КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

Андрафанова Наталия Владимировна
кандидат педагогических наук, доцент
учитель математики высшей квалификационной категории
ГБОУ КШИ «Кубанский казачий кадетский корпус» г. Краснодар

Исследовательский подход в обучении математики

1.

- М.В. Ломоносов ввел термин «экспериментальный метод» в систему преподавания физико-математических наук (XVIII в.)

2.

- Лексин Н.Г. ввел термин «наглядно-лабораторный метод»: «... *одного наблюдения, одной поверхностной наглядности ещё недостаточно. Здесь необходима активная работа самих учеников, при этом работа как умственная, так и физическая. Мы говорим о переходе от чисто наглядного способа изучения геометрии к наглядно-лабораторному*» (1916 г.)

3.

- Б.Е. Райков предложил термин «исследовательский метод» как «…*метод умозаключения от конкретных фактов, самостоятельно наблюдаемых и изучаемых школьниками*» (1960 г.)

4.

- термин «компьютерный эксперимент» пришел в связи с решением задачи информатизации образования как метод получения знаний (1970-е г.)

Компьютерный эксперимент в обучении математики

1.

- компьютерный эксперимент является одним из средств реализации мотивационной направленности обучения математике (геометрии)

2.

- компьютерный эксперимент является инструментом исследования, позволяющим проверять гипотезы, уточнять факты, выделять закономерности и формулировать утверждения

Компьютерный эксперимент в обучении математики

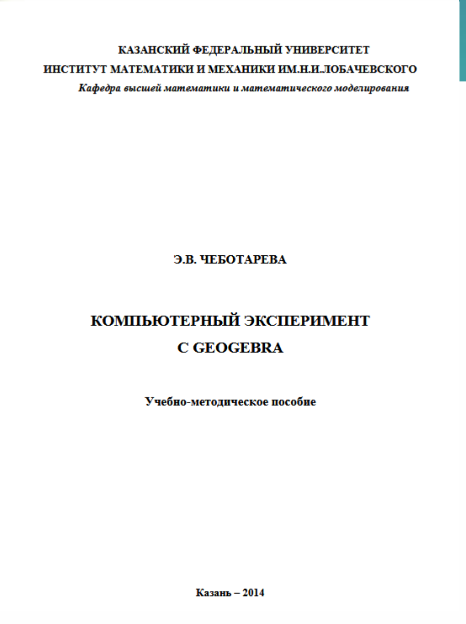
- определить характеристики объекта в соответствии с заданными условиями
- выявить свойства и зависимости в объекте при определенных дополнительных условиях
- подтвердить или опровергнуть гипотезу исследования

Компьютерный эксперимент в обучении математики

«… компьютер является очень полезным инструментом в геометрических исследованиях. С его помощью можно экспериментально обнаруживать новые интересные геометрические факты. Человеку же остается важнейшая роль – эти факты доказывать (всего лишь!)»

И.Ф. Шарыгин

Система динамической геометрии GeoGebra


КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ.Н.И.ЛОБАЧЕВСКОГО
Кафедра высшей математики и математического моделирования

Э.В. ЧЕБОТАРЕВА

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ
С GEOGEBRA

Учебно-методическое пособие

Казань – 2014

Занятие –исследование в предметной области «Математика»

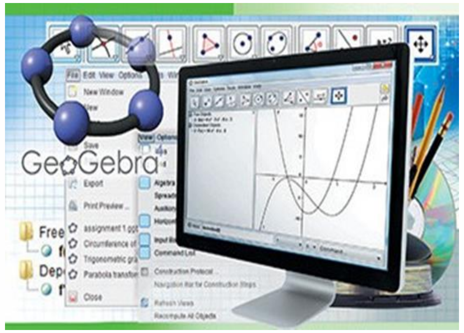
- **Тема**: «*Геометрические преобразования плоскости*»

- **Тип занятия**: *открытие новых знаний*

- **Оборудование**: *интерактивная доска, компьютеры с СДГ GeoGebra*

- **Цель**: *экспериментально исследовать свойства основных геометрических преобразований плоскости (движения) через практическое построение, наблюдение за геометрическими объектами и самостоятельное формулирование выводов об инвариантах.*

Занятие –исследование в предметной области «Математика»



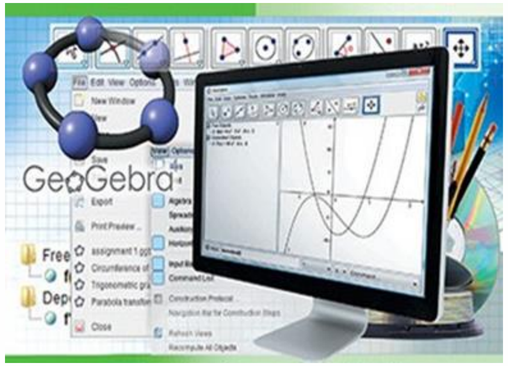
- **Задачи**:

образовательная: исследование и формулирование свойств геометрических преобразований плоскости (движения): симметрия (центральная/осевая), параллельный перенос, поворот;

воспитательная: повышение интереса к предмету;

развивающая: развитие пространственного воображения, изобразительной культуры при построении чертежей, навыков исследовательской деятельности.

Занятие –исследование в предметной области «Математика»



- **Технологии**:
- *деятельностного подхода* в обучении;
- *личностно-ориентированного подхода* в обучении;
- *здоровьесберегающего подхода* в обучении.

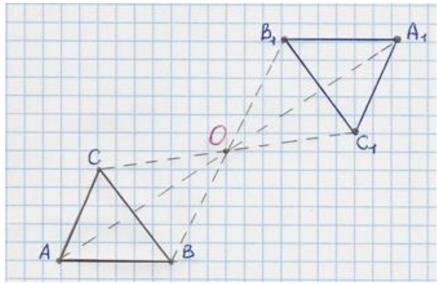
- принцип психологической комфортности
- принцип творчества и равноправия
- принцип доверия и уважения к ученику

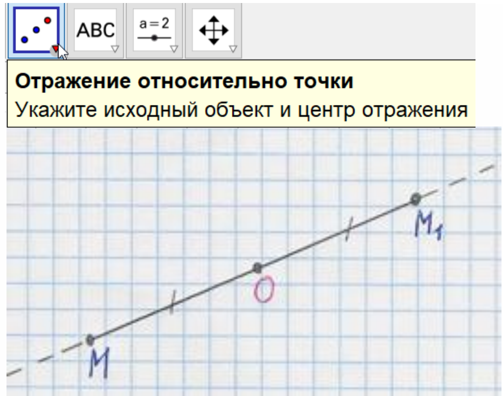
Занятие –исследование в предметной области «Математика»

- Открытие нового материала (экспериментальная работа)

- практическое задание на построение центрально-симметричных фигур
- формулирование свойств преобразования

Вид движения	Сохраняет расстояние	Сохраняет углы	Меняет ориентацию фигуры
Центральная симметрия			





РАБОЧИЙ ЛИСТ 1

Практическое задание (построение центрально-симметричных фигур).

Постройте фигуру, симметричную данной относительно точки O. Докажите симметричность фигур, используя определение и экспериментальные возможности GeoGebra. Покажите, что центральная симметрия сохраняет расстояния.

Алгоритм построения центрально-симметричных фигур (выполняется в соответствии с определением центральной симметрии).

1.Постройте треугольник ABC.

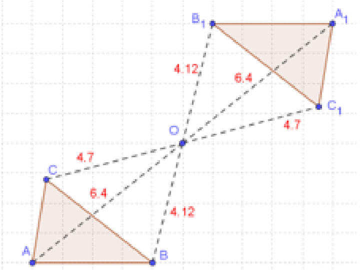
2.Отметьте точку O – центр симметрии.

3.Соедините вершины треугольника ABC с точкой O и продолжите дальше эти отрезки.

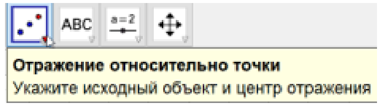
4.Измерьте отрезки AO, BO и CO. Отложите от точки O с другой стороны равные им отрезки OA_1, OB_1, OC_1. Измерьте полученные отрезки.

5.Треугольник $A_1B_1C_1$ симметричен треугольнику ABC относительно точки O. Эти два треугольника равны.

Сравните полученный результат:



6.Для выполнения симметрии в GeoGebra есть инструмент «*Отражение относительно точки*», который быстро выполняет построение симметричной точки относительно центра симметрии:



Исследуйте его возможности.

Занятие –исследование в предметной области «Математика»

РАБОЧИЙ ЛИСТ 2

Практическое задание (построение фигуры, симметричной относительно
Даны пятиугольник ABCDE и прямая f. Постройте фигуру, симм
относительно прямой f. Докажите симметричность фигур, используя опре,
что осевая симметрия сохраняет расстояния, но меняет ориентацию, т.е. нап
противоположное.

Алгоритм построения фигуры, симметричной относительно прямой
соответствии с определением осевой симметрии):

1.Постройте пятиугольник ABCDE.

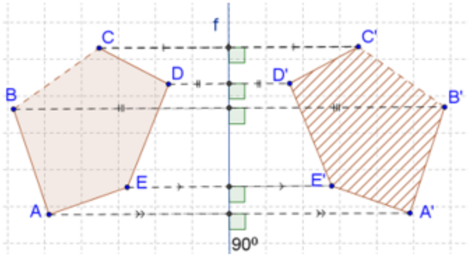
2.Проведите прямую *f*.

3.Из каждой вершины пятиугольника проведите прямую, перпендикулярну

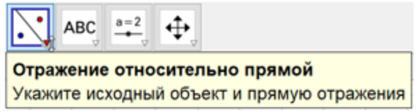
4.Измерьте расстояние от вершины A до прямой *f* и отложите равный отрезо
от прямой. Обозначьте точку через A_1. Аналогично выполните действия с д
пятиугольника.

5.Соедините полученные точки отрезками. Пятиугольник $A_1B_1C_1$I
пятиугольнику ABCDE относительно прямой *f*, но изменилось направлени

Сравните полученный результат:



6.Для выполнения симметрии в GeoGebra есть инструмент «*Отраже*
прямой», который быстро выполняет построение симметричной точки отно



Исследуйте его возможности.

РАБОЧИЙ ЛИСТ 3

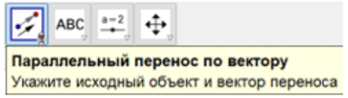
Практическое задание (построение фигуры, полученной параллельным переносом на зад
вектор).
Дан треугольник ABC и вектор $\overline{DE}$. Постройте фигуру, которая получается из исх
параллельным переносом на вектор $\overline{DE}$. Покажите, что параллельный перенос сохр
расстояния и ориентацию.

Алгоритм построения фигуры, полученной параллельным переносом на заданный векто

1.Постройте треугольник ABC.

2.Постройте вектор $\overline{DE}$.

3.Выполните параллельный перенос каждой вершины треугольника ABC на вектор
используя инструмент «*Параллельный перенос по вектору*»:

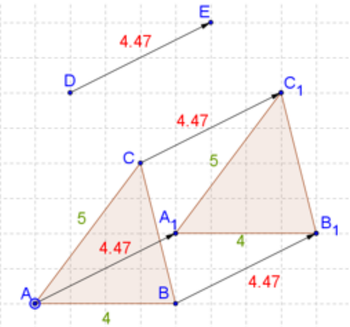


4.Соедините вершины треугольника $A_1B_1C_1$ отрезками.

5.Измерьте отрезки AA_1, BB_1, CC_1.

6.Сравните длины сторон треугольника ABC с соответствующими сторонами треугол
$A_1B_1C_1$.

Сравните полученный результат:



7.Сформулируйте и запишите свойства параллельного переноса в таблицу:

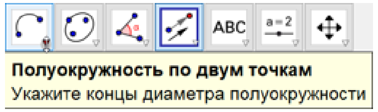
РАБОЧИЙ ЛИСТ 4

Практическое задание (построение фигуры, полученной поворотом на заданный угол).

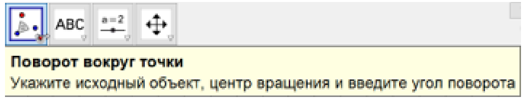
Постройте фигуру, которая получается из исходной поворотом на угол 90^0, 180^0, 270^0 вокруг точки A. Покажите, что поворот сохраняет расстояния.

Алгоритм построения фигуры, полученной поворотной симметрией на заданный угол:

1.Постройте полуокружность, используя инструмент «*Полуокружность по двум точкам*»:

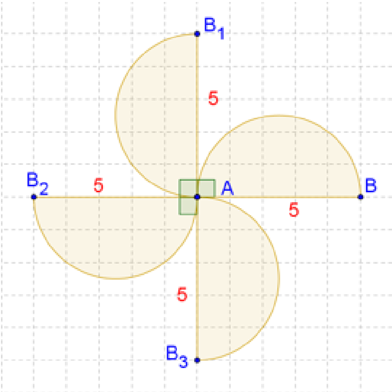


2.Выполните поворот полуокружности на угол 90^0, используя инструмент «*Поворот вокруг точки*»:



3.Выполните последовательно поворот полуокружности на угол 180^0 и 270^0.

Сравните полученный результат:



4.Сформулируйте и запишите свойства поворотной симметрии в таблицу.

Решение задач повышенной сложности на доказательство

В учебнике геометрии для 7-9 класса под редакцией Л.С.Атанасяна (М: Просвещение, 2024) появился раздел *Задачи повышенной трудности*, на которые не отведено урочное время, они предложены для самостоятельного решения. Мы решили разобрать эти задачи и воспользоваться для построения и доказательства системой динамической геометрии GeoGebra.

Задачи повышенной трудности

890 Прямая m, не проходящая через вершины треугольника ABC, пересекает его стороны AB и BC, а также продолжение стороны AC соответственно в точках C_1, A_1 и B_1. Докажите, что верно равенство: $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$ (теорема Менелая).

891 Докажите теорему Менелая (задача 890) для случая, когда точки C_1, A_1 и B_1 лежат на продолжениях сторон AB, BC и AC треугольника ABC.

892 Пусть точки C_1, A_1 и B_1 лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC или их продолжениях. Докажите: если $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$, то точки C_1, A_1 и B_1 лежат на одной прямой (теорема, обратная теореме Менелая).

893 Пусть точки C_1, A_1 и B_1 лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC или их продолжениях. Докажите, что если прямые AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке, то верно равенство: $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$ (теорема Чевы).

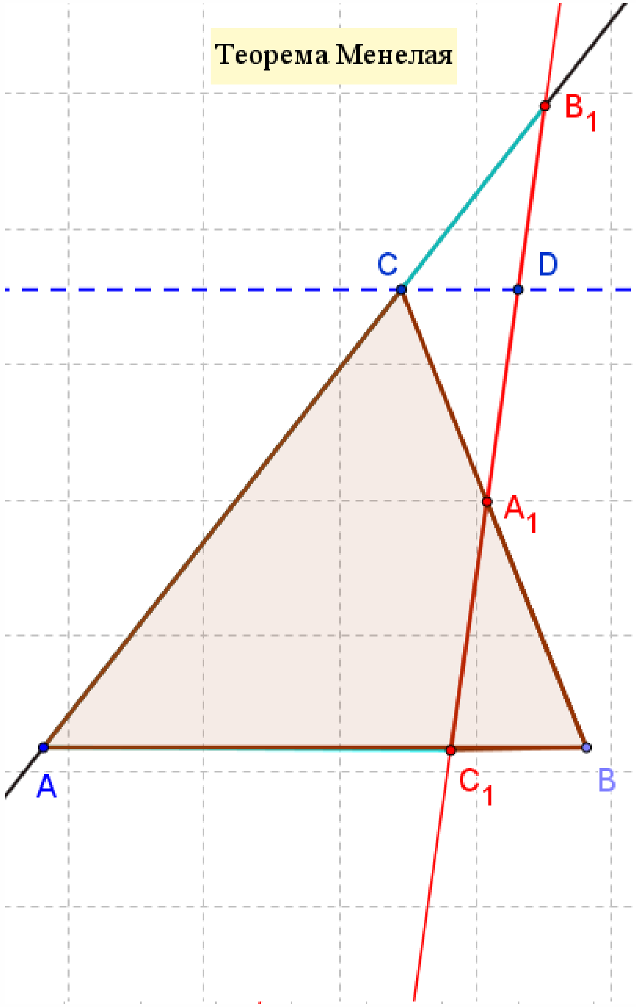
894 Пусть точки C_1, A_1 и B_1 лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC или их продолжениях. Докажите, что если $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$, то прямые AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке (теорема, обратная теореме Чевы).

895 На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC внешним образом построены квадраты $ACFK$ и $BCDE$, CH — высота треугольника ABC. Докажите, что прямые CH, BK и AE пересекаются в одной точке.

896 Точки C_1, A_1 и B_1 лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC, причём отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Докажите, что $\frac{CO}{OC_1}=\frac{CA_1}{A_1B}+\frac{CB_1}{B_1A}$ (теорема Ван-Обеля).

Теорема Менелая

- Наглядная модель доказательства теоремы Менелая (№ 890)



β = 68°

α = 52°

n = 5

b = 6

Доказательство▶

1.Проведем прямую через точку C, параллельную AB.

Обозначим точку пересечения этой прямой с прямой C_1B_1 через D.

2.$\Delta AB_1C_1 \sim \Delta B_1CD$ ($\angle B_1$ - общий, $\angle A = \angle DCB_1$ соответственные).

$$\Rightarrow \frac{AC_1}{CD} = \frac{AB_1}{B_1C} \text{ или } \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{CD}{B_1C} \quad (1)$$

3.$\Delta A_1BC_1 \sim \Delta A_1CD$ ($\angle C_1A_1B = \angle CA_1D$ вертикальные, $\angle C_1BA_1 = \angle A_1CD$ накрест лежащие).

$$\Rightarrow \frac{A_1B}{A_1C} = \frac{BC_1}{CD} \text{ или } \frac{A_1B}{BC_1} = \frac{A_1C}{CD} \quad (2)$$

4.Выполним почленно умножение (1) на (2):

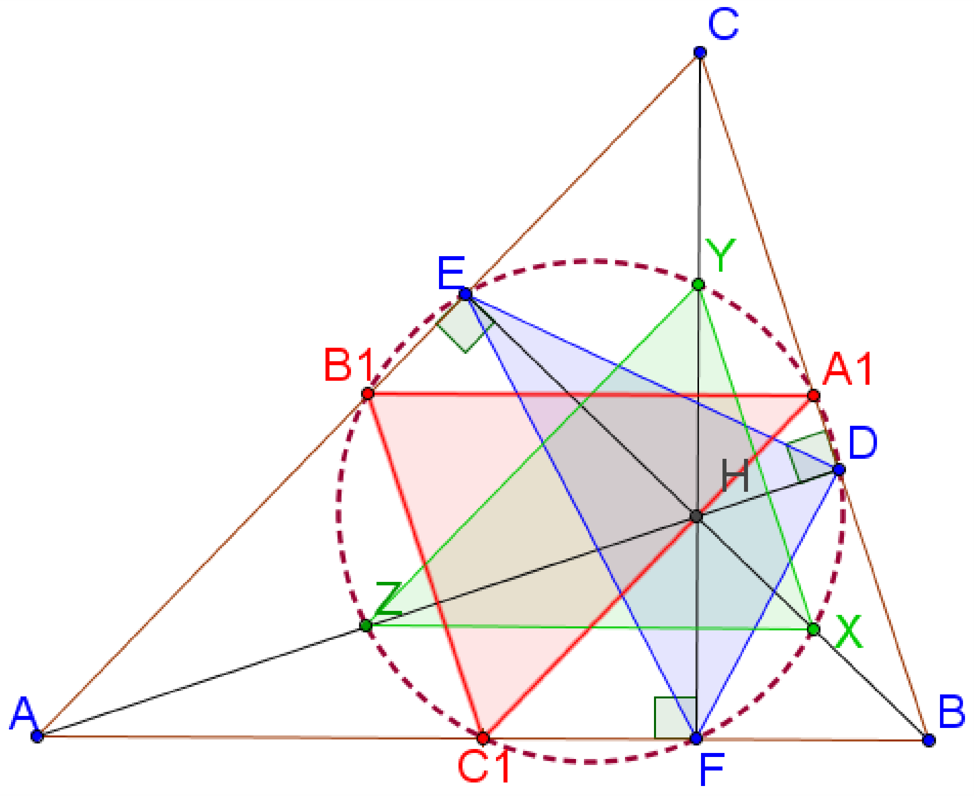
$$\frac{AC_1}{AB_1} \cdot \frac{A_1B}{BC_1} = \frac{CD}{B_1C} \cdot \frac{A_1C}{CD} \Rightarrow \frac{AC_1}{AB_1} \cdot \frac{A_1B}{BC_1} = \frac{A_1C}{B_1C} \Rightarrow \frac{AC_1}{BC_1} \cdot \frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{B_1C}{AB_1} = 1$$

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 2.9992 * 1.1595 * 0.2864 = 0.9958$$

Экспериментальный метод решения задачи Эйлера

«Некоторые сведения из планиметрии*» – это название главы VIII учебника геометрии для 10-11 класса под ред. Л.С. Атанасяна.

В задаче Эйлера речь идет об окружности девяти точек (окружности Эйлера) и прямой Эйлера, в которых рассматриваются замечательные точки треугольника: ортоцентр, центроид, центр описанной окружности треугольника.



$\Delta A_1B_1C_1$, - серединный треугольник;

ΔDEF – ортотреугольник;

ΔXYZ - треугольник, вершинами которого являются середины отрезков, соединяющих вершины исходного треугольника с ортоцентром.

Дидактические возможности GeoGebra

- *наглядность* – *визуализация учебной информации о геометрических объектах, развивающая «активное математическое видение» объектов и их свойств;*
- *моделирование* – *экспериментальное наблюдение за поведением геометрических объектов и открытие неизвестных ранее свойств и фактов;*
- *динамика* – *реализация компьютерными средствами эффекта движения иллюстративного объекта.*

Официальный сайт GeoGebra https://www.geogebra.org

Научно-исследовательская деятельность учащихся

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!