическая прогрессия.....	69
Список рекомендованных источников	72

Дорогой девятиклассник!

Ты держишь в руках учебное пособие к курсу «Практикум по алгебре», которое поможет тебе научиться решать различные задачи, чтобы чувствовать себя уверенно на итоговой аттестации по математике. В этом пособии собран краткий теоретический материал, задачи на проверку теоретических знаний и практических умений по алгебре базового и повышенного уровня сложности, вопросы и задания для самопроверки по каждой теме.

Мы надеемся, что занятия курса «Практикум по алгебре» будут для тебя интересными и полезными. Желаем успехов в изучении математики и удачи на экзамене!

Правила действий с числами, проценты, пропорции

Устная работа

1. Вычислите, используя распределительное свойство умножения:

Образец. $92 \cdot 5 = (90 + 2) \cdot 5 = 90 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 450 + 10 = 460$

а) $83 \cdot 6$; б) $48 \cdot 9$; в) $89 \cdot 4$.

2. Вычислите, используя правило умножения числа на 11.

Образец. $43 \cdot 11 = 4(4 + 3)3 = 473$. $47 \cdot 11 = 4(4 + 7)7 = (4 + 1)17 = 517$.

а) $36 \cdot 11$; б) $45 \cdot 11$; в) $48 \cdot 11$; г) $67 \cdot 11$.

Повторяем теорию

Процент – это сотая часть числа (величины). Величина целиком равна ста процентам. В задачах число процентов может превышать 100 %.

Чтобы найти процент от числа, нужно перевести процент в десятичную дробь и умножить на заданное число.

Чтобы найти число по его процентам, нужно: проценты числа перевести в десятичную дробь; заданное число разделить на полученную дробь.

Пропорция – это равенство двух отношений. Основное свойство пропорции: в верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов. Формулы $a:b = c:d$; $a \cdot d = b \cdot c$.

Проверяем себя

Т1. Закончите предложение. Величина целиком равна...процентам.

Т2. Закончите предложение. Чтобы найти процент от числа, нужно перевести процент в десятичную дробь и ... на заданное число.

Т3. Закончите предложение. Основное свойство пропорции: в верной пропорции ... равно произведению средних членов.

Решаем задачи

1. Выберите верное утверждение:

1) $47\% - 4,7$; 2) $47\% - 47$; 3) $47\% - 0,47$; 4) $47\% - 4700$.

2. Сколько процентов соли содержит раствор, приготовленный из 35 г соли и 165 г воды?

3. В первый день велосипедист проехал 52 км, а во второй день – на 15% меньше, чем в первый. Сколько километров проехал велосипедист за два дня?
4. Когда рабочий сделал 369 деталей, ему до выполнения плана оставалось 59%. Сколько деталей должен сделать рабочий по плану?
5. Слесарь и его ученик изготовили 1200 деталей. Ученик сделал третью часть всех деталей. Сколько деталей сделал слесарь?
6. У Гриши было 80 рублей. Он купил тетрадь за 10 рублей. Какую часть своих денег потратил Гриша на тетрадь?
7. Цена групповой экскурсии в музей равна 15000 руб. В январе цена стала ниже на 20%, а в феврале эту сниженную цену повысили на 20%. Сколько стала стоить групповая экскурсия в феврале?
8. Комбайнер намолотил 70 тонн пшеницы, перевыполнив план на 20 тонн. На сколько процентов был выполнен план?
9. За первый час автомобиль проехал 70 км, что составило 14% всего пути. Сколько километров составляет весь путь?
10. Для покрытия пола требуется 45 м линолеума шириной 2,2 м. Сколько потребуется линолеума шириной 1,5 м для покрытия пола той же площади?

Дополнительные материалы

1. В школе 700 учащихся. Среди них 357 мальчиков. Сколько процентов учащихся этой школы составляют мальчики?
2. Цены на яблоки сначала выросли на 60%, а затем понизились на 20%. Сколько изначально стоили яблоки, если после понижения цен они стали стоить 128 рублей?
3. Общая площадь новой квартиры равна 100 м². Квартира состоит из двух одинаковых спален, большого холла, кухни-столовой и санузла. Известно, что площадь кухни-столовой равна 24 м², и она на 80 % больше площади санузла. Площадь холла равна 30 м². Чему равна площадь каждой спальни?

4. На праздник 8 марта папа купил маме, бабушке и дочери подарки, потратив всего 9000 рублей. Подарок маме – духи стоимостью 3500 рублей, подарок дочери (платье) составляет по цене две третьих от подарка бабушке (шаль). Сколько рублей папа заплатил за подарок для дочери?

5. Самолет со скоростью 200 км/ч преодолевает расстояние от Баку до Краснодара за 2 часа. За сколько минут он преодолеет это же расстояние со скоростью 150 км/ч?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Сколько процентов составляет число 18 от числа 180?

2. Что такое пропорция? Запишите основное свойство пропорции

3. Три трактора вспахали поле за 7 часов. Сколько нужно тракторов, чтобы вспахать такое же поле за 5 часов?

Числовые неравенства

Устная работа

1. Вычислите.

а) $4,23+0,14$; б) $47,5+0,12$; в) $24,32+12,3$; г) $6,23-4,21$; д) $132,02-0,2$.

2. Переведите обыкновенную дробь в десятичное число.

а) $\frac{32}{1000}$; б) $\frac{1}{20}$; в) $1\frac{4}{5}$; г) $\frac{168}{40}$; д) $\frac{5}{8}$; е) $\frac{177}{300}$.

Повторяем теорию

Числовые неравенства – это выражения, в которых используются знаки неравенства: больше, меньше, больше или равно, меньше или равно.

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

Обратимость знаков неравенства при умножении или делении на отрицательное число. Например, если $a > b$, то $-a < -b$. Важно помнить, что это правило работает только с отрицательными числами.

Если $a > b$, то можно прибавить или вычесть одно и то же число с обеих сторон, неравенство остаётся верным. Например, если $3 > 1$, то $3+2 > 1+2$, то есть $5 > 3$.

1.	Если $a < b$, то при любом c $a+c < b+c$.
2.	Если $a < b$ и $c > 0$, то $ac < bc$.
3.	Если $a < b$ и $c < 0$, то $ac > bc$.
4.	Если $a < b$, a и b одного знака, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
5.	Если $a < b$, $c < d$, то $a+c < b+d$, $a-d < b-c$.
6.	Если $a < b$, $c < d$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$, то $ac < bd$.
7.	Если $a < b$, $a > 0$, $b > 0$, то $a^2 < b^2$, $a^n < b^n$ ($n \in \mathbb{N}$)
8.	Если $ a < b $, то $a^2 < b^2$.

Проверяем себя

Т4. Заполните пропуски:

а) если разность двух чисел отрицательна, то первое число _____ второго.

б) если разность двух чисел положительна, то первое число _____ второго.

Т5. Закончите предложение:

а) если первое число больше второго, то разность этих чисел _____.

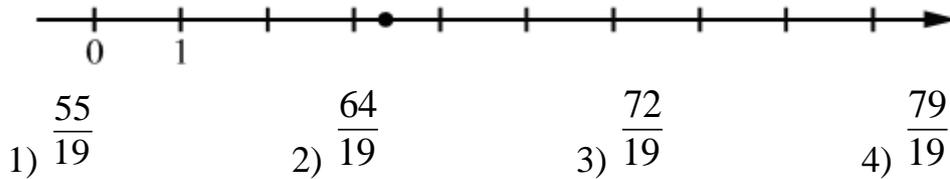
б) если первое число меньше второго, то разность этих чисел _____.

Т6. Заполните пропуски:

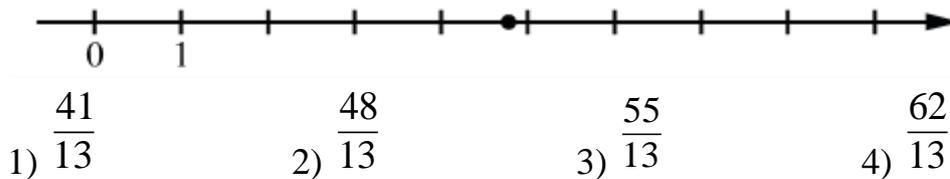
- а) Точка с большей координатой лежит _____ на координатной прямой.
б) Точка с меньшей координатой лежит _____ на координатной прямой.
в) _____ число всегда левее нуля.
г) _____ число всегда правее нуля.

Решаем задачи

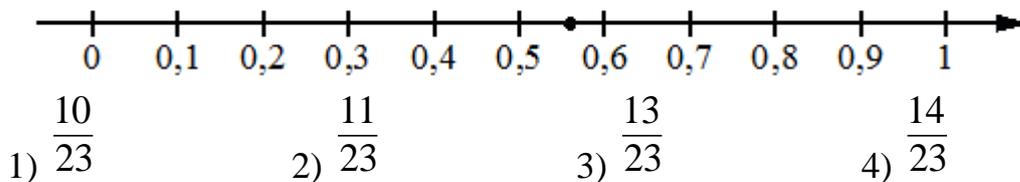
11. а) Какое из чисел $\frac{55}{19}, \frac{64}{19}, \frac{72}{19}, \frac{79}{19}$ отмечено на прямой точкой?



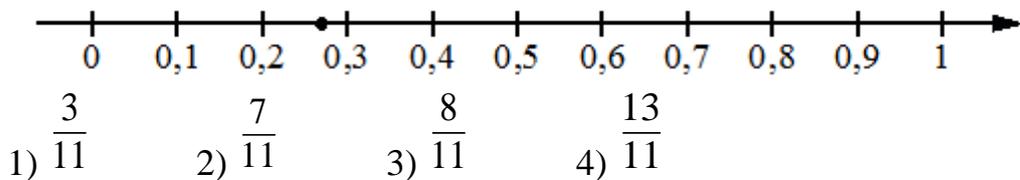
б) Какое из чисел $\frac{41}{13}, \frac{48}{13}, \frac{55}{13}, \frac{62}{13}$ отмечено на прямой точкой?



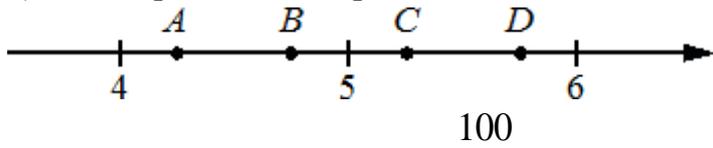
12. а) Какое из чисел $\frac{10}{23}, \frac{11}{23}, \frac{13}{23}, \frac{14}{23}$ отмечено на прямой точкой?



б) Какое из чисел $\frac{3}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{13}{11}$ отмечено на прямой точкой?



13. а) На координатной прямой отмечены точки А, В, С и D.



Одна из них соответствует числу $\frac{100}{19}$. Какая это точка?

- 1) А 2) В 3) С 4) D

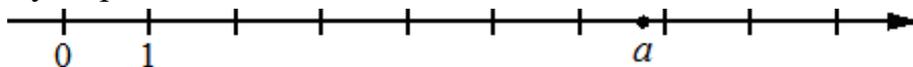
б) На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам 0,098; - 0,02; 0,09; 0,11.



Какой точке соответствует число 0,09?

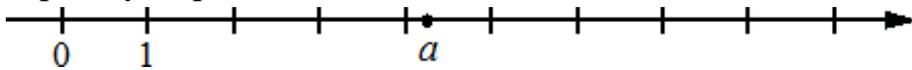
- 1) А 2) В 3) С 4) D

14. а) На координатной прямой отмечено число a . Используя рисунок, выберите верное утверждение.



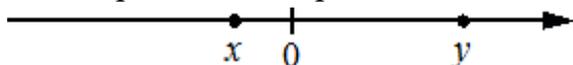
- 1) $a-5 < 0$ 2) $5-a < 0$ 3) $a-7 > 0$ 4) $6-a > 0$

б) На координатной прямой отмечено число a . Используя рисунок, выберите верное утверждение.



- 1) $4-a > 0$ 2) $4-a < 0$ 3) $a-3 < 0$ 4) $a-6 > 0$

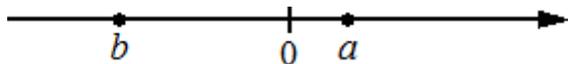
15. а) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел неверно?

- 1) $xy < 0$ 2) $x^2y > 0$ 3) $x+y > 0$ 4) $x+y < 0$

б) На координатной прямой отмечены числа a и b . Используя рисунок, выберите неверное утверждение.



- 1) $a+b < 0$ 2) $ab < 0$ 3) $a^2b > 0$ 4) $a-b > 0$

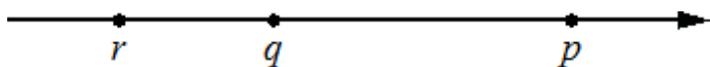
16. а) На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $q-p$, $q-r$, $r-p$ отрицательна?

- 1) $q-p$ 2) $q-r$ 3) $r-p$ 4) ни одна из них

б) На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $q - p$, $q - r$, $r - p$ положительна?

- 1) $q - r$ 2) $q - p$ 3) $r - p$ 4) ни одна из них

17. а) Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[4; 5]$?

- 1) $\frac{49}{15}$ 2) $\frac{52}{15}$ 3) $\frac{58}{15}$ 4) $\frac{71}{15}$

б) Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[7; 8]$?

- 1) $\frac{58}{9}$ 2) $\frac{62}{9}$ 3) $\frac{70}{9}$ 4) $\frac{79}{9}$

18. а) Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{8}{3}$ и $\frac{11}{4}$?

1) 2,7 2) 2,8 3) 2,9 4) 3

б) Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{8}{13}$ и $\frac{12}{17}$?

1) 0,6 2) 0,7 3) 0,8 4) 0,9

19. а) Сколько целых чисел расположено между числами $-\frac{8}{3}$ и $\frac{11}{4}$?

1) 5 2) 4 3) 6 4) нет целых чисел

б) Сколько целых чисел расположено между числами $-\frac{18}{3}$ и $-\frac{7}{5}$?

1) 5 2) 4 3) 1 4) нет целых чисел

20. а) Сколько натуральных чисел расположено между числами $-\frac{7}{4}$ и $\frac{17}{5}$?

1) 5 2) 4 3) 1 4) 3

б) Сколько натуральных чисел расположено между числами $-\frac{2}{5}$ и $\frac{20}{5}$?

1) 5 2) 4 3) 3 4) ни одного

Дополнительные материалы

1. а) Сколько целых чисел расположено между числами $-\frac{18}{7}$ и $\frac{44}{11}$?

- 1) 5 2) 4 3) 6 4) нет целых чисел

б) Сколько целых чисел расположено между числами $-\frac{81}{15}$ и $\frac{70}{5}$?

- 1) 18 2) 19 3) 17 4) 9

2. а) Сколько натуральных чисел расположено между числами $-\frac{5}{4}$ и $-\frac{7}{15}$?

- 1) 5 2) 4 3) 1 4) нет натуральных чисел

б) Сколько натуральных чисел расположено между числами $-\frac{20}{5}$ и $\frac{20}{5}$?

- 1) 6 2) 4 3) 3 4) нет натуральных чисел

3. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

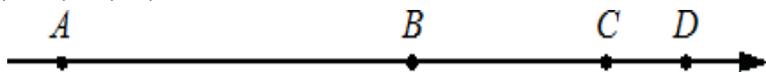
4. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $-0,201$; $-0,012$; $-0,304$; 0,021.



Какой точке соответствует число $-0,304$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

5. На координатной прямой точки А, В, С и D соответствуют числам $-0,39$; $-0,09$; $-0,93$; 0,03.



Какой точке соответствует число $-0,09$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Устная работа

1. Вычислите.

а) $0,34 \cdot 10$; б) $3,9 \cdot 100$; в) $5,01 \cdot 1000$; г) $35,13 \cdot 10000$.

2. Вычислите удобным способом.

а) $2,8 + 0,11 + 1,2$ б) $1,4 + 2,52 + 2,6 + 10$ в) $8,7 - (3 + 1,7)$ г) $6,75 + 0,99 - 2,25$

Повторяем теорию

Число a больше числа b , если разность $a - b$ – положительное число.

Число a меньше числа b , если разность $a - b$ – отрицательное число.

Если разность $a - b = 0$, то числа a и b равны.

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, квадрат которого равен a .

Из двух чисел на координатной прямой меньше то, что лежит левее.

Проверяем себя

Т7. а) Если к обеим частям _____ неравенства прибавить _____ число, то получим верное неравенство.

б) При умножении/делении обеих частей верного неравенства на одинаковое _____ число и при этом знак неравенства поменять на противоположный, мы получим _____ неравенство.

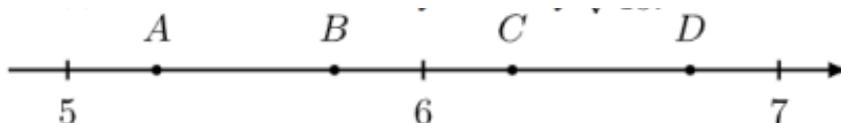
Т8. а) Арифметический квадратный корень с большим подкоренным выражением на координатной прямой лежит _____.

б) Положительное число на координатной прямой лежит _____ отрицательного числа.

Т9. Каждому действительному числу соответствует _____ точка на координатной прямой.

Решаем задачи

21. а) Из точек A, B, C, D лежащих на данной координатной прямой, выберите ту, у которой координата соответствует числу $\sqrt{28}$.



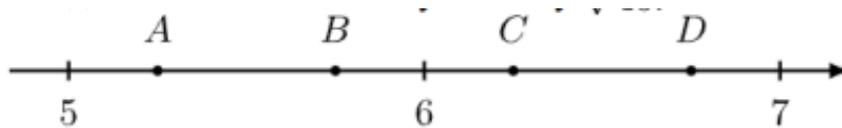
1) A

2) B

3) C

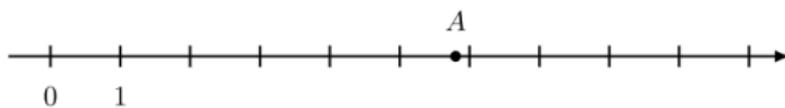
4) D.

б) Из точек А, В, С, D лежащих на данной координатной прямой, выберите ту, у которой координата соответствует числу $\sqrt{40}$.



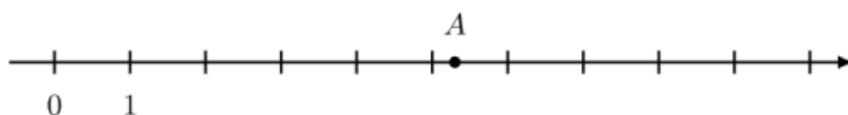
- 1) A 2) B 3) C 4) D.

22. На координатной прямой отмечена точка А. Какое из чисел $\sqrt{6}$; $\sqrt{5,8}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{34}$ является координатой точки А?



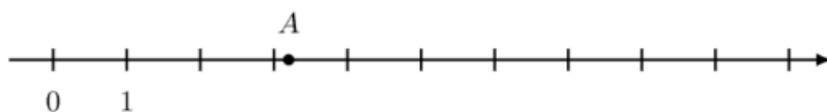
- 1) $\sqrt{6}$ 2) $\sqrt{5,8}$ 3) $\sqrt{34}$ 4) $\sqrt{27}$.

23. Даны четыре числа: $\sqrt{6}$; $\sqrt{5,8}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{34}$. Выберите из них то, которое соответствует координате точки А.



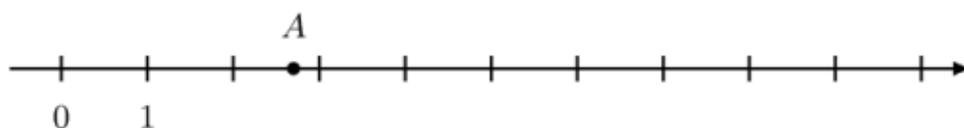
- 1) $\sqrt{6}$ 2) $\sqrt{5,8}$ 3) $\sqrt{27}$ 4) $\sqrt{34}$

24. Даны четыре числа: $\sqrt{3}$; $\sqrt{3,2}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{15}$. Выберите из них то, которое соответствует координате точки А.



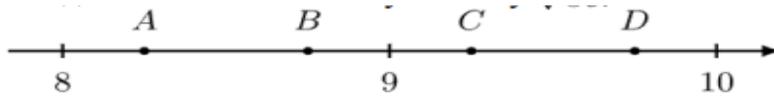
- 1) $\sqrt{3}$ 2) $\sqrt{3,2}$ 3) $\sqrt{10}$ 4) $\sqrt{15}$

25. Даны четыре числа: $\sqrt{3}$; $\sqrt{3,2}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{7}$. Выберите из них то, которое соответствует координате точки А.



- 1) $\sqrt{3}$ 2) $\sqrt{3,2}$ 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{7}$

26. Из точек A, B, C, D лежащих на данной координатной прямой, выберите ту, у которой координате соответствует $\sqrt{94}$.



- 1) A 2) B 3) C 4) D

27. а) Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{35}$?

- 1) [35;36] 2) [4;5] 3) [5;6] 4) [34;36]

б) Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{6}$

- 1) [5;6] 2) [1;2] 3) [2;3] 4) [4;5]

28. а) Какое из чисел $\sqrt{7}; \sqrt{12}; \sqrt{28}; \sqrt{40}$ принадлежит промежутку [3;4]

- 1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{12}$ 3) $\sqrt{28}$ 4) $\sqrt{40}$

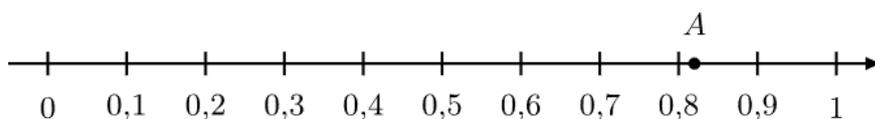
б) Какое из чисел $\sqrt{7}; \sqrt{10}; \sqrt{27}; \sqrt{40}$ принадлежит промежутку [2;3]

- 1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{10}$ 3) $\sqrt{27}$ 4) $\sqrt{40}$

в) Какое из чисел $\sqrt{12}; \sqrt{28}; \sqrt{40}; \sqrt{68}$ принадлежит промежутку [5;6]

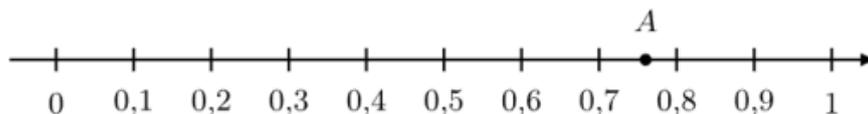
- 1) $\sqrt{12}$ 2) $\sqrt{28}$ 3) $\sqrt{40}$ 4) $\sqrt{68}$

29. Какая координата будет у точки A, расположенной на координатной прямой?



- 1) $\sqrt{0,82}$ 2) $\sqrt{0,7}$ 3) $\sqrt{8}$ 4) нельзя определить

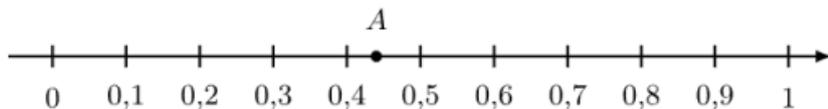
30. Какая координата будет у точки A, расположенной на координатной прямой?



- 1) $\sqrt{0,87}$ 2) $\sqrt{0,78}$ 3) $\sqrt{0,75}$ 4) нельзя определить

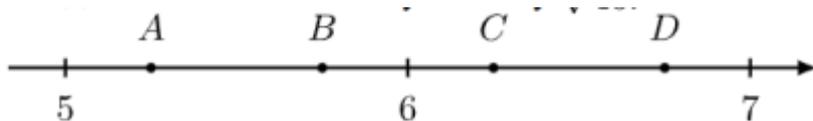
Дополнительные материалы

1. Выберите число, которое для точки А является координатой.



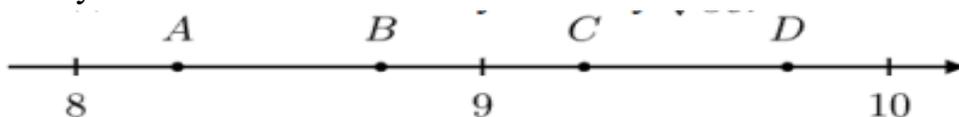
- 1) $\sqrt{0,18}$ 2) $\sqrt{0,42}$ 3) $\sqrt{0,7}$ 4) нельзя определить

2. Из точек А, В, С, D лежащих на данной координатной прямой, выберите ту, у которой координата равна $2\sqrt{7}$.



- 1) A 2) B 3) C 4) D

3. На координатной прямой отмечены числа $5\sqrt{3}$, $2\sqrt{21}$, $4\sqrt{6}$, $2\sqrt{17}$. Какая координата у точки С?



- 1) $5\sqrt{3}$ 2) $2\sqrt{21}$ 3) $4\sqrt{6}$ 4) $2\sqrt{17}$

4. Какое из чисел $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{6}$, $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{3}$ принадлежит промежутку $[6;7]$

- 1) $2\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) $4\sqrt{2}$ 4) $4\sqrt{3}$

5. Какому промежутку принадлежит число $3\sqrt{3}$?

- 1) $[3;4]$ 2) $[4;5]$ 3) $[5;6]$ 4) $[6;7]$

Вопросы и задания для самопроверки

1. Верно ли, что результатом извлечения квадратного корня из числа, всегда является число неотрицательное?

2. Выберите верное утверждение, если известно, что $a-b=-5$.

- 1) $a > b$ 2) $b > a$ 3) $b = a$ 4) нельзя определить

3. Найдите ошибку в утверждении: «Если почленно перемножить верные неравенства одного знака, то получим верное неравенство».

Степень с целым показателем

Устная работа

1. Вычислите

а) $5^{-3} \cdot 25^2$; б) $49:7^3$; в) $625 \cdot 5^{-3}$; г) $\frac{1}{8} \cdot 2^6$.

2. Упростите выражение.

а) $m^{-2} \cdot n^3 m^2 \cdot n^{-4}$; б) $\frac{d^3 \cdot l^{-2}}{d^{-2} \cdot l}$ в) $(y^{-12})^{-3}$

Повторяем теорию

Если n - натуральное число и $a \neq 0$, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Примеры: $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$, $9^{-1} = \frac{1}{9^1} = \frac{1}{9}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ в частности } \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = (a)^n, a \neq 0.$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}, \quad 3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}, \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125.$$

Свойства степеней

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели нужно сложить: $a^s \cdot a^t = a^{s+t}$. Пример: $a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-3-5} = a^{-8}$

2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели нужно вычесть $a^s : a^t = a^{s-t}$. Пример: $a^{-3} \cdot a^{-7} = a^{-3-(-7)} = a^4$

3. При возведении степени в степень показатели нужно перемножить: $(a^t)^s = a^{ts}$

Пример: $(a^{-3})^{-5} = a^{-3(-5)} = a^{15}$.

Проверяем себя

Т10. Укажите верное равенство:

а) $3^{-2} = -6$; б) $3^{-2} = -\frac{2}{3}$; в) $3^{-2} = -9$; г) $3^{-2} = \frac{1}{9}$

Т11. Упростите выражение: $(a^7)^{-5} : (a^2)^{-6}$

а) a^{-47} ; б) a^{23} ; в) a^{-23} ; г) a^{47}

T12. Упростите выражение: $\left(-(-a)^2\right)^3$

а) a^6 ; б) $-a^6$; в) a^5 ; г) $-a^5$

Решаем задачи

31. Вычислите $\frac{3^7}{81}$.

32. Вычислите $\frac{81^5}{27^6}$

33. Вычислите $\frac{10^6}{2^5 \cdot 5^4}$

34. Вычислите $\frac{(2^2 \cdot 2^4)^7}{(2 \cdot 2^6)^6}$

35. Вычислите $\frac{(3^7)^{-2}}{3^{-16}}$

36. Вычислите $\frac{9^{-6} \cdot 9^{-7}}{9^{-15}}$.

37. Вычислите $\frac{1}{2^{-11}} \cdot \frac{1}{2^7}$.

38. Вычислите $2^4 + 2^{-3} - 5^0$

39. Вычислите $4^{-2} : (-4)^{-3} + 0,4^{-1} - (-3)^0$

40. Упростите выражение $\frac{(a^3)^{-2} \cdot (a^{-7})^{-1}}{a^{-3}}$ и найдите его значение при $a = 0,2$.

Задачи с развернутым ответом

1. Упростите выражение $(0,1a^{-4}b^{-2})^2 \cdot 100a^9b^6$.

2. Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

3. Вычислите значение выражения: $9 \cdot \left(\frac{3,5x^{-2}}{2-x^{-2}} - \frac{3,5x^{-2}}{2+x^{-2}} \right)$ при $x = 0,5^{-1}$.

4. Решите уравнение $81x^{-2} - 18x^{-1} + 1 = 0$.

Дополнительные материалы

1. Сократите дробь $\frac{(2x)^4 \cdot x^{-10}}{x^{-9} \cdot 5x^3}$.

2. Найдите значение выражения $\frac{(3x)^4 \cdot x^{-15}}{x^{-13} \cdot 4x^7}$ при $x = 3$.

3. Сократите дробь $\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}}$.

4. Упростите выражение $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}}$

5. Найдите значение выражения $\frac{a^3 \cdot b^{-2}}{(2a)^2 \cdot b^{-5}} \cdot \frac{18}{ab^3}$, при $a = \sqrt{3} - 1$; $b = \frac{13}{17}$.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Закончите предложение. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели _____.

2. Упростите выражение $\frac{(a^3)^{-2}}{a^{-5}}$ и найдите его значение при $a = -2$.

3. Запишите дробь $\frac{1}{16}$ в виде степени с основанием 2.

Арифметический квадратный корень

Устная работа

1. Вычислите.

а) $\sqrt{36 \cdot 400}$; б) $\sqrt{0,49 \cdot 16}$; в) $\sqrt{0,0001 \cdot 25}$; г) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{72}$; д) $\sqrt{12,1} \cdot \sqrt{0,4}$.

2. Какие целые числа на координатной прямой расположены между числами $\sqrt{3,5}$ и 5?

Повторяем теорию

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad (\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0), \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

Проверяем себя

T13. Закончите предложение. Квадратным корнем из числа a называется число, ...

T14. Закончите предложение: Подкоренные выражения принимают только ...

T15. Закончите предложение. Квадратный корень из квадрата числа равен ...

Решаем задачи

41. Найдите значение выражения $4\sqrt{0,25} + \sqrt{121}$

42. Найдите значение выражения $\sqrt{300 \cdot 180 \cdot 15}$.

43. Найдите значение выражения $5\sqrt{11} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$.

44. Чему равно значение выражения $(2\sqrt{3})^2$.

45. Найдите значение выражения $(\sqrt{12} - 5)(\sqrt{12} + 5)$.

46. Найдите значение выражения $(\sqrt{27} + \sqrt{3})\sqrt{3}$.

47. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{7}\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$.

48. Найдите значение выражения $(\sqrt{13} + 2)^2 - 4\sqrt{13}$.

49. Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{8}-3} - \frac{1}{\sqrt{8}+3}$.

50. Упростите выражение $\sqrt{n^2+8nm+16m^2}$ и найдите его значение если $n=5; m=-2$.

Задачи с развернутым ответом

1. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$.

2. Найдите значение выражения $\sqrt{(4\sqrt{2}-7)^2} + 4\sqrt{2}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$.

Дополнительные материалы

1. Вычислите $(\sqrt{11}-\sqrt{12})(\sqrt{11}+2\sqrt{3})$.

2. Вычислите $(5\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{12}) \cdot \sqrt{3}$.

3. Вычислите $\sqrt{12} - (\sqrt{6}-3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$.

4. Вычислите $\sqrt{200 \cdot 360 \cdot 5}$.

5. Вычислите $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{3}}$.

Вопросы и задачи для самопроверки

1. Вычислите $\sqrt{12} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} + 0,2$.

2. Вычислите $\sqrt{\frac{7 \cdot 35 \cdot 2}{10}}$.

3. Закончите предложение. Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, ...

Преобразование алгебраических выражений

Устная работа

1. Разложите на множители выражения.

а) $28x^3 - 7xy^2$; б) $135a^3b^5 - 15ab^3$; в) $(2x - 4y) + x(x - 2y)$.

2. Заполни пропуски.

а) $(3 - *y)^2 = (* - 24y + *)$ б) $(2* + *y)^2 = (*x^4 + 52x^2y + *)$.

Повторяем теорию

Алгебраическое выражение – это математическая запись, состоящая из чисел, букв(переменных), знаков арифметических действий, скобок, а также степеней и корней.

Алгебраические выражения можно складывать, вычитать, умножать и делить. Алгебраические выражения можно преобразовывать и упрощать, используя законы сложения и умножения.

В случае, если алгебраическое выражение имеет определенное числовое значение при заданном наборе значений переменных, то такие значения переменных являются *допустимыми*.

В случае если алгебраическое выражение не имеет смысла при заданном наборе значений переменных, то такие значения переменных являются *недопустимыми*.

На ноль делить нельзя!

Проверяем себя

T16. Закончите предложение. Алгебраическое выражение – это ...

T17. а) Какие законы сложения можно использовать для преобразования алгебраических выражений?

б) Какие законы умножения можно использовать для преобразования алгебраических выражений?

T18. Заполните пропуски.

а) Если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки можно опустить, _____ каждого слагаемого, заключённого в скобки.

Ответ. Сохранив знак.

б) Если перед скобками стоит знак «минус», то скобки можно опустить, _____ каждого слагаемого, заключённого в скобки.

Решаем задачи

51. Найдите значение выражения $\frac{2x}{5} + \frac{3x}{2}$ при $x = 0,8$.

52. Найдите значение выражения $\frac{4}{5y} - \frac{3y}{8}$ при $y = 1$.

53. Найдите значение выражения

а) $c + 2 + \frac{1}{c}$ при $c = 0,4$.

б) $\frac{9}{a} + 72$, при $a = -\frac{5}{9}$

54. Найдите значение выражения

а) $\frac{8c}{7b} \cdot \frac{14}{24c^2}$ при $c = \frac{1}{3}, b = 2$

б) $\frac{6x^2}{5y} \cdot \frac{12x}{25y^3}$ при $x = 2, y = 3$.

55. Упростите выражение $(3a - 4)(4a + 3) - 4a(3a + 4)$ и найдите его значение при $a = -0,2$

56. Упростите выражение $\frac{9mx^2}{2y^3} : (3m^2x)$ и найдите его значение при $x = 2, m = \frac{1}{2}, y = 1$.

57. Упростите выражение $(x + 5)^2 - x(6 - 9x)$ и найдите его значение при $x = \frac{1}{2}$.

58. Найдите значение выражения $\frac{a}{5a^2 - 20} : \frac{1}{4 - 4a + a^2}$ при $a = 8$.

59. Упростите выражение $\frac{7x^5}{8y^3} : \frac{42x^2}{4y^4} : \frac{y}{6x}$ и найдите его значение при $x = \sqrt{2}, y = 1$.

60. Найдите значение выражения $\left(\frac{x + y}{x^2 - xy} - \frac{1}{x} \right) : \frac{y}{y - x}$ при $x = 0,5, y = \sqrt{5} - 4$.

Задачи с развернутым ответом

1. Сократите дробь $\frac{(8x+7)^2 - (8x-7)^2}{x}$ и найдите её значение при $x = 35\frac{1}{7}$.
2. Сократите дробь $\frac{4x^2 - 25}{2xy + 14x - 5y - 35}$ и найдите её значение при $x = -2,6, y = -8$.
3. Упростите выражение:
$$\frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$$
4. Представьте выражение $\frac{4a^2-9}{2a^2-7a+3} : \frac{3+2a}{1-2a} + \frac{9-4a}{3-a}$ в виде рациональной дроби и найдите его значение при $a = 5$.

Дополнительные материалы

1. Упростите выражение $\frac{4a^2-2a}{2-a} - 2a$ и найдите его значение при $a = 1,5$.
2. Найдите значение выражения $\frac{x}{y^2-xy} : \frac{x}{y^2-x^2}$ при $x = 2,2, y = 0,5$.
3. Найдите значение выражения $\frac{a^2}{a^2+7ab} : \frac{a}{a^2-49b^2}$ при $a = 8-7\sqrt{7}, b = 3-\sqrt{7}$.
4. Упростите выражение $\frac{a^2+ay+y^2}{y-1} \cdot \frac{y^2-1}{a^3-y^3}$ и найдите его значение при $y = 5, a = 3$.
5. Упростите выражение $\frac{x+2}{x^2+3x} - \frac{1+x}{x^2-9}$ и найдите его значение при $x = -2$.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Какие значения переменных являются допустимыми?
2. Какие значения переменных являются недопустимыми?
3. Какие арифметические действия есть в алгебраических выражениях?

Линейные уравнения

Устная работа

1. Решите уравнение.

а) $\frac{1}{3}x = 1\frac{2}{3}$; б) $\frac{5}{7}y = \frac{25}{14}$; в) $13x = \frac{26}{5}$.

2. Вычислите.

а) $\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{9}$; б) $\frac{9}{7} \cdot \frac{2}{3}$; в) $\frac{5}{18} \cdot \frac{9}{2}$; г) $\frac{3}{10} \cdot \frac{25}{27}$.

Повторяем теорию

Уравнение вида $ax + b = 0$ называется *линейным с одной переменной*, где x – переменная, a и b – некоторые числа.

(Внимание! Переменная x входит в уравнение обязательно в первой степени.)

Решить линейное уравнение с одной переменной – это значит найти все его корни или доказать, что их нет.

Корень уравнения – значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Если $a \neq 0$, то уравнение имеет один корень.

Если $a = 0$, но $b \neq 0$, то уравнение не имеет корней.

Если $a = 0$ и $b = 0$, то корень уравнения – любое действительное число.

Проверяем себя

T19. Назовите уравнения, которые не являются линейными.

а) $4x^2 - 8 = 6$ б) $7x + 9 = 25$ в) $\frac{15x}{3} - 2x + 5 = 0$

T20. Проверьте, какое из чисел является корнем уравнения $12 + (66 - 2x) = 14$.

Решать уравнение не нужно.

а) 43 б) 13 в) 32 г) 0

T21. Определите, какое из линейных уравнений имеет единственный корень.

Решать уравнение не нужно.

а) $134x = 0$ б) $0x = 14$ в) $0x = 0$

Решаем задачи

61. Решите уравнение $2x + 2 = 3$.

62. Решите уравнение $-1 - 3x = 2x + 1$.

63. Решите уравнение $4x + 7 = 0$.

64. Решите уравнение $-8x - 4(9 - 7x) = -5x + 1$.

65. Решите уравнение $9 + 2(3 - 4x) = 3x - 7$.

66. Решите уравнение $\frac{11}{x-9} = -10$.

67. Решите уравнение $x + \frac{x}{9} = -\frac{10}{3}$.

68. Решите уравнение $\frac{x+9}{7} - \frac{x}{2} = 2$.

69. Решите уравнение $\frac{6x+8}{2} + 5 = \frac{5x}{3}$.

70. Решите уравнение $-2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x + (-2 - x^2)$

Дополнительные материалы

1. Решите уравнение $10(x - 9) = 7$.

2. Решите уравнение $x + \frac{x}{11} = \frac{24}{11}$.

3. Решите уравнение $3 - \frac{x}{5} = \frac{x}{7}$.

4. Решите уравнение $2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x$.

5. Решите уравнение $-9(8 - 9x) = 4x + 5$.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Какие уравнения называются линейными уравнениями с одной переменной?

2. Что значит решить линейное уравнение?

3. Сколько корней может иметь линейное уравнение с одной переменной?

Линейные неравенства и их системы

Устная работа

1. Вычислите $\frac{5}{6}$ от чисел 18, 30, 132, 1260.

2. Найдите значение выражения.

а) $\frac{5}{9} : 1\frac{2}{9}$; б) $2\frac{11}{12} : 5\frac{5}{6}$; в) $4\frac{6}{7} : 2\frac{3}{7}$; г) $7\frac{3}{16} : 2\frac{7}{8}$

Повторяем теорию

Линейное неравенство – это математическое выражение, содержащее буквенную переменную в первой степени, в котором две части связаны знаками сравнения: $>$, $<$, \geq , \leq .

Общий вид линейных неравенств с одной переменной: строгие $ax+b>0$, $ax+b<0$ и нестрогие $ax+b\geq 0$, $ax+b\leq 0$, где x -переменная, a и b действительные числа ($a\neq 0$).

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – значит найти все его решения или доказать, что решений нет.

Неравенства называют *равносильными*, если множества их решений равны. Неравенства, не имеющие решений, также считают равносильными.

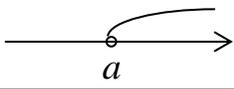
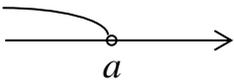
При решении неравенств используются следующие свойства:

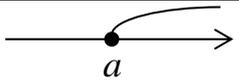
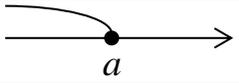
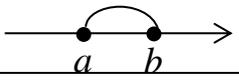
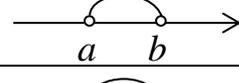
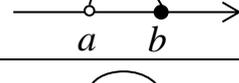
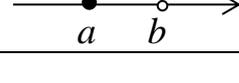
1. Если какое-либо слагаемое перенести из одной части неравенства в другую, изменив при этом его знак на противоположный, то получим неравенство, равносильное данному.

2. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получим неравенство, равносильное данному.

3. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получим неравенство, равносильное данному.

Результат линейного неравенства можно изображать графически на числовой прямой или записать в виде промежутка.

Неравенство	Изображение	Обозначение
$x > a$		$(a; +\infty)$
$x < a$		$(-\infty; a)$

$x \geq a$		$[a; +\infty)$
$x \leq a$		$(-\infty; a]$
$a \leq x \leq b$		$[a; b]$
$a < x < b$		$(a; b)$
$a < x \leq b$		$(a; b]$
$a \leq x < b$		$[a; b)$

Если требуется найти множество общих решений двух или нескольких неравенств, то говорят, что надо решить *систему неравенств*.

Решением системы неравенств с одной переменной называют значение переменной, которое обращает каждое неравенство системы в верное числовое неравенство.

Решить систему неравенств – это значит найти множество её решений.

Проверяем себя

T22. Закончите предложение:

а) Математическое выражение, содержащее буквенную переменную в первой степени, в котором две части связаны знаками сравнения, называется _____.

б) Неравенства, имеющие одни и те же решения, называются _____.

T23. Верно ли утверждение?

а) Обе части неравенства $-2x \geq 8$ умножили на $-\frac{1}{2}$. Получилось равносильное неравенство $x \geq -4$.

б) Обе части неравенства $-5x < 15$ разделили на -5 . Получилось равносильное ему неравенство $x > -3$.

T24. а) Является ли число 5 решением системы $\begin{cases} 2x+1 > 3, \\ 3x < 10 \end{cases}$?

б) Когда система неравенств с одной переменной не имеет решения?

Решаем задачи

71. Решите неравенство $3 - 2x \geq 8x - 1$.

72. Решите неравенство $3x - 2(x - 2) > -4$.

73. Решите неравенство $6,4 + x > 4x - 5,6$.

74. Решите неравенство $-2(x+8) \geq -4x+11$.

75. Решите неравенство $5(x+2) - x \geq 6(x-2)$.

76. Найдите множество решений системы неравенств $\begin{cases} x+3 \geq -2, \\ x+1,1 \geq 0. \end{cases}$

77. Найдите множество решений системы неравенств $\begin{cases} -27+3x > 0, \\ 6-3x < -6. \end{cases}$

78. Найдите множество решений системы неравенств $\begin{cases} -48+6x \geq 0, \\ 6-5x > -4. \end{cases}$

79. Найдите множество решений системы неравенств $\begin{cases} -35+5x < 0, \\ 6-3x > -18. \end{cases}$

80. Найдите множество решений системы неравенств $\begin{cases} -5+5x < 0, \\ 4-3x < 31. \end{cases}$

Задачи с развёрнутым ответом

1. Решите неравенство $(\sqrt{3}-1,5)(3-2x) > 0$

2. Решите неравенство $2(4y-1) - 5y < 3y+5$.

3. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{-8-2x}{5+(6-x)^2} \leq 0, \\ 1+5x \geq 6(2x-1). \end{cases}$

Дополнительные материалы

1. Решите неравенство $-9-6x > 9x+9$.

2. Решите неравенство $6-7x \leq 3x-7$.

3. Решите систему неравенств $\begin{cases} x+2,8 \leq 0, \\ x+0,3 \leq -2,4. \end{cases}$

4. Решите систему неравенств $\begin{cases} x-2,6 \leq 0, \\ x-1 \geq 1. \end{cases}$

5. Решите систему неравенств $\begin{cases} -12+3x > 0, \\ 9-4x > -3. \end{cases}$

Вопросы и задания для самопроверки

1. К какому типу (строгому или нестрогому) относится неравенство

а) $4x - 3 > 17$; б) $1,5x + 0,5 \leq 2$.

2. Какой алгоритм используется при решении линейного неравенства с одной переменной?

3. Какой алгоритм используется при решении системы линейных неравенств с одной переменной?

Квадратные уравнения

Устная работа

1. Вычислите.

а) $\sqrt{34^2 - 16^2}$; б) $\sqrt{80^2 - 48^2}$; в) $\sqrt{52^2 - 20^2}$.

2. Вычислите значение квадратного корня без использования таблицы квадратов.

а) $\sqrt{14400}$; б) $\sqrt{18496}$; в) $\sqrt{33124}$.

Повторяем теорию

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x – переменная и a, b, c – некоторые числа, причем, $a \neq 0$.

Квадратные уравнения могут быть полными и неполными. Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов: $ax^2 + bx = 0$, где $c = 0$;

$ax^2 + c = 0$, где $b = 0$; $ax^2 = 0$, где $b = 0, c = 0$.

Проверяем себя

T25. Закончите предложение:

- а) Если дискриминант больше нуля, то уравнение имеет корней.
- б) Если дискриминант меньше нуля, то уравнение корней.
- в) Если дискриминант равен нулю, то уравнение имеет корень.

T26. Сколько корней имеет квадратное уравнение $2x^2 + 3x - 8 = 0$? Почему?

T27. В уравнении $x^2 + 5x + 6 = 0$ назовите сумму корней и произведение корней.

Решаем задачи

81. а) Решите уравнение $-x^2 + 9x - 18 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

б) Решите уравнение $5 + x^2 - 6x = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

в) Решите уравнение $-x^2 + 11x - 30 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

82. а) Решите уравнение $18 + x^2 - 11x = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

б) Решите уравнение $x^2 - 12x = -20$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

в) Решите уравнение $12 = -x^2 + 8x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

83. а) Решите уравнение $2x^2 - 32 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

б) Решите уравнение $0,1x^2 - 12,1 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

в) Решите уравнение $x^2 = 9$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите их сумму.

84. а) Решите уравнение $10x^2 - 1440 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

б) Решите уравнение: $90 - 10x^2 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

в) Решите уравнение: $0,01x^2 - 0,25 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

85. а) Решите уравнение: $\frac{1}{2}x^2 = 40x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

б) Решите уравнение: $-9x^2 = -54x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

в) Решите уравнение: $4x^2 = 24x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

86. а) Решите уравнение: $0,1x^2 = 0,5x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

б) Решите уравнение: $3x^2 = 91x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

в) Решите уравнение: $66x^2 = 396x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

87. а) Решите уравнение: $4x^2 + 7,3 = 7,3 + 24x$.

б) Решите уравнение: $-3x^2 + 35 + 11x = 7x^2$.

в) Решите уравнение: $5x^2 + 6x - 8 = -3x^2 + 14x - 2$.

88. а) Решите уравнение $x^2 + 3x = 4$.

б) Решите уравнение $x^2 = 2x + 8$.

в) Решите уравнение $x^2 + 4 = 5x$.

89. а) Решите уравнение $\frac{5}{4}x^2 + 7x + 9 = 0$.

б) Решите уравнение: $\frac{2}{7}x^2 - 3x + 7 = 0$.

в) Решите уравнение $\frac{2}{5}x^2 + 3x + 5 = 0$.

90. а) Решите уравнение $(-5x+3)(-x+6)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

б) Решите уравнение $(-4x-3)(x-3)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

в) Решите уравнение $(x-11)(-x+9)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Задачи с развёрнутым ответом

1. Решите уравнение $x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$

2. Решите уравнение $(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$.

3. Первая бригада рабочих за день изготавливает на 5 стульев больше, чем вторая, и выполняет заказ, состоящий из 180 стульев, на 3 дня раньше, чем вторая бригада, выполняющая такой же заказ. Сколько стульев в день делает первая бригада рабочих?

4. Яхта «Победа» проходит по течению реки до города М 140 км и после стоянки возвращается в пункт отправления А. Найдите скорость течения реки, если скорость яхты «Победа» в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 11 часов, а в пункт отправления А яхта «Победа» возвращается через 32 часа после отплытия из него.

Дополнительные материалы

1. Решите уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$.

2. Решите уравнение $x^2 - 2015x + 2014 = 0$.

3. Решите уравнение $76x^2 + 69x - 7 = 0$.

4. Решите уравнение $\frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9} = 1$.

5. Решите уравнение $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Какое из уравнений является квадратным?

а) $1 - 2x = 0$, б) $7x^2 - 13x + 5 = 0$, в) $48x^2 + x^3 - 9 = 0$, г) $\frac{4x^2}{x+6} = 0$.

2. В квадратном уравнении $-3x^2 + 10x + 5 = 0$ укажите старший коэффициент.

а) 10, б) 5, в) -5, г) -3.

3. В уравнении $-6x - 5x^2 + 9 = 0$

а) старший коэффициент равен -6, второй коэффициент равен -5, свободный член равен 9.

б) старший коэффициент равен 9, второй коэффициент равен -6, свободный член равен -5.

в) старший коэффициент равен -5, второй коэффициент равен -6, свободный член равен 9.

г) невозможно определить.

Элементы теории вероятностей

Устная работа

1. Округлите число 34,6531 до

а) целых; б) десятых; в) сотых.

2. Замените число $\frac{1}{8}$ десятичной дробью с точностью до

а) тысячных; б) сотых; в) десятых.

Повторяем теорию

События бывают: случайными, достоверными, невозможными.

Событие, которое в одних и тех же условиях может произойти, а может и не произойти, называют *случайным*. Например, подбрасываем монету, появление орла - случайное событие.

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов

$$P(A) = \frac{n}{N},$$

где n - число исходов, благоприятствующих осуществлению события, N – число всех возможных исходов.

Вероятность случайного события A всегда $0 < P(A) < 1$.

События, которые в данных условиях никогда не происходят, называются *невозможными*. Например, при бросании игрального кубика появилось 7 очков.

Вероятность невозможного события равна 0.

События, которые при данных условиях обязательно происходят, называют *достоверными*. Например, при бросании игрального кубика появилось число, меньшее 7. Вероятность достоверного события равна 1.

Сумма вероятностей всех исходов случайного опыта всегда равна 1.

Проверяем себя

T28. Что такое вероятность?

а) Количество возможных исходов, делённое на общее количество событий.

б) Шанс наступления события.

в) Среднее значение.

T29. Какие значения может принимать вероятность события?

T30. Охарактеризуйте события, о которых идет речь в приведенном задании как достоверные, невозможные или случайные.

Петя задумал натуральное число. Событие состоит в следующем:

- а) задумано четное число;
- б) задумано нечетное число;
- в) задумано число, не являющееся ни четным, ни нечетным;
- г) задумано число, являющееся четным или нечетным.

Решаем задачи

91. В коробке у Маши 20 одинаковых на вид карандашей: 3 красных, 3 жёлтых и 14 зелёных. Маша наугад достаёт из коробки карандаш. Найдите вероятность того, что Маша достанет жёлтый карандаш.

92. У Олега 15 кубиков: 12 с красными полосками, остальные с синими. Олег для башни выбирает случайным образом один кубик. Найдите вероятность того, что это будет кубик с синими полосками.

93. На зачёте по истории 40 вопросов, Миша не выучил 10 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся вопрос, ответ на который он знает.

94. В школьных соревнованиях по легкой атлетике участвуют 5 обучающихся из 9 А, 2 обучающихся из 9 Б и 3 обучающихся из 9 В. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что:

- а) первым будет стартовать ученик из 9 А;
- б) первым будет стартовать ученик из 9 А или 9 В;
- в) первым будет стартовать ученик не из 9 В.

95. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов: в первый день – 12 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. На конференции планируется доклад профессора Н. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность того, что доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции.

96. Вероятность того, что новый маркер рисует плохо (или не рисует), равна 0,16. Покупатель в магазине выбирает один такой маркер. Найдите вероятность того, что этот маркер рисует хорошо.

97. В магазине «Я сам» продаётся 180 шаров: 43 красных, 54 зелёных, 29 фиолетовых, остальные полосатые и белые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в этом магазине шар будет:

- а) красным или фиолетовым;

- б) полосатым или белым;
- в) белым или зеленым.

98. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.

99. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 4 или 7.

100. Юный спортсмен 4 раза прыгает в длину. Вероятность преодолеть 4 м при одном прыжке равна 0,9. Найдите вероятность того, что спортсмен в первый раз прыгнул на расстояние 4,5 м, а следующие три попытки были на 3 м, 3,5 м и 3,9 м соответственно.

Дополнительные материалы

1. На викторине по литературе участников рассаживают по трём кабинетам. В первых двух (А и Б) по 112 человек, оставшихся проводят в кабинет В. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник викторины работал в кабинете В.

2. За круглый стол на 26 стульев в случайном порядке рассаживаются 24 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не окажутся на соседних местах.

3. Оля выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 34.

4. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 61 спортсмен, среди которых 19 спортсменов из России, в том числе Е. Найдите вероятность того, что в первом туре Е. будет играть с каким-либо спортсменом из России.

5. Правильный игральный кубик бросают дважды. Известно, что сумма выпавших очков больше 8. Найдите вероятность события «при втором броске выпало 6 очков».

Вопросы и задания для самопроверки

1. Что такое случайное событие?
2. Как найти вероятность события?
3. Каким событием является утверждение «В следующий понедельник будет урок математики»? Для всех ли школьников оно будет одинаковым?

Вычисление по формулам

Устная работа

1. Вычислите удобным способом.

а) $0,5 \cdot 2,8 \cdot 0,2$; б) $4 \cdot 11,2 \cdot 0,25$; в) $0,56 \cdot 0,125 \cdot 8$; г) $2 \cdot 8 \cdot 0,125 \cdot 0,5$.

2. Выполните деление.

а) $25,123 : 0,1$; б) $75,1 : 0,01$; в) $7836,1 : 0,001$; г) $12 : 0,0001$.

Повторяем теорию

Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.

Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель.

Чтобы найти неизвестное делимое, надо частное умножить на делитель.

Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.

На ноль делить нельзя!

Алгоритм решения задания с формулами.

1. Внимательно прочитайте задание.

2. Найдите в нем формулу для вычисления.

3. Определите, какую величину необходимо найти.

4. Сопоставьте остальные величины с данными числовыми значениями.

5. Вычислите искомую величину.

6. Проверьте, в каких единицах измерения нужно дать ответ в задании (если необходимо, то переведите единицы измерения в нужные).

$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, $1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$, $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$, $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$,

$1 \text{ сутки} = 24 \text{ час}$, $1 \text{ час} = 60 \text{ минут}$, $1 \text{ мин} = 60 \text{ сек}$

Проверяем себя

Т1. Закончите предложение. Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо ...

Т2. Какое правило используется при переносе слагаемых в уравнении?

Т3. Переведите 2 км 304 м в метры.

Решаем задачи

101. а) В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных

колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 7 колец. Ответ дайте в рублях.

б) В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 8-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

102. а) Длину окружности l можно вычислить по формуле $l = 2\pi R$, где R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус окружности, если ее длина равна 78 м (Считать $\pi = 3$).

б) Площадь ромба S (в m^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ где d_1, d_2 — диагонали ромба (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите диагональ d_1 , если диагональ d_2 равна 30 м, а площадь ромба $120 m^2$.

103. а) Объем пирамиды (в m^3) вычисляют по формуле $V = \frac{1}{3}Sh$, где S — площадь основания пирамиды (в m^2), h — её высота (в м). Объем пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

б) Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 6° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

104. а) Из закона всемирного тяготения $F = G \frac{mM}{r^2}$ выразите массу m и найдите ее величину (в килограммах), если $F = 13,4Н$, $r = 5м$, $M = 5 \cdot 10^9 кг$ и

гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot с^2}$.

б) Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2Rt$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 2187 Дж$, $I = 9 А$, $R = 3 Ом$.

105. Площадь четырехугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1, d_2 — длины диагоналей четырехугольника, α — угол между диагоналями.

Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7, \sin \alpha = \frac{2}{7}, S = 4$.

106. Площадь трапеции S (в м^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, где a, b - основания трапеции, h - высота (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите высоту h , если основания трапеции равны 5 м и 7 м, а ее площадь 24 м^2 .

107. Площадь любого выпуклого четырехугольника можно вычислять по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1, d_2 - длины его диагоналей, а α угол между ними. Вычислите $\sin \alpha$, если $S = 21, d_1 = 7, d_2 = 15$.

108. а) Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока (в амперах), если $Q = 2187$ Дж, $t = 9$ с, $R = 3$ Ом.

б) Кинетическая энергия тела массой m кг, движущегося со скоростью v м/с, вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$ и измеряется в джоулях. Известно, что автомобиль массой 2800 кг обладает кинетической энергией 315 тысяч джоулей. Найдите скорость этого автомобиля в метрах в секунду.

109. а) Длину биссектрисы треугольника, проведенной к стороне a , можно вычислить по формуле $l_a = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$. Вычислите $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $l_a = 1,2; b = 1; c = 3$

б) Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l - длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

110. а) Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, где a - сторона треугольника, α - противолежащий этой стороне угол, а R - радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin \alpha$, если $a = 0,6$, а $R = 0,75$.

б) Полную механическую энергию тела (в джоулях) можно вычислить по

формуле $E = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где m - масса тела (в килограммах), v — его скорость (в м/с), h — высота положения центра масс тела над произвольно выбранным нулевым уровнем (в метрах), а g — ускорение свободного падения (в м/с²). Пользуясь этой формулой, найдите h (в метрах), если $E = 250 \text{ Дж}$, $v = 5 \text{ м/с}$, $m = 4 \text{ кг}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$

Задачи с развернутым ответом

1. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h - высота в метрах, t - время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

2. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 80 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = p \cdot q$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

3. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30 \text{ см}$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана - в пределах от 150 до 180 см. Изображение

на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Дополнительные материалы

1. Из формулы пути $S = \frac{v^2}{2a}$, справедливой для равноускоренного движения без начальной скорости, выразите скорость v .

2. Объем пирамиды вычисляют по формуле $V = \frac{1}{3}Sh$, где S – площадь основания пирамиды, h — ее высота. Объем пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

3. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q - количество теплоты (в джоулях), I - сила тока (в амперах), R - сопротивление цепи (в омах), а t - время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока I (в амперах), если $Q = 2187$ Дж, $t = 9$ с, $R = 3$ Ом.

4. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8 \cdot t_C + 32$, где t_C - температура в градусах Цельсия, t_F - температура в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует -25° по шкале Цельсия?

5. Полную механическую энергию тела (в джоулях) можно вычислить по формуле: $E = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где m — масса тела (в килограммах), v — его скорость (в м/с), h — высота положения центра масс тела над произвольно выбранным нулевым уровнем (в метрах), а g — ускорение свободного падения (в м/с²). Пользуясь этой формулой, найдите m (в кг), если: $E = 250$ Дж, $v = 5$ м/с, $h = 5$ м, $g = 10$ м/с².

Вопросы и задания для самопроверки

1. Вспомните и назовите алгоритм решения задания с формулами.
2. Как находится неизвестное делимое?

3. Как из формулы $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ выразить переменную b ?

Линейная функция. Функция обратная пропорциональность

Устная работа

1. Вычислите

а) $0,0004 \cdot 0,4 \cdot 40000$; б) $0,0005 \cdot 0,5 \cdot 50000$; в) $\frac{1}{10000} \cdot 0,1 \cdot 100000$.

2. Выясните, какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{3}{7}$?

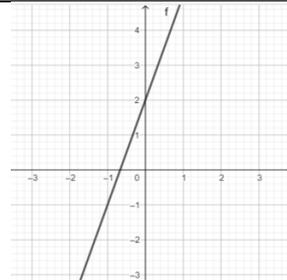
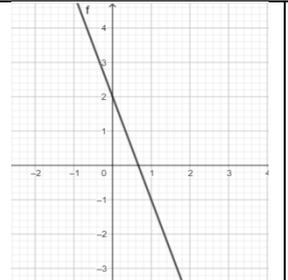
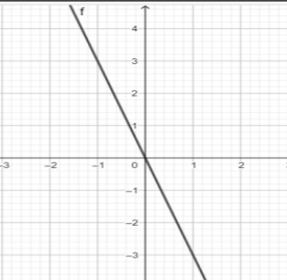
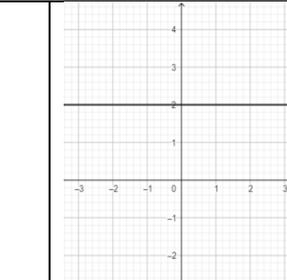
1) $[0,2;0,3]$; 2) $[0,3;0,4]$; 3) $[0,4;0,5]$; 4) $[0,5;0,6]$.

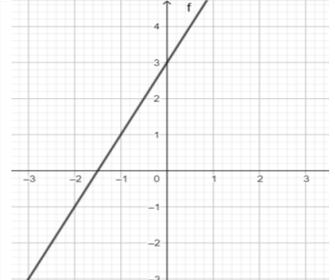
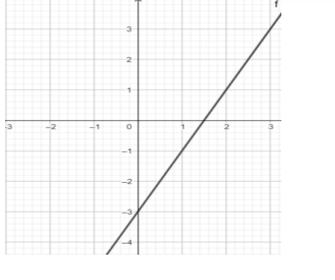
Повторяем теорию

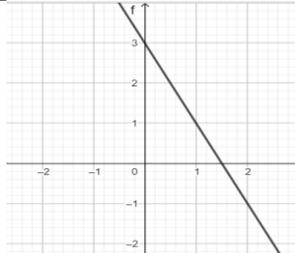
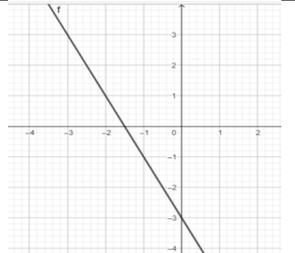
Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x - независимая переменная, k и b - некоторые числа.

Графиком линейной функции является прямая.

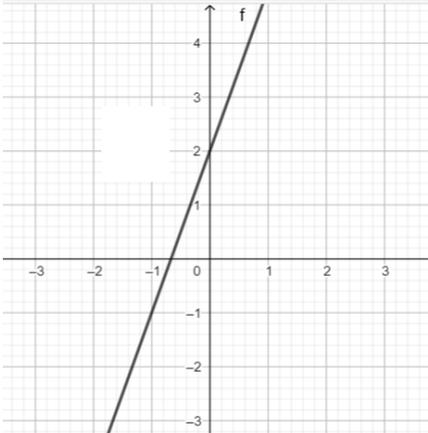
Для построения графика линейной функции достаточно взять координаты двух точек, отметить эти точки на координатной плоскости и провести через них прямую.

			
$k > 0$	$k < 0$	$b = 0$	$k = 0$
$y = kx + b$	$y = kx + b$	$y = kx$ прямая пропорциональность	$y = b$ прямая, параллельная оси Ox

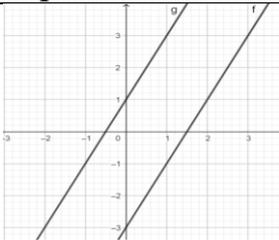
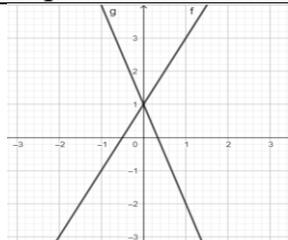
	если $b > 0$, то график пересекает ось Oy выше оси Ox	если $b < 0$, то график пересекает ось Oy ниже оси Ox
если $k > 0$, то функция возрастает	$k > 0$ $b > 0$ 	$k > 0$ $b < 0$ 

если $k < 0$, то функция убывает	$k < 0$ $b > 0$		$k < 0$ $b < 0$	
---	--------------------	---	--------------------	--

Свойства линейной функции.

 <p>$y = kx + b$</p>	1. $D(f) = \mathbb{R}$
	2. $E(f) = \mathbb{R}$
	3. Если $b=0$, то функция нечетная
	4. Точки пересечения с осями координат: $\left(-\frac{b}{k}; 0\right); (0; b)$
	5. Возрастает, если $k > 0$ убывает, если $k < 0$
	6. Не ограничена ни сверху, ни снизу
	7. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
	8. Функция непрерывна на всей области определения

Взаимное расположение графиков линейных функций.

Если $k_1 = k_2$, то графики функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ являются параллельными прямыми.	Если $k_1 \neq k_2$, графики функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ пересекаются в одной точке.
	

Проверяем себя

Т34. Функции заданы формулами. Какая из функций является прямой пропорциональностью?

1) $y = \frac{x}{5}$	2) $y = 5 - x$	3) $y = \frac{7}{x}$	4) $y = x + 7$
----------------------	----------------	----------------------	----------------

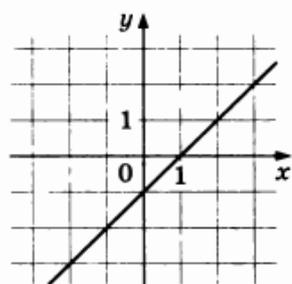
Т35. Какая из формул задаёт линейную функцию?

1.	$y = \frac{2}{x} + 11$	2.	$y = \frac{2}{5x-11}$	3.	$y = \frac{2x+11}{3}$	4.	$y = x^2 + 7$
----	------------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	---------------

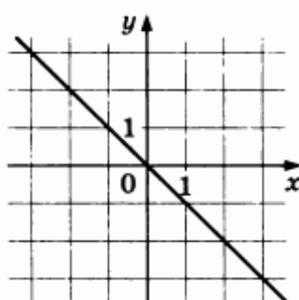
Т36. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

Графики:

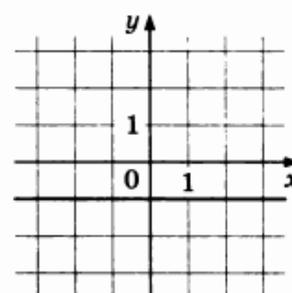
А)



Б)



В)



Формулы:

1) $y = -x$

2) $y = -1$

3) $y = x - 1$

Решаем задачи

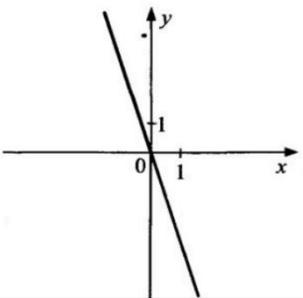
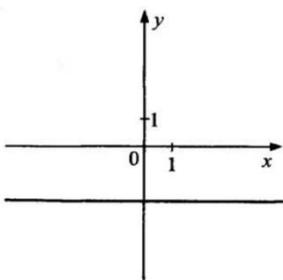
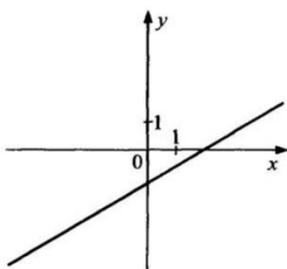
121. Найдите ординату точки пересечения графиков функций $y = \frac{1}{2}x - \frac{25}{8}$ и $y = 8x - 5$.

122. Дана функция $y = 34x + 15$. Найдите $y(-5)$.

123. На рисунке изображён график линейной функции. Подберите формулу, которая задаёт эту линейную функцию. В ответ запишите номер верного ответа.

	1) $y = \frac{2}{3}x - 5$
	2) $y = -x + 2$
	3) $y = \frac{2}{3}x + 2$
	4) $y = \frac{3}{2}x + 2$

124. На рисунке изображены графики функций вида $y=kx+b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b . В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Графики:			
А)		Б)	
В)			
Коэффициенты:			
1) $k < 0; b = 0$	2) $k < 0; b > 0$	3) $k = 0; b < 0$	4) $k > 0; b < 0$

А	Б	В

125. Установите соответствие между формулами функций и их графиками. В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

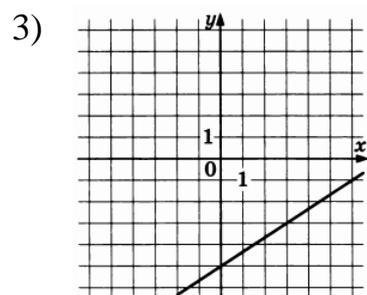
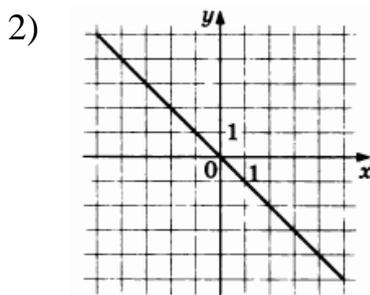
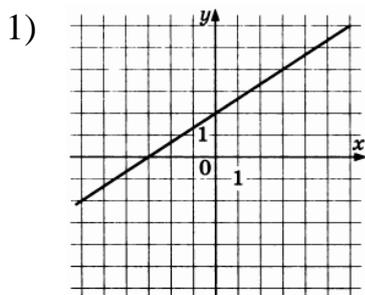
Формулы:

А) $y = \frac{2}{3}x - 5$

Б) $y = -x$

В) $y = \frac{2}{3}x + 2$

Графики:



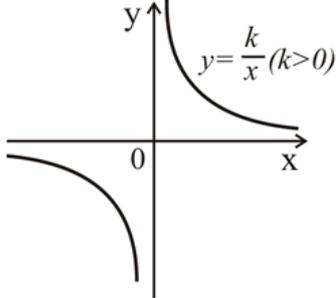
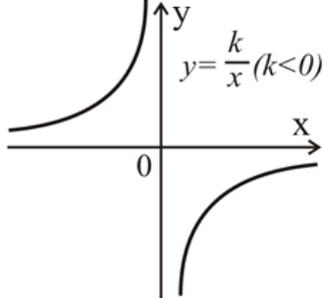
А	Б	В

Повторяем теорию

Обратной пропорциональностью называется функция, заданная формулой

$y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, x – независимая переменная. Число k называется коэффициентом обратной пропорциональности.

Графиком функции $y = \frac{k}{x}$ является гипербола.

Если $k > 0$, то ветви гиперболы расположены в I и III координатных четвертях	Если $k < 0$, то ветви гиперболы расположены во II и IV координатных четвертях
	
<p>Свойства функции обратная пропорциональность</p> <ol style="list-style-type: none"> $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$. $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$. Функция нечетная. График не пересекает ось абсцисс. Возрастает, если $k < 0$; убывает, если $k > 0$. Не ограничена ни сверху, ни снизу. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений. 	

Проверяем себя

Т34.1 Какой формулой задаётся функция обратная пропорциональность?

Т35.1 Заполните пропуски:

а) Графиком функции обратная пропорциональность является _____

б) Если функция задана формулой $y = \frac{k}{x}$, причем $k > 0$, то ветви гиперболы лежат в _____ и _____ координатных четвертях.

в) Если функция задана формулой $y = \frac{k}{x}$, причем $k < 0$, то ветви гиперболы лежат в _____ и _____ координатных четвертях.

Т36.1 Верно ли утверждение:

а) Если функция задана формулой $y = -\frac{5}{x}$, то графиком функции является парабола.

б) Графиком функции обратная пропорциональность является гипербола.

в) График функции $y = \frac{1,8}{x}$ расположен во II и IV четвертях.

Решаем задачи

126. Функция задана формулой $y = \frac{18}{x}$.

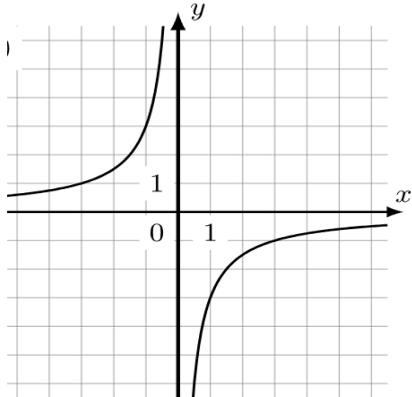
а) найдите значение функции, если значение аргумента равно -9.

б) найдите значение аргумента, если значение функции равно 54.

в) какие из точек F, H, D, B принадлежат графику данной функции, если

$$F(4;4,5), H(-4,5;4), D\left(\frac{1}{2};36\right), B\left(-1\frac{1}{2};12\right).$$

127. Для функции $y = \frac{k}{x}$, изображенной на графике, определите значение k .



128. Найдите область определения функции

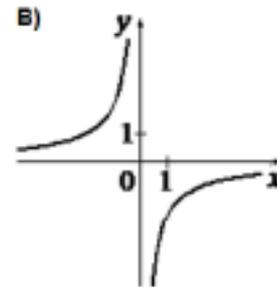
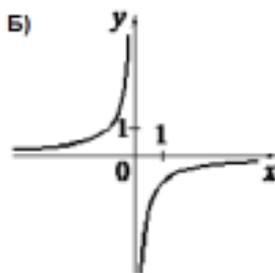
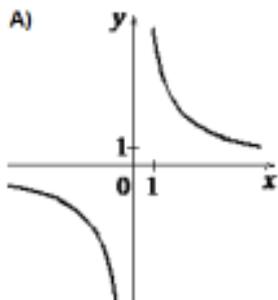
а) $y = \frac{(x^2 + 2,25) \cdot (x + 1)}{-x - 1}$

б) $y = \frac{(x^2 - 5x + 6) \cdot (x^2 - 5x + 4)}{x^2 - 4x + 3}$

129. Найдите нули функции $y = \frac{(x^2 - 5x + 6) \cdot (x^2 - 5x + 4)}{x^2 - 4x + 3}$.

130. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



Формулы

1) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = \frac{6}{x}$

3) $y = -\frac{1}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Задачи с развернутым ответом

$$y = \begin{cases} 2x+1, & \text{если } x < 0 \\ -1,5x+1, & \text{если } 0 \leq x < 2 \\ x-4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

1. Постройте график функции $y = c$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

$$y = \begin{cases} x-3, & \text{если } x < 3 \\ -1,5x+4,5, & \text{если } 3 \leq x \leq 4 \\ 1,5x-7,5, & \text{если } x > 4 \end{cases}$$

2. Постройте график функции $y = c$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

$$y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$$

3. Постройте график функции $y = kx$ и определите, при каких значениях k график не будет иметь общих точек с прямой $y = kx$.

$$y = \frac{7x-6}{7x^2-6x}$$

4. Постройте график функции $y = kx$ и определите при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

5. Постройте график функции $y = \frac{2,5|x|-1}{|x|-2,5x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

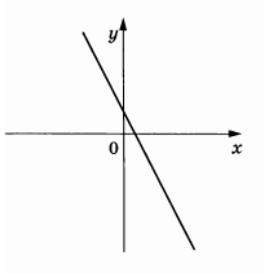
6. Постройте график функции $y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Дополнительные материалы

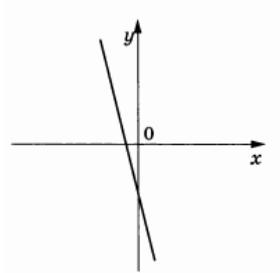
1. На рисунке изображены графики вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

Графики:

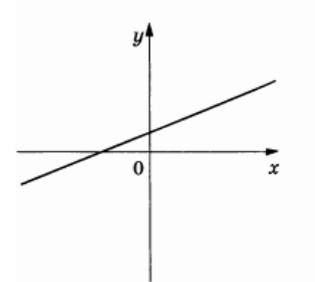
А)



Б)



В)



Коэффициенты:

1) $k > 0, b > 0$

2) $k < 0, b > 0$

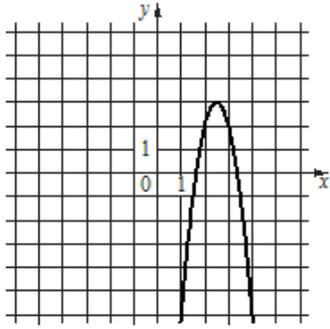
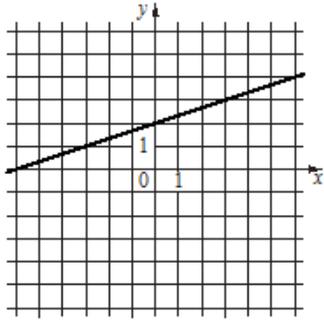
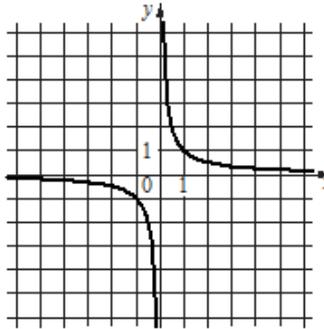
3) $k < 0, b < 0$

2. Определите, сколько из предложенных функций имеет в качестве графика прямую, параллельную графику функции $y = 8x$.

$y = 3 + \frac{8}{x}$, $y = 8x + 15$, $y = 5 + 8x$, $y = -8x + 1\frac{1}{3}$, $y = 8$

1) два	2) три	3) четыре	4) среди ответов нет верного
--------	--------	-----------	------------------------------

3. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

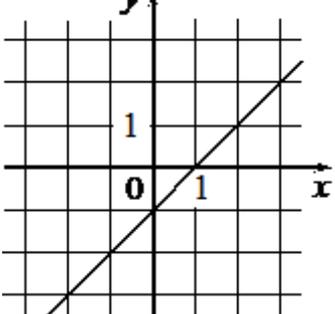
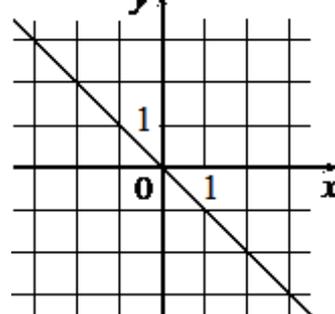
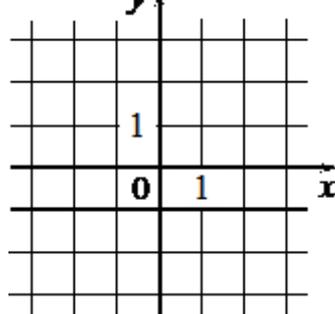
ФУНКЦИИ		
А) $y = \frac{1}{3}x + 2$	Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$	В) $y = \frac{1}{x}$
ГРАФИКИ		
1) 	2) 	3) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер

А	Б	В

4. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) 	Б) 	В) 
--	--	--

ФОРМУЛЫ

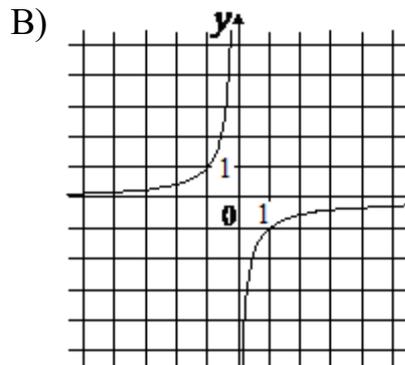
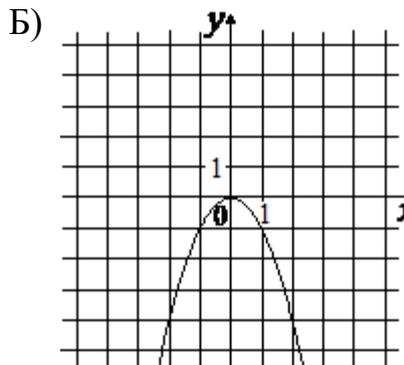
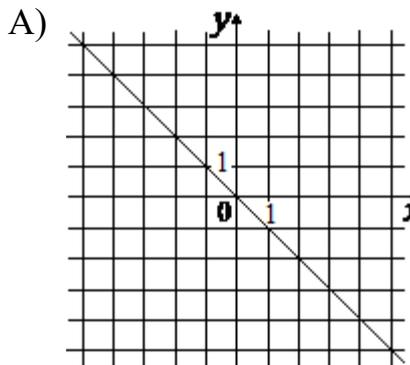
- | | | |
|-------------|-------------|----------------|
| 1) $y = -x$ | 2) $y = -1$ | 3) $y = x - 1$ |
|-------------|-------------|----------------|

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = -x^2$

2) $y = -x$

3) $y = -\frac{1}{x}$

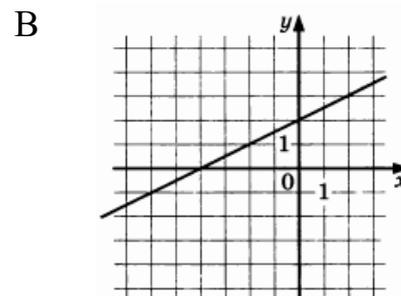
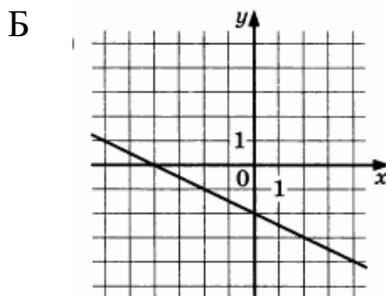
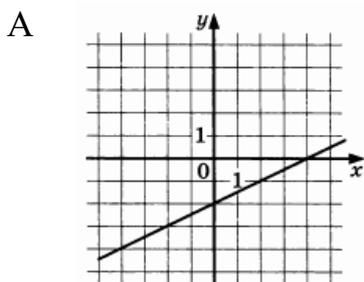
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Вопросы и задания для самопроверки

1. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

Графики:



Формулы:

1) $y = -\frac{x}{2} - 2$

2) $y = -2 + \frac{x}{2}$

3) $y = \frac{x}{2} + 2$

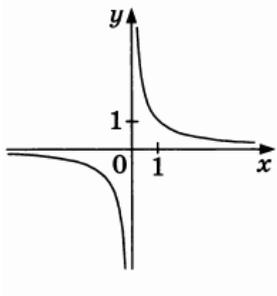
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

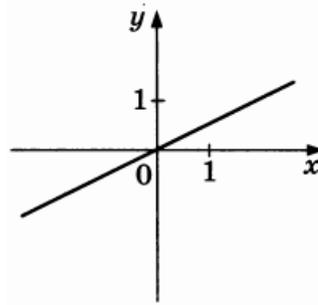
2. Укажите график линейной функции.

Графики:

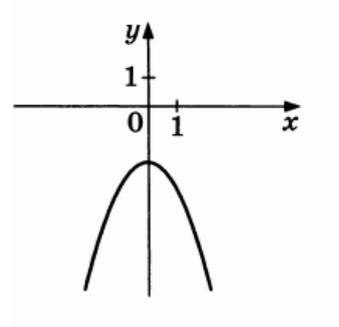
1



2



3



3. Среди прямых $y = x + 4$, $y = 3x - 7$, $y = x - 7$, $y = 5x + 2$, $y = -x - 1$ укажите те, которые являются параллельными.

Квадратичная функция

Устная работа

1. Найдите корни квадратного уравнения подбором.

а) $x^2 - 3x + 2 = 0$; в) $x^2 - 4x + 3 = 0$; д) $x^2 - 12x + 11 = 0$;

б) $x^2 + 3x + 2 = 0$; г) $x^2 + 4x + 3 = 0$; е) $x^2 + 12x + 11 = 0$.

2. Вычислите.

а) $0,005 \cdot 0,1$; б) $400 \cdot 0,01$; в) $612,78 \cdot 0,001$; г) $90807 \cdot 0,001$.

Повторяем теорию

Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – произвольные числа, причём $a \neq 0$ называется *квадратичной функцией*.

Парабола – график квадратичной функции.

Осью параболы $y = ax^2 + bx + c$ является прямая $x = \frac{-b}{2a}$.

$(x_0; y_0)$ – вершина параболы, координаты которой можно найти по формулам:

$$x_0 = \frac{-b}{2a}; y_0 = y(x_0)$$

Ветви параболы направлены вверх, если $a > 0$, и вниз, если $a < 0$.

Проверяем себя

Т37. Среди заданных функций назовите квадратичные:

1) $y = x^2 - 6$; 2) $y = 5^x + 3$; 3) $y = -4,5x$; 4) $y = 5x^4 - 7x + 1$; 5) $y = \frac{-4}{x}$; 6) $y = \sqrt{x}$.

Т38. а) Можно ли, не выполняя построения графика квадратичной функции, определить промежутки монотонности (т.е. когда функция возрастает, а когда убывает)?

б) Можно ли, не выполняя построения графика квадратичной функции, найти её наибольшее или наименьшее значения на заданном промежутке?

Т39. Ответьте на вопросы, не выполняя построения графика функции $y = -4x^2 - 8x + 2$.

а) как называется функция;

б) назовите коэффициенты a, b, c ;

в) как направлены ветви параболы;

г) какая прямая служит осью параболы;

- д) каковы координаты вершины параболы;
 е) найдите наибольшее значение функции;
 ж) назовите координаты точки пересечения ветви параболы с осью ОУ.

Решаем задачи

121. Из списка функций выберите квадратичные функции. В ответе запишите их номера (возможно несколько верных ответов).

- 1) $y = a(x - x_1)(x - x_2), a \neq 0$;
 2) $y = a(x - n)^2 + m, a \neq 0$, n, m – числа;
 3) $y = ax^3 + bx + c, a \neq 0$;
 4) $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$;
 5) $y = \frac{a}{x^2}$.

122. Найдите нули функции $y = 5x^2 - 4x$.

123. Найдите абсциссы точек пересечения параболы $y = 3x^2 - 7x + 4$ с осью ОХ.

124. Найдите значение квадратичной функции $y = 7x^2 + 3x - 9$ при $x = 2$.

125. Укажите график функции, который проходит через точку А (1; 2).

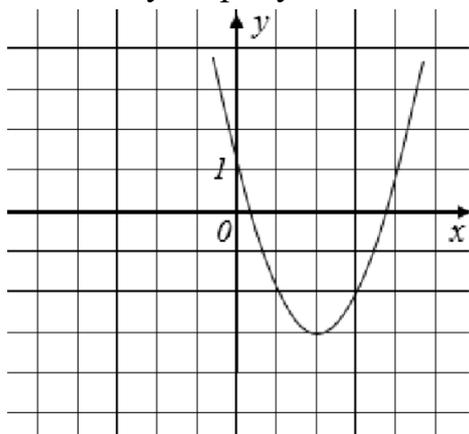
- 1) $y = x^2 - x + 1$; 2) $y = 2x^2 - 4$; 3) $y = 0,5x^2 + 3x - 1,5$; 4) $y = -8x^2 + 2x + 9$.

126. Установите соответствие между графиком квадратичной функции и алгоритмом его построения:

1) $y = (x - 5)^2 + 6$	А) смещение параболы $y = x^2$ на 5 единичных отрезков вправо и на 6 единичных отрезков вниз
2) $y = (x + 5)^2 + 6$	Б) смещение параболы $y = x^2$ на 5 единичных отрезков вправо и на 6 единичных отрезков вверх
3) $y = (x + 5)^2 - 6$	В) смещение параболы $y = x^2$ на 5 единичных отрезков влево и на 6 единичных отрезков вниз
4) $y = (x - 5)^2 - 6$	Г) смещение параболы $y = x^2$ на 5 единичных отрезков влево и на 6 единичных отрезков вверх

127. Запишите область значений функции $y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{8}$.

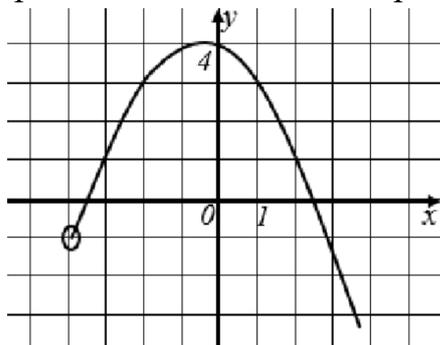
128. Найдите значения коэффициентов a и b по графику функции $y = ax^2 + bx + c$ изображенному на рисунке:



129. При каких значениях x значения функции $y = 8x^2 + 48x$ отрицательны? Запишите номер верного ответа.

1) $(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$; 2) $(-6; 0)$; 3) $(-\infty; -8)$; 4) $(-8; +\infty)$.

130. При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну общую точку?



Задачи с развёрнутым ответом

1. Постройте график функции $y = x|x| + |x| - 6x$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

2. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 4)(x - 2)}{2 - x}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

3. Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 1|$. Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

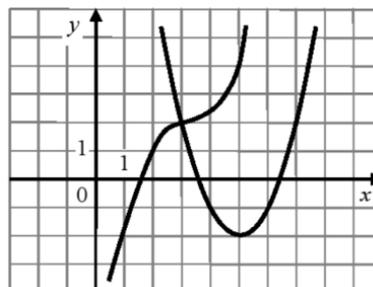
Дополнительные материалы

1. Какие из приведенных ниже выражений можно привести к виду $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$?

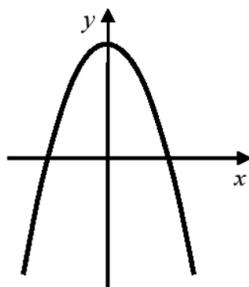
1) $x^2 + 12x - 5 + 4x$; 2) $2x^2(x - 5)$; 3) $x(3 - x) + 4$; 4) $x^3 + x^2 - 12x - 5 - x^3$;

5) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} - 7x$; 6) $\frac{x^3 - 8}{x - 2} + 2x - 2$.

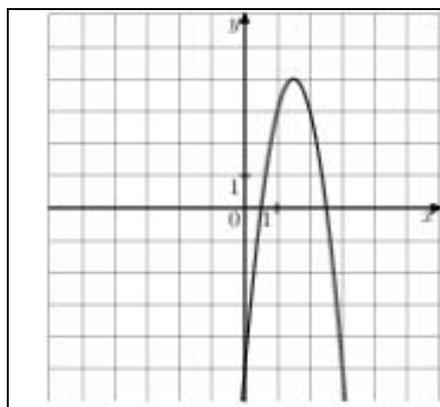
2. На координатной плоскости изображены графики двух функций, которые пересекаются ровно в одной точке. Найдите ординату точки пересечения графиков.



3. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + c$. Определите знаки коэффициентов a и c .



4. График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



1)	$y = 4x^2 - 12x + 5$
2)	$y = -4x^2 - 12x - 5$
3)	$y = 4x^2 + 12x + 5$
4)	$y = -4x^2 + 12x - 5$

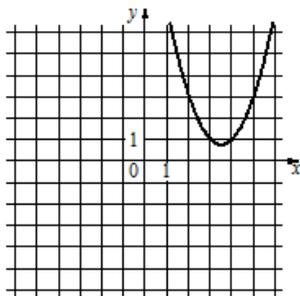
5. Для каждой формулы укажите номер соответствующего графика:

А) $y = x^2 - 7x + 13$

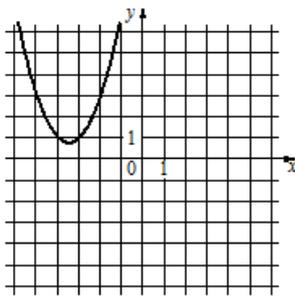
Б) $y = -x^2 + 7x - 13$

В) $y = x^2 + 7x + 13$

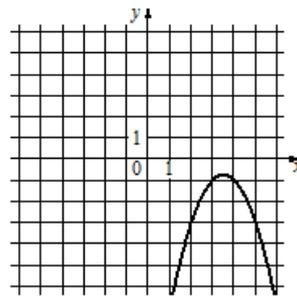
1)



2)



3)



Вопросы и задания для самопроверки

1. Если дискриминант равен нулю, то какое количество общих точек с осью OX имеет график квадратичной функции?
2. В каких случаях квадратичная функция сохраняет знак для всех $x \in R$?
3. В каком случае парабола не будет пересекать ось OY ?

Квадратные неравенства

Устная работа

1. Вычислите.

а) $\left(\frac{19}{8} + \frac{11}{12}\right) : \frac{5}{48}$; б) $\left(2\frac{3}{4} + 2\frac{1}{5}\right) \cdot 16$; в) $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42}}$.

2. Соотнесите между собой неравенства и их решения.

- | | |
|--------------------|------------------------------------|
| А) $x^2 \leq 4$; | 1) $(-\infty; -2); (2; +\infty)$; |
| Б) $x^2 > 4$; | 2) $(-\infty; -2]; [2; +\infty)$; |
| В) $-x^2 \leq 4$. | 3) $(-\infty; +\infty)$; |
| | 4) $[-2; 2]$. |

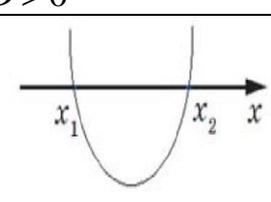
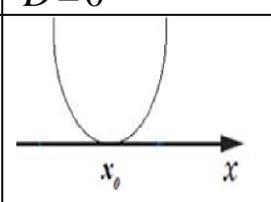
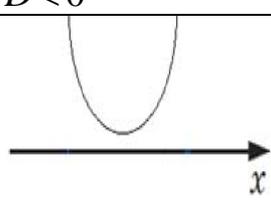
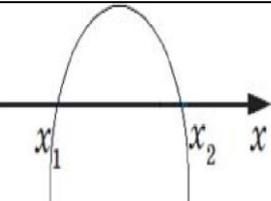
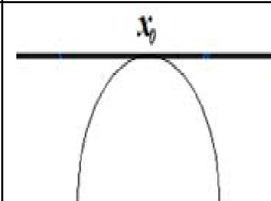
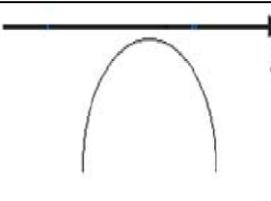
Повторяем теорию

Квадратное неравенство выглядит так: $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, где x - переменная, a, b, c - числа, при этом $a \neq 0$

Квадратное неравенство можно решить двумя способами: графическим методом или методом интервалов.

Решение неравенства графическим методом. При решении квадратного неравенства необходимо найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. С помощью дискриминанта данного уравнения $D = b^2 - 4ac$ можно найти его корни.

В зависимости от полученных корней и знака коэффициента a , возможно одно из шести расположений графика функции $y = ax^2 + bx + c$.

	D > 0	D = 0	D < 0
$a > 0$			
$a < 0$			

Если требуется найти числовой промежуток, на котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ больше нуля, то этот числовой промежуток находится там, где парабола лежит выше оси ОХ.

Если нужно найти числовой промежуток, на котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ меньше нуля — это числовой промежуток, где парабола лежит ниже оси ОХ.

Если квадратное неравенство нестрогое, то корни входят в числовой промежуток. А если строгое — не входят.

Решение неравенства методом интервалов.

Алгоритм решения квадратных неравенств методом интервалов:

1. Разложить квадратный трехчлен на множители, воспользовавшись формулой $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

2. Отметить на числовой прямой корни трехчлена, учитывая строгость знаков неравенства.

3. Определить, какие знаки имеют значения трехчлена на каждом промежутке и расставить соответственно «+» или «-».

4. Выбрать необходимые интервалы и записать ответ.

Проверяем себя

Т40. Верно ли утверждение:

а) Если квадратный трехчлен не имеет корней, то соответствующее неравенство не имеет решений.

б) Неравенство второй степени с одной переменной может иметь решение, состоящее из единственного числа.

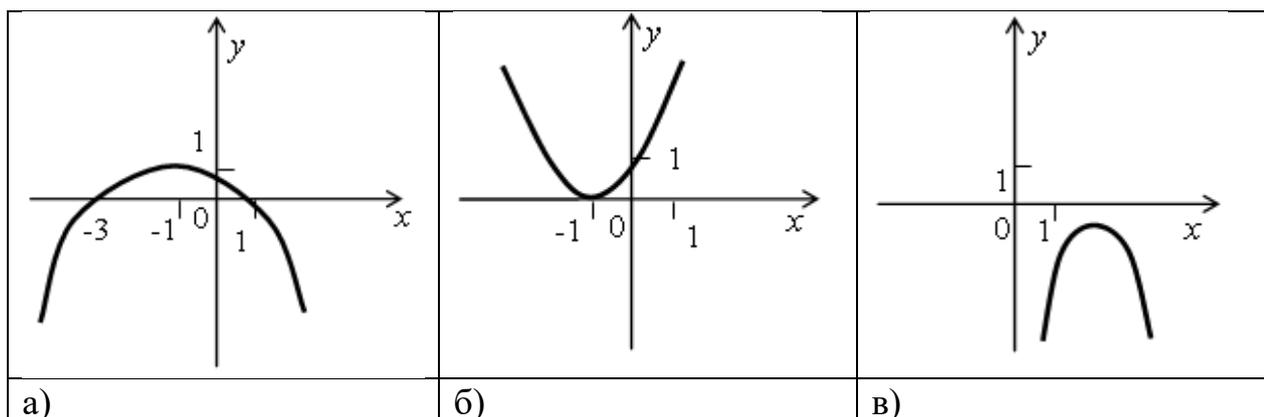
в) Решением неравенства второй степени с одной переменной может быть множество всех чисел.

Т41. Верно ли утверждение:

а) Если $a < 0$, x_1 и x_2 — корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$, то решением неравенства $ax^2 + bx + c > 0$ будет промежуток $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$.

б) Если $a > 0$ и x_0 — единственный корень квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$, то решением неравенства $ax^2 + bx + c > 0$ будет промежуток $(-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$.

Т42. На рисунке изображен график квадратичной функции. Решите неравенство $ax^2 + bx + c \leq 0$



Решаем задачи

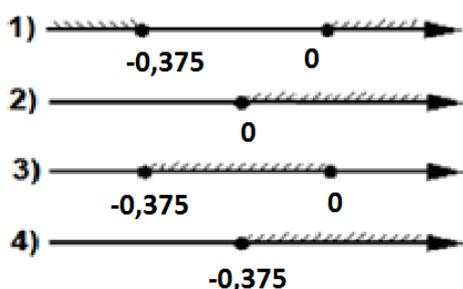
141. Укажите решение неравенства $3x - 2x^2 < 0$.

- 1) $(0; 1,5)$ 2) $(1,5; +\infty)$ 3) $(-\infty; 0)$ 4) $(-\infty; 0) \cup (1,5; +\infty)$

142. Укажите решение неравенства $3x \geq -50x^2$

- 1) $[0; +\infty)$ 2) $(-\infty; -0,06] \cup [0; +\infty)$ 3) $[0; 0,06]$ 4) $(-\infty; -0,6] \cup [0; +\infty)$

143. Укажите решение неравенства $-3x \geq 8x^2$



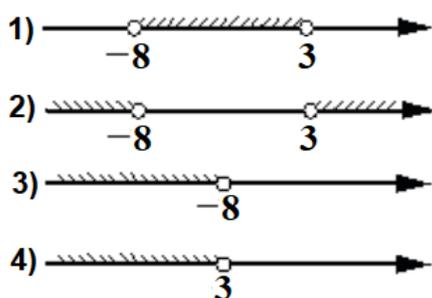
144. Укажите решение неравенства $(6-x)(x+42) > 0$

- 1) $(-42; 6)$ 2) $(-\infty; -42) \cup (6; +\infty)$ 3) $[-42; 6]$ 4) $(-\infty; -42] \cup [6; +\infty)$

145. Укажите решение неравенства $(10x - 4,5)(7x - 56) \geq 0$

- 1) $[0,45; 8]$ 2) $[-8; +\infty)$ 3) $(-\infty; 0,45;] \cup [8; +\infty)$ 4) $[-8; 0,45]$

146. Укажите решение неравенства $(x+8)(x-3) < 0$



147. Укажите решение неравенства $x^2 - 324 < 0$

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) нет решений 3) $(-18; 18)$ 4) $(-\infty; -18) \cup (18; +\infty)$

148. Укажите решение неравенства $36x^2 - 144 \geq 0$

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-2; 2)$ 3) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ 4) $(\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

149. Укажите решение неравенства $x^2 - 34x + 289 \leq 0$

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-17; 17)$ 3) $\{17\}$ 4) нет решений

150. Укажите неравенство, которое не имеет решений

1) $2x^2 + x + 67 \geq 0$ 2) $2x^2 + x + 67 \leq 0$
3) $2x^2 + x - 67 \geq 0$ 4) $2x^2 + x - 67 \leq 0$

Задачи с развёрнутым ответом.

1. Решите неравенство $\frac{-10}{(x-3)^2 - 5} \geq 0$

2. Решите неравенство $-\frac{17}{x^2 - 2x - 24} \leq 0$

3. Решите неравенство $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$

4. Решите неравенство $81 - 18x + x^2 < \sqrt{2}(x-9)$

Дополнительные материалы

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{(10-x)(x+21)}$; б) $y = \sqrt{x^2 - 18x + 72}$; в) $y = \frac{9}{\sqrt{6x - 3x^2}}$.

2. Решите неравенство $(4x+1)(x-2) > -5$.

3. Решите неравенство $(x-6)^2 \geq (6x-1)^2$.

4. Решите неравенство $x^2(-x^2 - 16) \leq 100(-x^2 - 16)$.

5. Решите неравенство $\frac{x^2}{4} < \frac{4x-5}{3}$.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Когда решение неравенства второй степени с одной переменной будет состоять из единственного числа? из бесконечного множества чисел?

2. Какие решения может иметь неравенство $ax^2 + bx + c > 0$, если

а) $a > 0$ и x_1, x_2 – корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$;

б) $a < 0$ и квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$; имеет единственный корень x_0 ;

в) $a > 0$ и квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ не имеет корней?

3. Решите неравенство $(x+1)(x-3) > 0$.

Арифметическая прогрессия

Устная работа

1. Вычислите.

а) $14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 13 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$; б) $(6,1 \cdot 10^{-3})(6 \cdot 10^{-4})$; в) $\frac{21}{0,6 \cdot 2,8}$.

2. Выясните, между какими соседними целыми числами расположено число $5\sqrt{27}$.

Повторяем теорию

Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

$$a_{n+1} = a_n + d, \text{ где } d \text{ – разность арифметической прогрессии. } d = a_{n+1} - a_n.$$

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов

$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}.$$

Формула n -го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$.

Сумма первых n членов арифметической прогрессии: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

Проверяем себя

Т43. Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом, называется _____ прогрессией.

Т44. Выберите верную формулу n -го члена арифметической прогрессии:

а) $a_n = a_2 + d(n-1)$ б) $a_n = a_1 + (n-1)$ в) $a_n = a_1 + d(n-1)$

Т45. Выберите последовательность, которая не является арифметической прогрессией.

а) 8; 12; 16... б) - 6; 10; - 26... в) 1,2; - 0,5; - 2,2...

Решаем задачи

141. На новогоднем концерте артисты выступают группами разного состава. Первая группа состоит из трех артистов, а каждая следующая - на два артиста больше предыдущей. Всего выступает десять групп. Сколько артистов выступит в последней группе?

142. Стартовый пульс спортсмена, бегущего марафон, составляет 60 ударов в минуту. Во время марафона его пульс возрастает равномерно каждые полчаса на 10 ударов в минуту. Каким станет пульс спортсмена спустя 4 часа после старта?

143. Автомобиль движется по трассе с равномерным ускорением. Через 5 секунд после начала движения автомобиль двигался со скоростью 35 км/ч, а через 8 секунд после начала движения его скорость составила 47 км/ч. Определите скорость автомобиля через 13 секунд после начала движения.

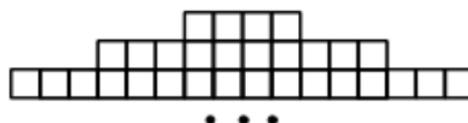
144. На соревнованиях по биатлону трассу поделили на 14 участков. На первом участке дистанция составляет 29 метров, а на каждом последующем она увеличивается на 4 метра. Какой суммарный путь предстоит пройти спортсмену по всей дистанции?

145. Группа туристов идёт в поход. Они проходят пешком в первый день 8 километров, а каждый последующий день проходят на 10 километров больше, чем накануне. Сколько километров туристы пройдут за первые шесть дней похода?

146. В книжном магазине продаются наборы книг. Самый маленький набор включает 4 книги. Каждый следующий набор содержит на 2 книги больше, чем предыдущий. Сколько книг будет в самом большом наборе, если магазин предлагает 10 разных комплектов?

147. На футбольном стадионе первом ряду 35 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в седьмом ряду?

148. Фигура составляется из квадратов (показано на рисунке). В каждой следующей строке на 6 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 55-й строке?



149. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала

торможения автомобиль проехал 24 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 8 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошел до полной остановки?

150. Антон решил заняться спортом и начал с ежедневных пробежек. В первый день он пробежал 2 километра, а каждый следующий день увеличивал пробег на 0,5 километра. В какой день Антон впервые преодолевает 10-километровую дистанцию?

Дополнительные материалы

1. Мини-завод сушит грибы. Известно, что масса грибов на 12-й день составляла 21,3 кг, а на 17-й день – 13,9 кг. Определите, на сколько килограммов грибы становились легче за один день?

2. Для подготовки к ОГЭ Максиму надо выполнить 434 задания. Ежедневно Максим выполняет на одно и то же количество заданий больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что в первый день Максим выполнил 5 заданий. Определите, сколько заданий решил Максим в последний день, если со всеми заданиями он справился за две недели?

3. Какое наибольшее число последовательных натуральных чисел, начиная с единицы, нужно сложить, чтобы получившаяся сумма была меньше 528?

4. Улитка ползёт от одной берёзы к другой. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что в первый день улитка проползла 3 м. Сколько метров проползла улитка в третий день, если весь путь она преодолела за 4 дня, а расстояние между берёзами 48 м?

5. Поезд начал движение от станции. За первую секунду состав сдвинулся на 0,2 м, а за каждую следующую секунду он проходил на 0,4 м больше, чем за предыдущую. Сколько метров состав прошел за первые 10 секунд движения?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Записаны первые три члена арифметической прогрессии: 20; 17; 14... Какое число стоит в этой арифметической прогрессии на 91-м месте?

2. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: ...; -9; x ; -13; -15; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

3. Может ли число 46 быть членом арифметической прогрессии, первый член которой равен 12 и разность равна 3?

Геометрическая прогрессия

Устная работа

1. Вычислите.

а) $\frac{2^{-9} \cdot 2^{-3}}{2^{-7}}$; б) $\frac{3^{-8}}{3^{-2} \cdot 3^{-9}}$; в) $2\sqrt{53} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{106}$; г) $\sqrt{0,48} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}$.

2. Выясните, какое из этих чисел является рациональным: $\sqrt{16}$; $\sqrt{0,4}$; $\sqrt{14\frac{2}{3}}$.

Повторяем теорию

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число. Это число называют знаменателем геометрической прогрессии, оно отлично от нуля.

$b_n = b_1 q^{n-1}$ формула n -го члена геометрической прогрессии.

Свойство геометрической прогрессии: квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего её членов $(b_n)^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$.

Признак геометрической прогрессии: если в последовательности чисел, отличных от нуля, квадрат каждого члена, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего членов, то эта последовательность является геометрической.

Формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} \quad \text{или} \quad S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1} .$$

Проверяем себя

Т46. Что общего и какие отличия есть у арифметической и геометрической прогрессии?

Т47. Можно ли последовательность чисел: 1; 3; 9; 27; 81;... назвать геометрической прогрессией? Если да, то какой у неё знаменатель.

Т48. Какой ряд чисел является геометрической прогрессией:

а) -6; -4; -2; 0; 2;... б) -6; 12; -24; 48; -96;... в) -96; -24; -6; 12; 48;...

Решаем задачи

- 151.** Знаменатель геометрической прогрессии равен -2 , а её первый член 4 . Найдите пятый член прогрессии.
- 152.** Первый член геометрической прогрессии равен $0,3$, а знаменатель прогрессии равен $0,1$. Найдите четвёртый член прогрессии.
- 153.** Выписаны первые три члена геометрической прогрессии: $1,1; -2,2; 4,4; \dots$. Найдите её шестой член.
- 154.** Прогрессия задана последовательностью: $625; 125; 25; \dots$. Найдите её пятый член.
- 155.** Четвёртый член геометрической прогрессии равен $0,0048$, а её знаменатель равен $0,2$. Найдите первый член прогрессии.
- 156.** У Ангелины есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 450 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 20 см?
- 157.** Найдите квадрат знаменателя геометрической прогрессии, если её третий член равен 5 , а пятый член $1,25$.
- 158.** У геометрической прогрессии первый член равен 8 , а знаменатель равен $0,2$. Найдите сумму первых четырёх членов.
- 159.** Известно, что один из видов дрожжевых грибов размножается следующим образом: через 2 часа гриб делится пополам, и вместо одного гриба получаются два. Ещё через 2 часа каждый из получившихся грибов делится пополам и так далее. Сколько грибов будет в семействе в 18 часов, если в 10 часов в нём было 2 гриба?
- 160.** Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии:
 $0,08; 0,04; 0,02; \dots$

Дополнительные материалы

1. Начинаящий видеоблогер Олег подсчитал, что его следующий новый видеоролик набирает в 4 раза больше просмотров, чем предыдущий. Сколько всего просмотров набрали первые пять видеороликов, если первый ролик посмотрели 4 человека?
2. В НИИ города N* провели биологический эксперимент: в колбу с питательной средой поместили микроорганизмы массой 8 мг. За каждые 10 минут масса всех микроорганизмов увеличивается в 3 раза. Найдите массу всех микроорганизмов через 70 минут после начала эксперимента в миллиграммах.
3. При распаде радиоактивного вещества его масса уменьшается вдвое каждые 8 минут. В начальный момент масса вещества была 800 мг. Найдите массу вещества через 40 минут в миллиграммах.
4. В ходе термической реакции разложения радиоактивного вещества С каждые 10 минут половина его атомов преобразуется в атомы вещества К. В начальный момент масса вещества С составляла 500 мг. Найдите массу образовавшегося вещества К через 50 минут в миллиграммах.
5. Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением пополам. Сколько инфузорий было первоначально, если после пятикратного деления их стало 256?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Является ли ряд чисел геометрической прогрессией 4; 8; 16; 32;...?
2. Найдите знаменатель геометрической прогрессии 64; 32; 16;...
3. Найдите x в геометрической прогрессии 5; 15; x ; 135;...

Список рекомендованных источников

Интернет-ресурсы

1. Каталог заданий. Квадратные уравнения. Сайт «Решу ОГЭ». [Электронный ресурс]. –URL <https://oge.sdangia.ru/test?theme=43>
2. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. – URL <https://math-ege.sdangia.ru/prob-catalog>
3. Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ по математике [Электронный ресурс]. –URL <https://math100.ru/>
4. Распечатай и реши [Электронный ресурс]. –URL <https://time4math.ru/oge>
5. Сайт «Построение графиков функций онлайн» [Электронный ресурс]. –URL <https://yotx.ru/>
6. Сайт «Образовательные тесты» [Электронный ресурс]. –URL <https://testedu.ru/>
7. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» Открытый банк заданий ОГЭ по математике [Электронный ресурс]. –URL <https://oge.fipi.ru/bank/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0>
8. ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения имени В.С. Леднева» [Электронный ресурс]. –URL <https://edsoo.ru/>
9. ФГБНУ «Федеральный институт оценки качества образования» [Электронный ресурс]. –URL <https://fioco.ru/>

Литература

1. Математика. Алгебра: 8-й класс: базовый уровень: учебник / Ю.Н Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – 17-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2024. – 319 с : ил.
2. Математика. Алгебра: 9-й класс: базовый уровень: учебник/ Ю.Н Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова: под ред. С.А. Теляковского. – 17-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2025. – 255 [1] с : ил.
3. ОГЭ 2026. Математика. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчика ОГЭ / И.Р. Высоцкий, Л.О. Рослова, Л.В. Кузнецова, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Р.К. Гордин, А.С. Трепалин, А.В. Семенов, П.И. Захаров; под редакцией И.В. Ященко. М: Издательство «Экзамен», 2026. 260 с.
4. Тематический сборник алгебраических заданий для подготовки к ОГЭ по математике: учебно-методическое пособие. / под ред. Е.Н. Белай. Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. 2025. 176 с.
5. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень) (для 5-9 классов образовательных организаций). Москва, 2025. [Электронный ресурс]. –URL https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/07/2025_ooo_frp_matematika-5-9_baza.pdf

Учебное пособие

**Практикум по алгебре.
9 класс**

Формат бумаги 60x84/8.
Усл. печ. л. 8.37

Отпечатано: 350080, г. Краснодар, ул. Сормовская, 167,
ГБОУ ИРО Краснодарского края